Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**
assegnato il 6 febbraio 1998 (tema n. 1)

1

1 Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$\sqrt{\frac{3^{x-7}-81}{3^{x+3}-9}}-\log_5(5x+12) \quad .$$

2 Calcolare il limite:

$$\lim_{x\to\frac{3}{2}} \frac{9-4x^2}{(5^{2x-3}-1)\mathrm{sen}\frac{\pi}{2x+1}} \quad .$$

3 Trovare l'estremo inferiore e l'estremo superiore della funzione reale definita mediante la legge

$$f(x)=\begin{cases} \log_3 \dfrac{x-81}{9x-1} & \text{se } x \in \,]-\infty,0[\\ 3+4\cos x & \text{se } x \in \,[0,\dfrac{3\pi}{2}[\end{cases} \quad ,$$

precisando se l'estremo inferiore è minimo e l'estremo superiore è massimo. Dire inoltre se vi sono punti $x_0 \in \mathrm{dom} f$ che sono di estremo relativo ma non di estremo assoluto per la funzione f. Giustificare le risposte date.

4 Risolvere il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} 2x+y-z=0 \\ 2x+y+z=-1 \\ kx+2y-4z=1 \end{cases} \quad ,$$

al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$.

5 Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{4\log x-5}{x\,(2\log x+3)}\,dx \quad .$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**
assegnato il 6 febbraio 1998 (tema n. 2)

2

1 Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$\sqrt{\frac{2^{x-5}-8}{2^{x+1}-1}-\log_3(4x+7)} \quad .$$

2 Calcolare il limite:

$$\lim_{x\to\frac{1}{2}} \frac{(9^x+1)(1-4x^2)}{5^{2x-1}-1} \quad .$$

3 Trovare l'estremo inferiore e l'estremo superiore della funzione reale definita mediante la legge

$$f(x) = \begin{cases} \log_{\sqrt{2}} \dfrac{x-8}{x-1} & \text{se } x \in]-\infty, 0] \\ 7\text{sen}x - 4 & \text{se } x \in]0, \dfrac{5\pi}{6}[\end{cases} \quad ,$$

precisando se l'estremo inferiore è minimo e l'estremo superiore è massimo. Dire inoltre se vi sono punti $x_0 \in \text{dom}f$ che sono di estremo relativo ma non di estremo assoluto per la funzione f. Giustificare le risposte date.

4 Risolvere il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x-2y+z=0 \\ x-2y+3z=1 \\ x+ky-z=-1 \end{cases} \quad ,$$

al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$.

5 Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{\cos x\,(6\text{sen}x-1)}{3\text{sen}x+2}\,dx \quad .$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**
assegnato il 26 febbraio 1998 (tema n. 1)

1

1 Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$\sqrt{\frac{4x-13}{2x^2+x-15}} - \log_5\left(8-2^{x-5}\right) \quad .$$

2 Calcolare il limite:

$$\lim_{x\to 2} \frac{1998^{4-x^2}(x^3-8)}{\sqrt{10^x-51}(5^{\operatorname{sen}\pi x}-1)} \quad .$$

3 Trovare il codominio della funzione reale definita mediante la legge

$$f(x) = \begin{cases} \log_3 \dfrac{x-81}{9x-1} & \text{se } x \in \,]-\infty, 0[\\ 3+4\cos x & \text{se } x \in \, [0, \dfrac{3\pi}{2}[\end{cases} \quad .$$

Dire inoltre, per ogni elemento y del codominio, quante sono le soluzioni dell'equazione $f(x) = y$. Giustificare le risposte date.

4 Risolvere il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} 2x+y-z=0 \\ 2x+y+z=-1 \\ 4x+2y-4z=3k-2 \end{cases} \quad ,$$

al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$.

