

Introduction to interpolation



Click to add name

Mirko Guarnera

Outlines Lezioni del 18 e 25 Marzo 2008

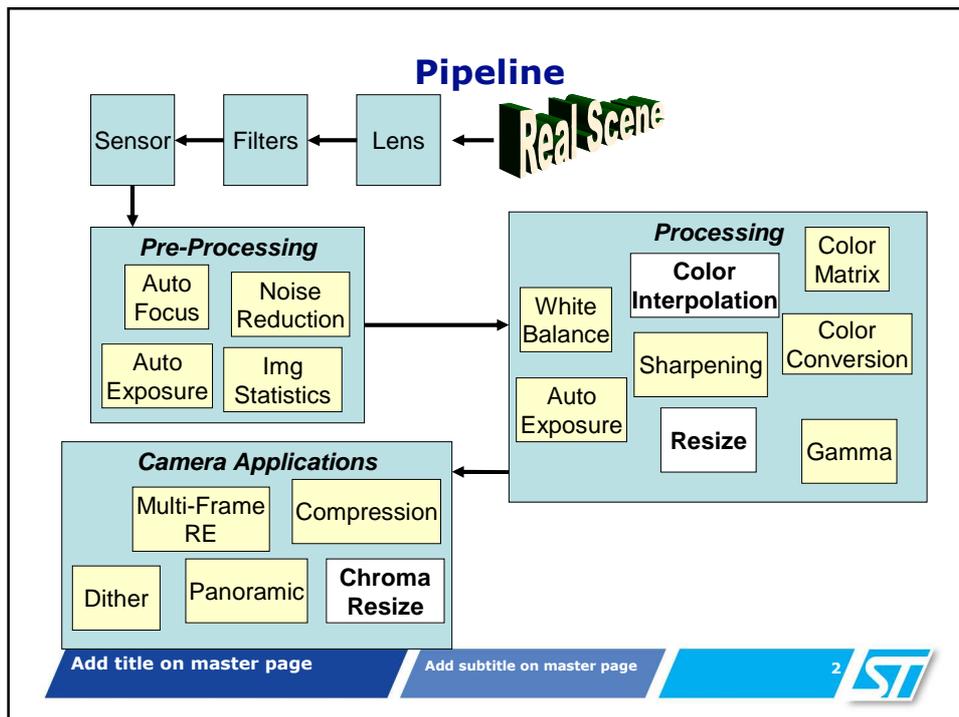
- ▣ Intro
 - ▣ Terminologia
 - ▣ Intro al HVS (per Col. Int.)
 - ▣ Acquisizione
 - ▣ campionamento
- ▣ Zooming
 - ▣ Teoria
 - ▣ Tecniche
- ▣ Color Interpolation
 - ▣ Overview
 - ▣ Tecniche

Add title on master page

Add subtitle on master page

1





Images

- ▣ Una immagine può essere caratterizzata come la **distribuzione spaziale** di energia radiante prodotta da una sorgente luminosa:

$$f = f(x, y, \lambda, t)$$

- ▣ L'immagine effettivamente percepita (da un osservatore umano) o acquisita (mediante un trasduttore) è la f modificata dalla risposta dell'**osservatore** o del **trasduttore**, tipicamente secondo una media rispetto alle varie lunghezze d'onda.
- ▣ L'immagine può essere anche caratterizzata, come una distribuzione bidimensionale di intensità (luminosa):

$$f = f(x, y) = i(x, y) r(x, y)$$

HVS

- ▣ I ricettori presenti nella retina sono di due tipi: **coni** e **bastoncelli**
 - ▣ I coni (circa 6 o 7 milioni per occhio) sono concentrati principalmente nella porzione centrale della retina, detta fovea, e sono fortemente sensibili al colore.
 - ▣ I coni sono attivati in condizioni di illuminazione di intensità medio-alta, per cui essi sono responsabili della cosiddetta visione diurna o fotopica
 - ▣ I bastoncelli, in numero molto maggiore (da 75 a 150 milioni per occhio) sono distribuiti in modo più uniforme sull'intera superficie della retina e sono praticamente insensibili al colore
 - ▣ I bastoncelli sono attivati in condizioni di illuminazione di bassa intensità, per cui essi sono responsabili della cosiddetta visione notturna o scotopica
- ▣ **ANCHE NOI VEDIAMO IN MANIERA DISCRETA e NON CONTINUA → LIMITI DI DEFINIZIONE.**

