Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche**
assegnato il 16 giugno 1999

1 Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$f(x) = \sqrt{\frac{16 - 2^{x+7}}{x^2 + 3x - 4}} + (2x+1)^{\sqrt{2}} \ .$$

2 Scrivere l'equazione della circonferenza passante per i punti $A = (0, -2)$, $B = (0, -10)$ e tangente alla retta r di equazione $x - 8 = 0$.

3 Sia f la funzione reale definita mediante la legge

$$f(x) = \begin{cases} 4x + x^2 & \text{se } x \in \ ]-\infty, 0] \\ -\dfrac{6x}{5+x} & \text{se } x \in \ ]0, +\infty[\end{cases} \quad .$$

Dire quali sono i punti di estremo relativo per f, precisando se tali punti sono anche di estremo assoluto. Giustificare le risposte date.

4 Risolvere il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x - ky + z = 0 \\ 2x - 2y \quad\ = 1 \\ 5x - 5y + z = 0 \end{cases}$$

al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$.

5 Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{e^{2x} + 1}{e^x + 1} \ dx \qquad .$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche**
assegnato il 14 luglio 1999

1 Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$f(x) = \sqrt{\frac{\log_2(2-3x)-5}{x^2+3x-4}} + (2x+25)^{\sqrt{3}} \ .$$

2 Trovare i valori del parametro $t \in \mathbb{R}$ per i quali i quattro punti

$$A = (1, -8) \ , \quad B = (-t, t-3) \ , \quad C = (-1, -8) \ , \quad D = (1, -2)$$

appartengono ad una stessa circonferenza.

3 Sia f la funzione reale definita mediante la legge

$$f(x) = \begin{cases} x^2(x+3) & \text{se } x \in \,]-\infty, 1] \\ \dfrac{8\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} & \text{se } x \in \,]1, +\infty[\end{cases} \ .$$

La funzione f è continua? È derivabile?
La funzione f è limitata superiormente? Se sì, qual è il suo estremo superiore?
Esistono valori di $a \in \mathbb{R}$ per i quali la restrizione $f|_{[a,+\infty[}$ è iniettiva? Se sì, quali sono questi valori?
Giustificare le risposte date.

4 Risolvere il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} 2x - 2y = k+1 \\ 5x - 5y + z = 0 \\ x - k^2 y + z = 0 \end{cases}$$

al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$.

5 Calcolare l'integrale definito

$$\int_1^4 \frac{8\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \ dx \ .$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche**
assegnato il 9 settembre 1999

1 Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$f(x) = \log \frac{x+4}{x^2-1} + \sqrt{4 \cdot 2^{2x} + 3 \cdot 2^x - 1} \ .$$

2 Scrivere l'equazione della parabola di vertice il punto $V = (1,1)$ e direttrice la retta d di equazione $x + y = 0$.

3 Sia $f :]-\infty, \frac{3\pi}{2}[\to \mathbb{R}$ la funzione definita mediante la legge

$$f(x) = \begin{cases} \log_3 \dfrac{1-9x}{81-x} & \text{se } x \in \,]-\infty, 0] \\ 3 \operatorname{sen} x - 2 & \text{se } x \in \,]0, \dfrac{3\pi}{2}[\end{cases} \quad .$$

La funzione f è continua? È derivabile?
Quali sono gli intervalli in cui f è crescente?
Vi sono punti di estremo relativo per la funzione f ? E di estremo assoluto?
Giustificare le risposte date.

4 Sono assegnati i sistemi di equazioni lineari:

$$(1) \quad \begin{cases} x - 2y + z = 1 \\ -2x + 4y - 3z = 0 \end{cases} \quad , \qquad (2) \quad \begin{cases} x - y + z = 2 \\ 2x + z = 0 \end{cases} \quad .$$

Risolvere il sistema (1).
Stabilire se i sistemi (1) e (2) hanno soluzioni comuni e, in caso affermativo, trovarle.