5 Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^3 \frac{|x-2|}{2x+3}\,dx \quad .$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**
assegnato il 26 febbraio 1998 (tema n. 2)

2

1 Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$\sqrt{\frac{4x+1}{2x^2+7x-15}} - \log_3\left(3^{x+3}-9\right) \quad .$$

2 Calcolare il limite:

$$\lim_{x\to\frac{1}{2}} \frac{\sqrt{100^x-1}(1-4x^2)}{1998^{2x-1}(5^{\cos\pi x}-1)} \quad .$$

3 Trovare il codominio della funzione reale definita mediante la legge

$$f(x)=\begin{cases} \log_{\sqrt{2}}\dfrac{x-8}{x-1} & \text{se } x\in\,]-\infty,0] \\ 7\text{sen}x-4 & \text{se } x\in\,]0,\dfrac{5\pi}{6}[\end{cases} \quad .$$

Dire inoltre per ogni elemento y del codominio quante sono le soluzioni dell'equazione $f(x)=y$. Giustificare le risposte date.

4 Risolvere il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x-2y+z=0 \\ x-2y+3z=1 \\ x-2y-z=2k+3 \end{cases} \quad ,$$

al variare del parametro $k\in\mathbb{R}$.

5 Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^4 \frac{|x-3|}{3x+4}\,dx \quad .$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**
assegnato il 15 giugno 1998 (tema n. 1)

1

1 Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$\sqrt{\frac{3^{x+3}-9}{81-3^{x-7}}} - \log_5\left(x^2 - 2\sqrt{3}x - 9\right) \quad .$$

2 Per ognuna delle due successioni $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$, la cui legge è specificata di seguito, decidere in merito all'esistenza del limite:

$$a_n = \begin{cases} 4n^2+3 & \text{se } n \text{ è pari,} \\ n^2-n & \text{se } n \text{ è dispari,} \end{cases} \qquad b_n = \begin{cases} 2^{n-n^2} & \text{se } n \text{ è pari,} \\ \frac{3n+1}{2n-3} & \text{se } n \text{ è dispari.} \end{cases}$$

3 Studiare la funzione reale definita mediante la legge

$$f(x) = \begin{cases} \log_3 \dfrac{x-81}{9x-1} & \text{se } x \in \left]-\infty, 0\right[\\ 3+4\cos x & \text{se } x \in \left[0, \dfrac{3\pi}{2}\right[\end{cases}$$

e disegnarne il grafico. [In particolare si richiede di trovare: a) i limiti della funzione f al tendere di x a $-\infty$, a 0 - dalla sinistra e dalla destra - e a $\frac{3\pi}{2}$; b) gli intervalli nei quali la funzione f è crescente (risp. decrescente) e gli eventuali punti di estremo relativo e/o assoluto; c) gli intervalli nei quali f è convessa (risp. concava) e gli eventuali punti di flesso; d) gli eventuali asintoti per il grafico di f].

4 Risolvere il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} 2x \quad\quad - z = 0 \\ 2x + y + z = 1 \\ 2kx + y \quad\quad = k-1 \\ 2y + 3z = 0 \end{cases} ,$$

al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$.

5 Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{x-12}{x^2+x-6}\, dx \qquad .$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**
assegnato il 15 giugno 1998 (tema n. 2)

2

1 Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$\sqrt{\frac{1-2^{x+1}}{2^{x-5}-8}} - \log_3\left(x^2 - 4\sqrt{2}x - 10\right) \quad .$$

2 Per ognuna delle due successioni $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$, la cui legge è specificata di seguito, decidere in merito all'esistenza del limite:

$$a_n = \begin{cases} 2^{-n} & \text{se } n \text{ è pari,} \\ 5^{-n} & \text{se } n \text{ è dispari,} \end{cases} \qquad b_n = \begin{cases} \frac{2n}{n^2+1} & \text{se } n \text{ è pari,} \\ \frac{2n}{n+1} & \text{se } n \text{ è dispari.} \end{cases}$$

3 Studiare la funzione reale definita mediante la legge

$$f(x) = \begin{cases} \log_{\sqrt{2}} \dfrac{x-8}{x-1} & \text{se } x \in \,]-\infty, 0] \\ 7\text{sen}x - 4 & \text{se } x \in \,]0, \dfrac{3\pi}{2}[\end{cases}$$

e disegnarne il grafico. [In particolare si richiede di trovare: a) i limiti della funzione f al tendere di x a $-\infty$, a 0 - dalla sinistra e dalla destra - e a $\frac{3\pi}{2}$; b) gli intervalli nei quali la funzione f è crescente (risp. decrescente) e gli eventuali punti di estremo relativo e/o assoluto; c) gli intervalli nei quali f è convessa (risp. concava) e gli eventuali punti di flesso; d) gli eventuali asintoti per il grafico di f].

