

Corso di Laurea in Scienze Biologiche
Prova scritta di Istituzioni di Matematiche (A-L) del 7 luglio 1995

Ogni compito è costituito da 5 esercizi di tipo diverso, numerati da 1 a 5, ognuno dei quali è scelto da una corrispondente raccolta.

I testi delle 5 raccolte di esercizi sono riportati nelle pagine successive.

Seguono alcuni esempi di compito.

RACCOLTA DEGLI ESERCIZI DI TIPO 1

1A

Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$\sqrt[4]{\frac{2x^2 - 1}{3x - 1}} - \log(x + 4) .$$

1B

Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$\frac{\log(3 - \sqrt{1 - 2x})}{\sqrt{x^2 - 3}} .$$

1C

Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$\sqrt{2 - \log_3(x^2 + x + 5)} - \sqrt[4]{2x - 3} .$$

1D

Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$\sqrt{72 - 4^{-x} - 2^{-x}} - \sqrt[4]{4 - x} .$$

1E

Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$\sqrt{\log_2^2 x - \frac{3}{2} \log_2 x - 1} .$$

1F

Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$\log\left(\sqrt{x^2 + 4x - 5} - x\right) .$$

RACCOLTA DEGLI ESERCIZI DI TIPO 2

2A

Risolvere, al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$, il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x - y + 2z = 0 \\ x - y + kz = 1 \end{cases} .$$

2B

Risolvere, al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$, il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x + 3y + z = 0 \\ x - ky + z = 5 \end{cases} .$$

2C

Risolvere, al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$, il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2x + ky - 2z = 3 \end{cases} .$$

2D

Risolvere, al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$, il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} 2x + y + kz = 0 \\ 4x + 2y + 3z = 2 \end{cases} .$$

2E

Risolvere, al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$, il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} 3x + 2y - z = 0 \\ kx - 2y + z = 3 \end{cases} .$$

RACCOLTA DEGLI ESERCIZI DI TIPO 3

3A

Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x-x^2} - 1}{x\sqrt{3+2^x}} .$$

3B

Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\text{sen}(x-x^2)}{(1-x)\text{arctg}\sqrt{x}} .$$

3C

Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\text{sen}^3(x-3)}{(3-x)\text{sen}\pi x} .$$

3D

Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+\text{arctg}3x} - 1}{x\sqrt{9+x^2}} .$$

3E

Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x \left(1 - \sqrt{\frac{x}{x+1}} \right) .$$

RACCOLTA DEGLI ESERCIZI DI TIPO 4

4A

Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} 1 - 2^x & \text{se } x < 0 \\ x^2 + c & \text{se } x \geq 0 \end{cases},$$

essendo c un parametro reale.

Trovare gli eventuali valori del parametro c per i quali la funzione f

- a) è dotata di minimo assoluto;
- b) è iniettiva.

4B

Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + c & \text{se } x \leq 0 \\ 2^{-x} & \text{se } x > 0 \end{cases},$$

essendo c un parametro reale.

Trovare gli eventuali valori del parametro c per i quali la funzione f

- a) è monotona;
- b) ha come codominio l'intervallo $]0, +\infty[$.

4C

Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} e^x + c & \text{se } x < 0 \\ x^3 & \text{se } x \geq 0 \end{cases},$$

essendo c un parametro reale.

Trovare gli eventuali valori del parametro c per i quali la funzione f

- a) è dotata di minimo assoluto;
- b) ha come codominio un intervallo.

4D

Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} x^3 & \text{se } x \leq 0 \\ \sqrt{x} + c & \text{se } x > 0 \end{cases},$$

essendo c un parametro reale.

Trovare gli eventuali valori del parametro c per i quali la funzione f

- a) è iniettiva;
- b) ha qualche punto di estremo relativo.

4E

Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} \sin x & \text{se } x \leq 0 \\ x^3 + c & \text{se } x > 0 \end{cases},$$

essendo c un parametro reale.