5 Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^2 \frac{x}{\sqrt{x^2 + |2 - x^2|}} \ dx \qquad .$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche**
assegnato il 6 ottobre 1999

1 Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$f(x) = \log \frac{4^{2x-1} - 1}{2x^2 + 9x - 5} + 2000^{\sqrt{x^2-9}} \quad .$$

2 Sia **P** la parabola di fuoco il punto $F = (-1, 1)$ e vertice l'origine.
Scrivere l'equazione della direttrice di **P**.
Scrivere l'equazione di **P**.
Vi sono rette tangenti a **P** parallele all'asse y?

3 Sia $f :]-\infty, \frac{3\pi}{2}[\to \mathbb{R}$ la funzione definita mediante la legge

$$f(x) = \begin{cases} e^{2x} - 2x + 1 & \text{se } x \in]-\infty, 0] \\ 5\cos x - 3 & \text{se } x \in]0, \dfrac{3\pi}{2}[\end{cases} \quad .$$

La funzione f è continua? È derivabile?
Vi sono punti di estremo relativo per la funzione f ? E di estremo assoluto?
Quali sono gli intervalli in cui f è convessa?
Il grafico di f è dotato di asintoti?
Giustificare le risposte date.

4 Sono assegnati i sistemi di equazioni lineari:

$$(1) \quad \begin{cases} 2x - y + z = 1 \\ -4x + 2y - z = 0 \end{cases} \quad , \qquad (2) \quad \begin{cases} 3x + z = -1 \\ x + 2y + 3z = 3 \end{cases} \quad .$$

Risolvere, a scelta, uno dei due sistemi.
Stabilire se i sistemi (1) e (2) hanno soluzioni comuni e, in caso affermativo, trovarle.

5 Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^{\pi} x \operatorname{sen} \frac{4x^2 - |\pi^2 - 4x^2|}{2\pi} \, dx \quad .$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche**
assegnato il 16 dicembre 1999

1 Siano F e G i domini delle funzioni reali di variabile reale

$$f(x) = \log \frac{5^{2x-1} - 1}{x^2 + 3x - 10} \qquad \text{e} \qquad g(x) = \sqrt{\frac{2x-9}{2x+11}}$$

rispettivamente. Esprimere come unione di intervalli ciascuno degli insiemi:

$$\text{a)}\ \ F \cup G \quad ; \qquad \text{b)}\ \ F \setminus G\ .$$

2 Sia **P** la parabola avente come fuoco l'origine e come vertice il punto $V = (-1, 1)$.
Scrivere l'equazione della direttrice di **P**.
Scrivere l'equazione di **P**.
Vi sono rette tangenti a **P** parallele all'asse x?

3 Calcolare i seguenti limiti:

$$\text{a)} \lim_{x\to+\infty} \sqrt{3^x + \mathrm{sen}^3 x}\ ; \quad \text{b)} \lim_{x\to+\infty} \sqrt{3^x - x^3}\ ; \quad \text{c)} \lim_{x\to+\infty} \sqrt{\frac{3^x - x^3}{4^x}}\ .$$

4 Sono assegnati i sistemi di equazioni lineari:

$$(1) \quad \begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + 3y + 2z = 0 \\ x + 2y + 3z = 3 \end{cases} \quad , \qquad (2) \quad \begin{cases} -4x + 2y - z = 0 \\ 2x - y + z = 1 \end{cases} \quad .$$

Risolvere, a scelta, uno dei due sistemi.
Stabilire se i sistemi (1) e (2) hanno soluzioni comuni e, in caso affermativo, trovarle.

5 Sia f la funzione reale di variabile reale definita mediante la legge:

$$f(x) = \begin{cases} (x+\pi)^2 \mathrm{sen}\, x & \text{se } x \in\ ]-\infty, 0] \\ x\, \mathrm{sen}\, x^2 & \text{se } x \in\ ]0, +\infty[\end{cases} \quad .$$

Verificare che la funzione f è continua.
Calcolare l'integrale definito

$$\int_{-\pi}^{\sqrt{\pi}} f(x)\, dx \quad .$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche**
assegnato il 2 febbraio 2000

1 Risolvere il sistema di disequazioni

$$\begin{cases} \left(\dfrac{1}{2}\right)^{x-7} > 4\sqrt{2} \\ \log_3(10x-3) \geq 3 \\ \sqrt{11x-28} \leq x \end{cases}.$$

2 Scrivere l'equazione della circonferenza $\mathbf{C}$, concentrica con la circonferenza $\mathbf{C_1}$ di equazione $x^2+y^2+2x=0$, che stacca sulla retta $\mathbf{r}$ di equazione $x-\sqrt{2}y+4=0$ un segmento di lunghezza $2\sqrt{6}$.