4 Risolvere il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x + 2y = 0 \\ x - 2y + 2z = 2 \\ 4ky - z = -2k \\ 3x + 2z = 0 \end{cases} ,$$

al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$.

5 Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{x-8}{x^2-x-2}\,dx \quad .$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**
assegnato il 15 luglio 1998

1 Risolvere il sistema di disequazioni

$$\begin{cases} 81 - 3^{x-7} > 0 \\ \log_3(3x+14) > 2 \\ x(x - 2\sqrt{3}) \geq 9 \end{cases} .$$

2 Per ognuna delle due successioni $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$, la cui legge è specificata di seguito, decidere in merito all'esistenza del limite:

$$a_n = \begin{cases} \frac{1}{n+1} & \text{se } n \text{ è pari,} \\ \frac{1}{n+3} & \text{se } n \text{ è dispari,} \end{cases} \qquad b_n = \begin{cases} \frac{3}{n+1} & \text{se } n \text{ è pari,} \\ \frac{3n}{n+1} & \text{se } n \text{ è dispari.} \end{cases}$$

3 Studiare la funzione reale definita mediante la legge

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{4}(x^3 - 12x) & \text{se } x \in \,]-\infty, 1] \\ \log_{\frac{1}{2}}(5x+11) & \text{se } x \in \,]1, +\infty[\end{cases}$$

e disegnarne il grafico. [In particolare si richiede di trovare: a) i limiti della funzione f al tendere di x a $-\infty$, a 1 - dalla sinistra e dalla destra - e a $+\infty$; b) gli intervalli nei quali la funzione f è crescente (risp. decrescente) e gli eventuali punti di estremo relativo e/o assoluto; c) gli intervalli nei quali f è convessa (risp. concava) e gli eventuali punti di flesso; d) gli eventuali asintoti per il grafico di f].

4 Trovare il valore del parametro $k \in \mathbb{R}$ per il quale il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} 2x \quad - z = 0 \\ 2x + y + z = 2k - 3 \\ 4x + y \quad = k - 1 \\ 2y + 3z = 0 \end{cases} ,$$

è possibile. Risolvere il sistema per tale valore di k.

5 Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{4\log^2 x - 5}{x\,(2\log x + 3)}\, dx \qquad .$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**
assegnato il 16 settembre 1998

1 Risolvere il sistema di disequazioni

$$\begin{cases} 8 - 2^{x-5} > 0 \\ \log_2(3x+20) > 4 \\ x(x-4\sqrt{2}) \geq 10 \end{cases} .$$

2 Per ognuna delle due successioni $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$, la cui legge è specificata di seguito, decidere in merito all'esistenza del limite:

$$a_n = \begin{cases} 4n+3 & \text{se } n \text{ è pari,} \\ n+1 & \text{se } n \text{ è dispari,} \end{cases} \qquad b_n = \begin{cases} 2^{1-n} & \text{se } n \text{ è pari,} \\ \frac{3n+1}{2n-3} & \text{se } n \text{ è dispari.} \end{cases}$$

3 Studiare la funzione reale definita mediante la legge

$$f(x) = \begin{cases} \log_2 \dfrac{1-x}{16} & \text{se } x \in \,]-\infty, -1[\\ \dfrac{x^2}{2}(x-3) & \text{se } x \in \,[-1, +\infty[\end{cases}$$

e disegnarne il grafico. [In particolare si richiede di trovare: a) i limiti della funzione f al tendere di x a $-\infty$, a -1 - dalla sinistra e dalla destra - e a $+\infty$; b) gli intervalli nei quali la funzione f è crescente (risp. decrescente) e gli eventuali punti di estremo relativo e/o assoluto; c) gli intervalli nei quali f è convessa (risp. concava) e gli eventuali punti di flesso; d) gli eventuali asintoti per il grafico di f].