Trovare gli eventuali valori del parametro c per i quali la funzione f

- a) è dotata di minimo assoluto;
- b) presenta un massimo relativo nel punto $x_0 = 0$.

RACCOLTA DEGLI ESERCIZI DI TIPO 5

5A

Calcolare l'integrale definito $\int_{-1}^9 f(x)dx$, essendo

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{5x+4}} & \text{se } x \geq 0 \\ \frac{1}{2} + x^2 e^x & \text{se } x < 0 \end{cases} .$$

5B

Calcolare l'integrale definito $\int_{-2\pi}^2 f(x)dx$, essendo

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x+2}{x+2} & \text{se } x \geq 0 \\ \cos x \sqrt{1 + \sin x} & \text{se } x < 0 \end{cases} .$$

5C

Calcolare l'integrale definito $\int_{-2\pi}^1 f(x)dx$, essendo

$$f(x) = \begin{cases} x e^{x^2} & \text{se } x \geq 0 \\ \sin^3 x & \text{se } x < 0 \end{cases} .$$

5D

Calcolare l'integrale definito $\int_{-1}^2 f(x)dx$, essendo

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{\sqrt{1+x^3}} & \text{se } x \geq 0 \\ \log(1-x) & \text{se } x < 0 \end{cases} .$$

5E

Calcolare l'integrale definito $\int_{-2\pi}^3 f(x)dx$, essendo

$$f(x) = \begin{cases} \frac{9}{9+x^2} & \text{se } x \geq 0 \\ 1 + x \cos x & \text{se } x < 0 \end{cases} .$$

candidato		
cognome	nome	n.ro matricola

compito 1

1

Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$\sqrt[4]{\frac{2x^2 - 1}{3x - 1}} - \log(x + 4) .$$

2

Risolvere, al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$, il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x - y + 2z = 0 \\ x - y + kz = 1 \end{cases} .$$

3

Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x-x^2} - 1}{x\sqrt{3+2^x}} .$$

4

Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} 1 - 2^x & \text{se } x < 0 \\ x^2 + c & \text{se } x \geq 0 \end{cases} ,$$

essendo c un parametro reale.

Trovare gli eventuali valori del parametro c per i quali la funzione f

- a) è dotata di minimo assoluto;
- b) è iniettiva.

5

Calcolare l'integrale definito $\int_{-1}^9 f(x)dx$, essendo

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{5x+4}} & \text{se } x \geq 0 \\ \frac{1}{2} + x^2 e^x & \text{se } x < 0 \end{cases} .$$

NOTA BENE. Il presente foglio deve essere riconsegnato assieme alla bella copia

candidato		
cognome	nome	n.ro matricola

compito 2

1

Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$\frac{\log(3 - \sqrt{1 - 2x})}{\sqrt{x^2 - 3}} .$$

2

Risolvere, al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$, il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x + 3y + z = 0 \\ x - ky + z = 5 \end{cases} .$$

3

Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\text{sen}(x - x^2)}{(1 - x)\text{arctg}\sqrt{x}} .$$

4

Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + c & \text{se } x \leq 0 \\ 2^{-x} & \text{se } x > 0 \end{cases} ,$$

essendo c un parametro reale.

Trovare gli eventuali valori del parametro c per i quali la funzione f

- a) è monotona;
- b) ha come codominio l'intervallo $]0, +\infty[$.

5

Calcolare l'integrale definito $\int_{-2\pi}^2 f(x)dx$, essendo

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x + 2}{x + 2} & \text{se } x \geq 0 \\ \cos x \sqrt{1 + \text{sen} x} & \text{se } x < 0 \end{cases} .$$

NOTA BENE. Il presente foglio deve essere riconsegnato assieme alla bella copia

candidato		
cognome	nome	n.ro matricola

compito 3

1

Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$\sqrt{2 - \log_3(x^2 + x + 5)} - \sqrt[4]{2x - 3} .$$

2

Risolvere, al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$, il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2x + ky - 2z = 3 \end{cases} .$$

3

Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\operatorname{sen}^3(x - 3)}{(3 - x) \operatorname{sen} \pi x} .$$

4

Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} e^x + c & \text{se } x < 0 \\ x^3 & \text{se } x \geq 0 \end{cases} ,$$

essendo c un parametro reale.