Add title on master page

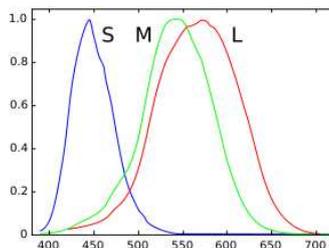
Add subtitle on master page

4



HVS

- ▣ Il sistema visivo umano risponde alla radiazione elettromagnetica nel campo del visibile, tra **360nm** e **800nm** circa:



- ▣ L'energia luminosa è assorbita dalla pigmentazione fotosensibile dei ricettori. Nei coni, questa pigmentazione è di tre tipi (Short, Medium, Long), il che rende i coni sensibili a differenti gamme spettrali e quindi rende possibile la percezione del colore
- ▣ La gamma dei livelli di intensità ai quali l'occhio può adattarsi è dell'ordine di 10^{10} , dalla soglia scotopica al limite dell'abbagliamento
- ▣ La luminosità soggettiva (cioè la luminosità percepita) è una f logaritmica dell'intensità della luce incidente sull'occhio

Add title on master page

Add subtitle on master page

5



Immagine Digitale

- Tenendo conto anche del **campionamento spaziale** che rende discreti gli intervalli di variazione di x e y , un'immagine digitale $f(x,y)$ può essere rappresentata come una matrice $M \times N$,

$$f(x,y) = \begin{matrix} & \begin{matrix} \xrightarrow{x} \end{matrix} \\ \begin{matrix} \downarrow y \end{matrix} & \begin{bmatrix} f(0,0) & f(0,1) & \dots & f(0,N-1) \\ f(1,0) & f(1,1) & \dots & f(1,N-1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ f(M-1,0) & f(M-1,1) & \dots & f(M-1,N-1) \end{bmatrix} \end{matrix}$$

- Ogni elemento è detto pixel (picture elements) con valori nell'intervallo $[0, L-1]$ essendo L i livelli possibili di intensità (o di grigio)
- Normalmente L è una potenza di 2 (2^k) dove k è il numero di bit usato per rappresentare un pixel.

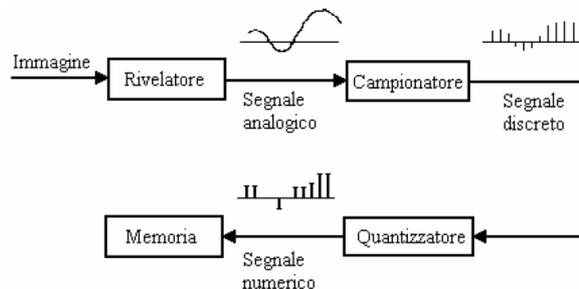
Add title on master page

Add subtitle on master page



Campionamento

- Il campionamento è la discretizzazione dei valori delle coordinate spaziali
- La quantizzazione è la discretizzazione dei valori di intensità