4 Trovare il valore del parametro $k \in \mathbb{R}$ per il quale il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x + 2y = 0 \\ x - 2y + 2z = 6k - 1 \\ 2y - z = -2k \\ 3x + 2z = 0 \end{cases} ,$$

è possibile. Risolvere il sistema per tale valore di k.

5 Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{\cos x(9\text{sen}^2 x - 1)}{3\text{sen}x + 2}\, dx \qquad .$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**
assegnato il 5 ottobre 1998

1 Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$\log_5(x^4 - 6x^2 + 5) - \sqrt{\log_3(3x + 20) - 2} \quad .$$

2 Per ognuna delle due successioni $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$, la cui legge è specificata di seguito, decidere in merito all'esistenza del limite:

$$a_n = \begin{cases} 2^n & \text{se } n \text{ è pari,} \\ 3^n & \text{se } n \text{ è dispari,} \end{cases} \qquad b_n = \begin{cases} \frac{2n}{n+1} & \text{se } n \text{ è pari,} \\ \frac{3n}{n+1} & \text{se } n \text{ è dispari.} \end{cases}$$

3 Trovare il codominio della funzione reale definita mediante la legge

$$f(x) = \begin{cases} \log_2 \dfrac{1-x}{16} & \text{se } x \in \,]-\infty, -1] \\ \dfrac{x^2}{2}(x-3) & \text{se } x \in \,]-1, +\infty[\end{cases} \quad .$$

Dire inoltre, per ogni elemento y del codominio, quante sono le soluzioni dell'equazione $f(x) = y$. Giustificare le risposte date.

4 Risolvere il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x + 2y \phantom{{}+2z} = 2k \\ x - 2y + 2z = k - 2 \\ \phantom{x-{}} 2y - z = 0 \end{cases}$$

al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$.

5 Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{9x - 1}{3x + 2\sqrt{x}}\, dx \qquad .$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche**
assegnato l'1 febbraio 1999

1 Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$f(x) = \sqrt{3^{2x+7} - 9} - \log \frac{2+x}{x-1} \ .$$

2 Sia C la circonferenza di centro $O = (0,0)$ tangente alla retta $r \ : \ x - y + 1 = 0$.
Scrivere l'equazione di C .
Scrivere l'equazione della circonferenza C' simmetrica di C rispetto alla retta r.

3 Sia f la funzione reale definita mediante la legge

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{5x+2}{x-2} & \text{se } x \in \,]-\infty, 0] \\ 4x - 1 - x^2 & \text{se } x \in \,]0, +\infty[\end{cases} \qquad .$$

Dire quali sono i punti di estremo relativo per f, precisando se tali punti sono anche di estremo assoluto. Giustificare le risposte date.

4 Risolvere il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x - \ \ y + kz = 0 \\ 2x - 2y \qquad = 1 \\ 5x - 5y + kz = 2 \end{cases}$$

al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$.

5 Calcolare l'integrale definito

$$\int_{\frac{1}{e}}^{1} \frac{1 + \log x}{x(2 - \log x)} \, dx \qquad .$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche**
assegnato l'1 marzo 1999

1 Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$f(x) = \sqrt{\frac{16 - 2^{x+7}}{5 - 4x}} + \log\left(4 - \sqrt{2}x - x^2\right) .$$

2 Scrivere le equazioni delle circonferenze tangenti alla retta $r \; : \; x - y + 1 = 0$ nel punto $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ e aventi raggio $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

3 Sia f la funzione reale definita mediante la legge

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{5x+2}{x-2} & \text{se } x \in \,]-\infty, 0] \\ 4x - 1 - x^2 & \text{se } x \in \,]0, +\infty[\end{cases} .$$

La funzione f è continua? È derivabile?
La funzione f è limitata superiormente? Se sì, qual è il suo estremo superiore?
Esistono intervalli I tali che $f|_I$ è iniettiva?
Giustificare le risposte date.

4 Risolvere il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x - y + z = 0 \\ 2x - 2y \phantom{{}+z} = 1 \\ 5x - 5y + z = 2k \end{cases}$$

al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$.

5 Calcolare l'integrale definito

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{(1 + \cos x)\text{sen}x}{2 - \cos x} \quad dx \qquad .$$