3 Studiare la funzione reale di variabile reale

$$f(x) = x\log^2 x$$

e disegnarne il grafico. [In particolare si richiede di: a) calcolare i limiti di $f(x)$ per $x \to 0$ e per $x \to +\infty$; b) determinare gli intervalli nei quali la funzione f è crescente (risp. decrescente) e trovare gli eventuali punti di estremo relativo e/o assoluto; c) determinare gli intervalli nei quali f è convessa (risp. concava) e trovare gli eventuali punti di flesso; d) trovare gli eventuali asintoti per il grafico di f].

4 Risolvere il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x+2y+3z=0 \\ x+y+z=k \\ 2x+3y+4z=k \\ x-kz=0 \end{cases}$$

al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$.

5 Sia g la funzione reale definita mediante la legge

$$g(x) = \begin{cases} x^2 \operatorname{sen}(x+2) & \text{se } x \in\ ]-\infty, 0] \\ x^2 \operatorname{sen}(x^3+2) & \text{se } x \in\ ]0, +\infty[\end{cases}.$$

Trovare una primitiva di g nell'intervallo $]-\infty, 0]$.
Trovare una primitiva di g in $]0, +\infty[$.
Esistono primitive di g in tutto $\mathbb{R}$? Perchè?

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche**
assegnato l'1 marzo 2000

1 Risolvere il sistema di disequazioni

$$\begin{cases} \left(\dfrac{1}{2}\right)^{2x-17} > 8 \\ \log_5(4x+15) \geq 2 \\ \sqrt{8x-15} \leq x \end{cases} .$$

2 Scrivere le equazioni delle circonferenze di raggio $\sqrt{5}$ che hanno il centro sulla retta di equazione $x - 4 = 0$ e staccano sull'asse x un segmento di lunghezza 2.

3 Studiare la funzione reale di variabile reale

$$f(x) = \frac{x^2}{8} + \log x$$

e disegnarne il grafico. [In particolare si richiede di evidenziare la convessità della funzione e gli eventuali punti di flesso.]

4 Risolvere il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 0 \\ x \;\; + y \;\; + z = k \\ \qquad y + 2z = -k \\ x \qquad - kz = 0 \end{cases}$$

al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$.

5 Sia G una primitiva della funzione reale di variabile reale

$$g(x) = \frac{e^{\sqrt{3x+1}}}{\sqrt{3x+1}} .$$

a) Calcolare $G''(0)$.
b) Calcolare $G(1) - G(0)$.

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche**
assegnato il 14 aprile 2000

1 Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$\sqrt{36+5x-x^2}+\log_4 \frac{5x+2}{2-4^{1-3x}} \quad .$$

2 In un piano cartesiano sono assegnati i punti $A=(-1,4)$, $B=(0,1)$ e la retta r di equazione $2x-y-5=0$.
Scrivere l'equazione della circonferenza tangente in B alla congiungente A e B ed avente il centro sulla parallela a r condotta per A .

3 Trovare l'estremo inferiore e l'estremo superiore della funzione reale di variabile definita mediante la legge

$$f(x)=\begin{cases} x^3-4x-3 & \text{se } x\in\ [-1,0[\\ 5^{2x-x^2} & \text{se } x\in\ [0,+\infty[\end{cases} \quad ,$$

precisando se l'estremo inferiore è minimo e l'estremo superiore è massimo.

4 Trovare il valore del parametro $k\in\mathbb{R}$ per il quale il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x-2y+z=0 \\ 2x-3y=k \\ 3x-5y+z=k \\ x-y-z=1 \end{cases}$$

è possibile. Risolvere quindi il sistema per tale valore di k.

5 Sia G una primitiva della funzione reale di variabile reale

$$g(x)=\frac{\operatorname{sen}\sqrt{3x+\pi}}{\sqrt{3x+\pi}} \quad .$$

a) Calcolare $G''(0)$.
b) Calcolare $G(\frac{\pi}{2})-G(0)$.