Add title on master page

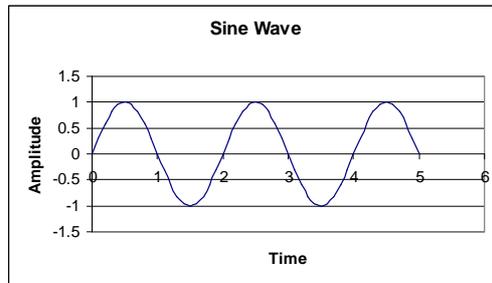
Add subtitle on master page



Time domain : the VOICE 1D CASE

Present a recurring phenomena as amplitude vs. time

Sine Wave



Add title on master page

Add subtitle on master page

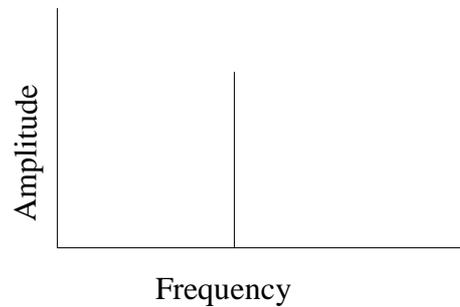
8



Frequency domain

Present recurring phenomena as amplitude vs. frequency

Same sine wave looks like -



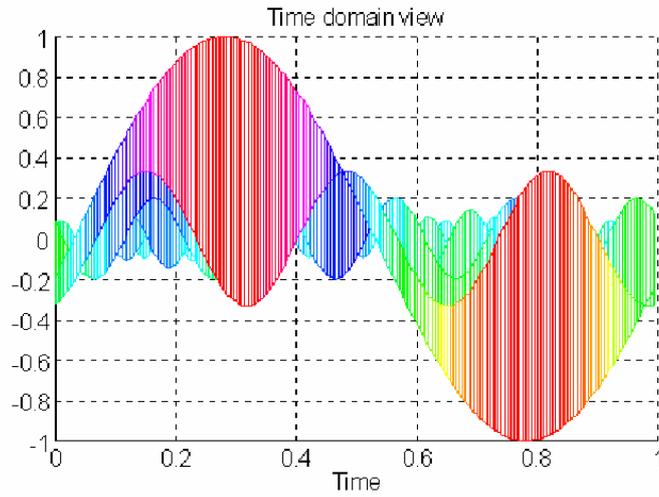
Add title on master page

Add subtitle on master page

9



Multiple Waves



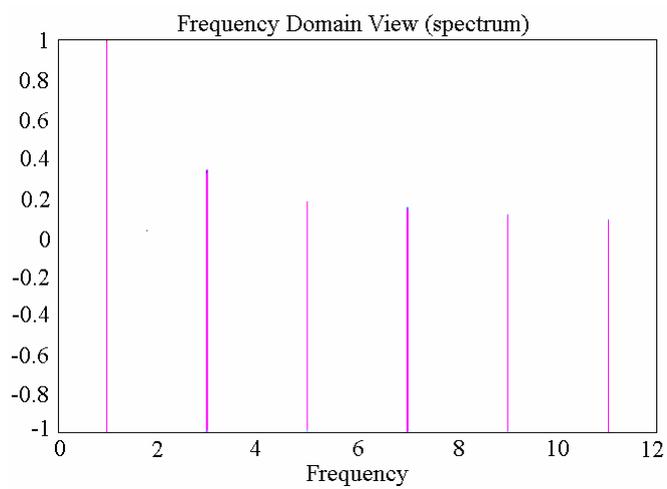
Add title on master page

Add subtitle on master page

10



Multiple Waves



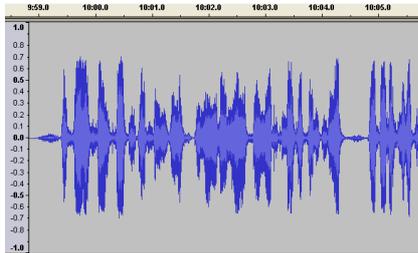
Add title on master page

Add subtitle on master page

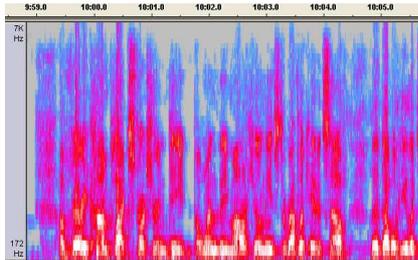
11



Voice in both Domains



Voice in
the Time
Domain



Voice in
the Frequency
Domain

**sum of all the waves
arriving at a particular
instant. How many?**

Add title on master page

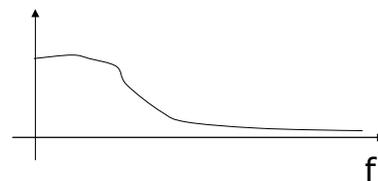
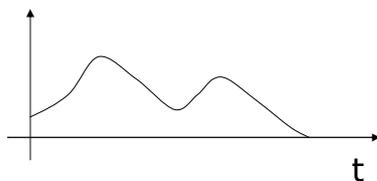
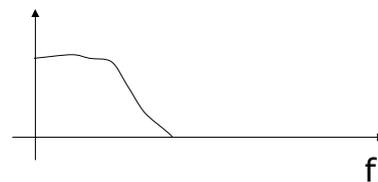
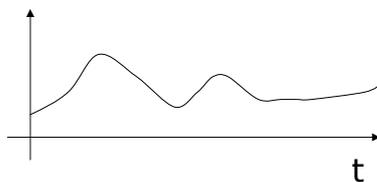
Add subtitle on master page

12



Legge fondmanetale

Un Segnale finito nel dominio del tempo/spazio e' infinito nel dominio della frequenza e viceversa.



