

**Università di Catania**  
**Dipartimento di Matematica e Informatica**  
**Corso di laurea Magistrale in Matematica**  
Anno Accademico 2022-2023

*Elementi di Meccanica dei Continui*  
(*Istituzioni di Fisica Matematica, modulo 2*)

G. MULONE

Cenni di teoria dei campi. Gradiente, divergenza, rotore. Campi conservativi. Gradiente e divergenza di un campo tensoriale. Cinematica dei sistemi continui. Punti di vista lagrangiano ed euleriano. Rappresentazione lagrangiana del moto. Rappresentazione euleriana del moto. Linee di corrente e linee di flusso. Identità cinematiche. Formula di Eulero, teorema del trasporto. Formula fondamentale della cinematica dei sistemi continui. Coefficienti di dilatazione lineare e cubica. Deformazioni angolari. L'atto di moto rigido come caso particolare di un generico atto di moto continuo.

Dinamica dei mezzi continui. Bilancio della massa, equazione di continuità. Assioma degli sforzi di Cauchy. Bilancio della quantità di moto e del momento delle quantità di moto. Teorema di Cauchy e tensore degli sforzi. Equazione locale del bilancio della quantità di moto. Equazione locale del bilancio del momento delle quantità di moto, simmetria del tensore degli sforzi. Teorema dell'energia cinetica per i sistemi continui. Bilancio dell'energia: primo principio della termodinamica. Secondo principio della termodinamica. Fluidi perfetti: equazione costitutiva dei fluidi non viscosi. Equazione caratteristica dei fluidi perfetti. Fluido perfetto barotropico in equilibrio sotto l'azione di forze conservative. Teorema di Bernoulli. Grandezze oggettive. Processi termocinetici e termodinamici. Storia di una funzione. Assiomi fondamentali delle equazioni costitutive. Una classe di sistemi continui omogenei senza memoria.

Fluidi stokesiani. Rappresentazione del tensore degli sforzi nei fluidi stokesiani. Pressione. Fluidi polinomiali. Fluidi newtoniani. Tensore degli sforzi viscosi: funzione di dissipazione. Il problema del moto dei fluidi newtoniani.

Equazione di Navier-Stokes. Condizioni al contorno. Equazioni adimensionali. Problema ai valori iniziali e al contorno per le equazioni di Navier-Stokes. Soluzioni classiche. Esempi di soluzioni classiche. Moti piani di Couette e di Poiseuille. Equazioni di moto di un fluido newtoniano incomprimibile. Equazione del moto differenza. Equazione dell'energia. Teorema di unicità. Disuguaglianza di Poincaré. Stabilità di un fluido viscoso incomprimibile. Metodo di stabilità lineare e metodo di Lyapunov. Stabilità in energia. Teoremi di stabilità universale di Serrin. Problema variazionale associato. Cenni ai problemi di convezione: problema di Bénard. Sulla stabilità dei moti laminari.

## Riferimenti bibliografici

- [1] G. MULONE, *Appunti di elementi di meccanica dei continui*, redatti da C. Pecorella, 2011.
- [2] J. FLAVIN, S. RIONERO, *Qualitative estimates for partial differential equations. An introduction*. Boca Raton, Florida: CRC Press, 1996.
- [3] T. RUGGERI, *Introduzione della termomeccanica dei continui, II edizione riveduta e corretta*, Monduzzi Editoriale, 2014.
- [4] T. MANACORDA, *Introduzione alla termomeccanica dei continui*, QUMI, ed. Pitagora.
- [5] S. RIONERO, *Lezioni di Meccanica Razionale*, ed. Liguori.
- [6] J. SERRIN, *Mathematical principles of Classical Fluid Mechanics, Handbuk der Phisick VIII/1*, 1959.
- [7] C. TRUESDELL, *The elements of continuum Mechanics*, ed. Springer-Verlag.