Add title on master page

Add subtitle on master page

13



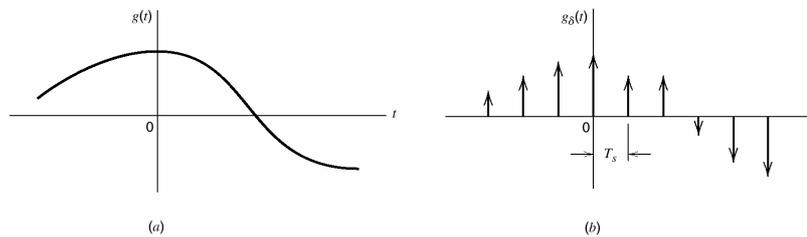
Pulse Modulation Introduction

Let $g_\delta(t)$ denote the ideal sampled signal

$$g_\delta(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g(nT_s) \delta(t - nT_s)$$

where T_s : sampling period

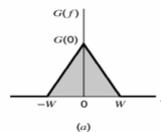
$f_s = 1/T_s$: sampling rate



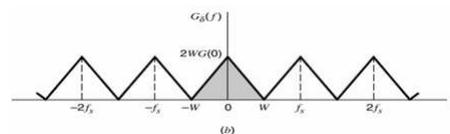
Add



Sampling Theorem



$$G_\delta(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g\left(\frac{n}{2W}\right) \exp\left(-\frac{j\pi n f}{W}\right)$$



Add title on master page

Add subtitle on master page

15

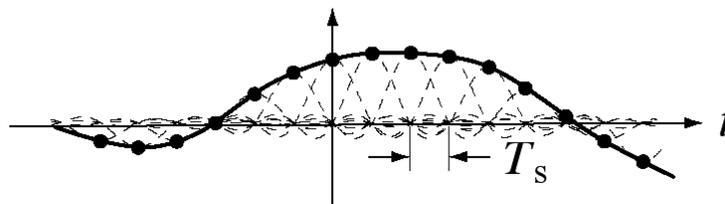


2

Interpolation = ricostruzione

If the sampling is at exactly the **Nyquist** rate, then

$$g(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g(nT_s) \operatorname{sinc}\left(\frac{t - nT_s}{T_s}\right)$$



- The frequency $\frac{1}{2} f_s$ is known as the Nyquist frequency. It is the highest frequency we can reconstruct from a sampler.

Add title on master page

Add subtitle on master page

16



Sampling Theorem

Sampling Theorem for strictly band - limited signals

1. a signal which is limited to $-W < f < W$, can be completely

described by $\left\{g\left(\frac{n}{2W}\right)\right\}$.

2. The signal can be completely recovered from $\left\{g\left(\frac{n}{2W}\right)\right\}$

Nyquist rate = $2W$

Nyquist interval = $\frac{1}{2W}$

When the signal is not band - limited (under sampling) aliasing occurs. To avoid aliasing, we may limit the signal bandwidth or have higher sampling rate.

Add title on master page

Add subtitle on master page

17



5

Aliasing

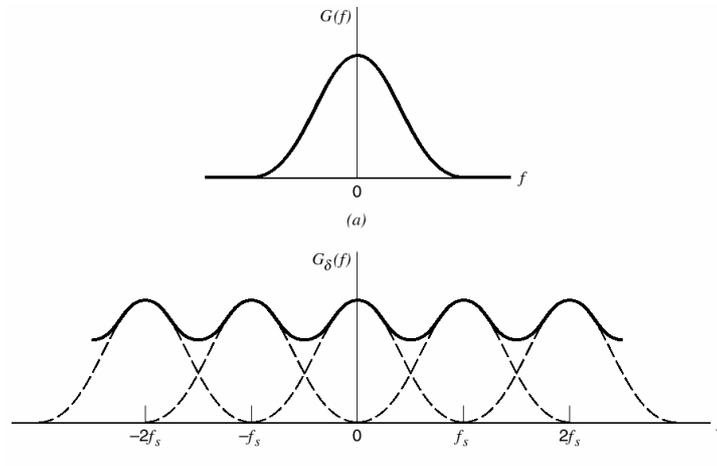


Figure 3.3 (a) Spectrum of a signal. (b) Spectrum of an undersampled version of the signal exhibiting the aliasing phenomenon.

Add title on master page

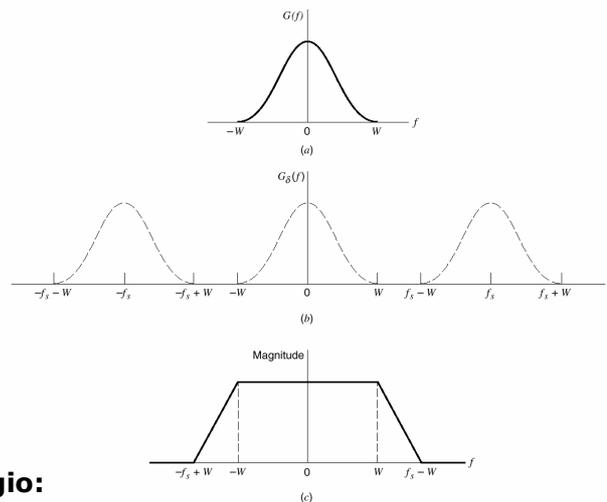
Add subtitle on master page

18



6

Anti-Alias Filter



Filtraggio:

Moltiplicazione nel dominio della frequenza = convoluzione nel dominio dello spazio/tempo

Add title on master page

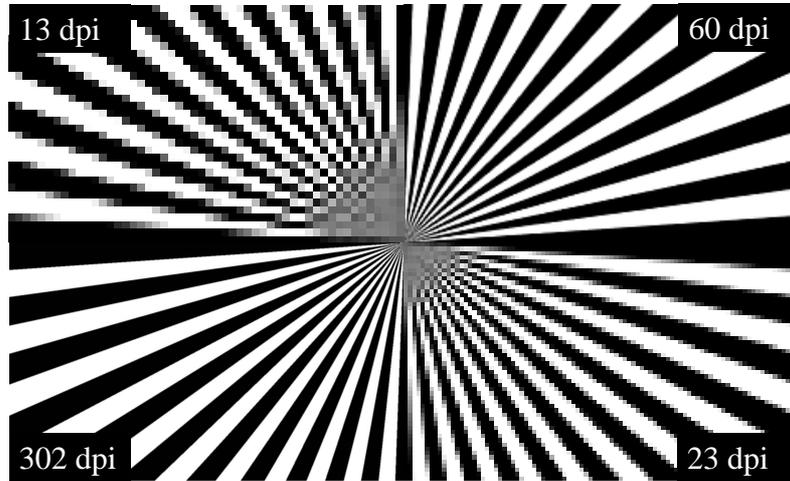
Add subtitle on master page

19



7

Effects of Undersampling: Alias signals - illusions, not really there



Add title on master page

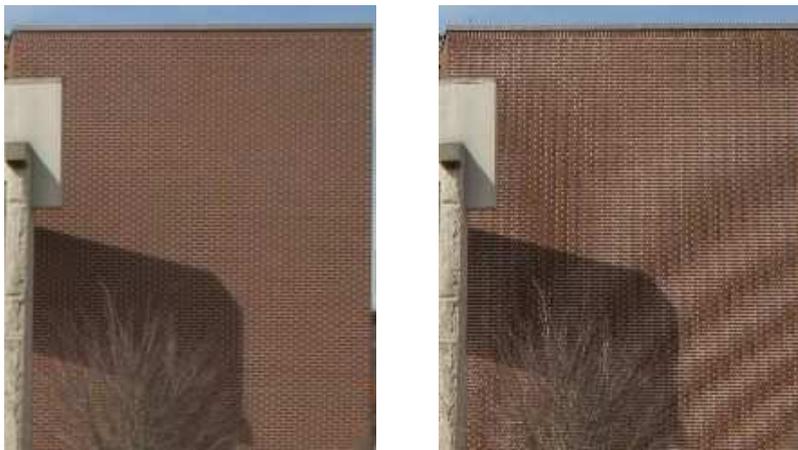
Add subtitle on master page

20



Aliasing

2D example



Add title on master page

Add subtitle on master page

21



Rileggiamo il teorema di Shannon-Nyquist

- ▣ A sampled time signal must not contain components at frequencies above half the sampling rate (The so-called Nyquist frequency)
- ▣ The highest frequency which can be accurately represented is one-half of the sampling rate

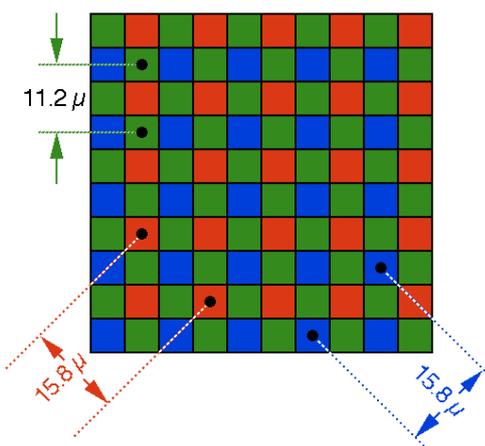
Add title on master page

Add subtitle on master page

22



Sensor Nyquist



The maximum spacing of 11.2 microns in green pixels determines the sampling frequency for green light:

$$\begin{aligned}v_s &= 1 \text{ sample}/11.2 \mu \\ &= 1000 \text{ samples}/11.2 \text{ mm} \\ &= 89.29 \text{ samples/mm}\end{aligned}$$

The Nyquist frequency is exactly one half this value:

$$v_N = v_s/2 = \mathbf{45 \text{ cycles/mm}}$$

Similarly, blue and red have a Nyquist frequency of 32 cycles/mm

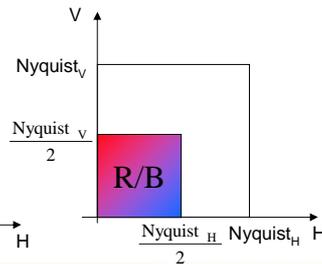
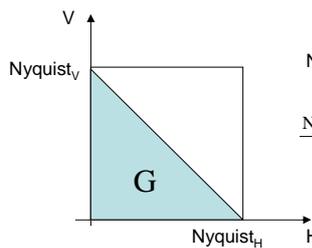
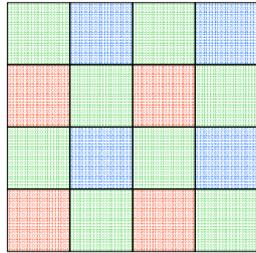
Add title on master page

Add subtitle on master page

23



Bayer pattern originale



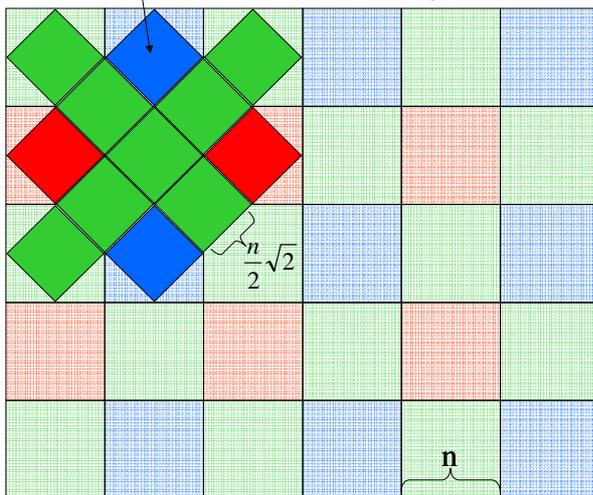
Add title on master page

Add subtitle on master page

24

New pattern

Original bayer pattern



Se in un bayer pattern classico la dim (in micron) del pixel, considerato e' n x n. Nella configurazione a 45 gradi la dim del pixel diventa :

$$\left(\frac{n}{2}\sqrt{2}\right) \times \left(\frac{n}{2}\sqrt{2}\right)$$

Cioe' :

$$\left(\frac{n}{\sqrt{2}}\right) \times \left(\frac{n}{\sqrt{2}}\right)$$

Da cui la dim del pixel e' 1,41 volte piu' piccola del bayer pattern originale. per cui, a parita' di area si ha un incremento di risoluzione

Add title on master page

Add subtitle on master page

25