Trovare gli eventuali valori del parametro c per i quali la funzione f

- a) è dotata di minimo assoluto;
- b) ha come codominio un intervallo.

5

Calcolare l'integrale definito $\int_{-2\pi}^1 f(x) dx$, essendo

$$f(x) = \begin{cases} xe^{x^2} & \text{se } x \geq 0 \\ \operatorname{sen}^3 x & \text{se } x < 0 \end{cases} .$$

NOTA BENE. Il presente foglio deve essere riconsegnato assieme alla bella copia

candidato		
cognome	nome	n.ro matricola

compito 4

1

Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$\sqrt{72 - 4^{-x} - 2^{-x}} - \sqrt[4]{4 - x} .$$

2

Risolvere, al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$, il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} 2x + y + kz = 0 \\ 4x + 2y + 3z = 2 \end{cases} .$$

3

Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \operatorname{arctg} 3x} - 1}{x\sqrt{9 + x^2}} .$$

4

Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} x^3 & \text{se } x \leq 0 \\ \sqrt{x} + c & \text{se } x > 0 \end{cases} ,$$

essendo c un parametro reale.

Trovare gli eventuali valori del parametro c per i quali la funzione f

- a) è iniettiva;
- b) ha qualche punto di estremo relativo.

5

Calcolare l'integrale definito $\int_{-1}^2 f(x)dx$, essendo

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{\sqrt{1+x^3}} & \text{se } x \geq 0 \\ \log(1-x) & \text{se } x < 0 \end{cases} .$$

NOTA BENE. Il presente foglio deve essere riconsegnato assieme alla bella copia

candidato		
cognome	nome	n.ro matricola

compito 5

1

Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$\sqrt{\log_2^2 x - \frac{3}{2} \log_2 x - 1} .$$

2

Risolvere, al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$, il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} 3x + 2y - z = 0 \\ kx - 2y + z = 3 \end{cases} .$$

3

Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x \left(1 - \sqrt{\frac{x}{x+1}} \right) .$$

4

Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} \sin x & \text{se } x \leq 0 \\ x^3 + c & \text{se } x > 0 \end{cases} ,$$

essendo c un parametro reale.

Trovare gli eventuali valori del parametro c per i quali la funzione f

- a) è dotata di minimo assoluto;
- b) presenta un massimo relativo nel punto $x_0 = 0$.

5

Calcolare l'integrale definito $\int_{-2\pi}^3 f(x) dx$, essendo

$$f(x) = \begin{cases} \frac{9}{9+x^2} & \text{se } x \geq 0 \\ 1 + x \cos x & \text{se } x < 0 \end{cases} .$$

NOTA BENE. Il presente foglio deve essere riconsegnato assieme alla bella copia

candidato		
cognome	nome	n.ro matricola

compito 6

1

Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$\sqrt[4]{\frac{2x^2 - 1}{3x - 1}} - \log(x + 4) .$$

2

Risolvere, al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$, il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x + 3y + z = 0 \\ x - ky + z = 5 \end{cases} .$$

3

Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\operatorname{sen}^3(x - 3)}{(3 - x) \operatorname{sen} \pi x} .$$

4

Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} x^3 & \text{se } x \leq 0 \\ \sqrt{x} + c & \text{se } x > 0 \end{cases} ,$$

essendo c un parametro reale.

Trovare gli eventuali valori del parametro c per i quali la funzione f

- a) è iniettiva;
- b) ha qualche punto di estremo relativo.

5

Calcolare l'integrale definito $\int_{-2\pi}^3 f(x) dx$, essendo

$$f(x) = \begin{cases} \frac{9}{9 + x^2} & \text{se } x \geq 0 \\ 1 + x \cos x & \text{se } x < 0 \end{cases} .$$

NOTA BENE. Il presente foglio deve essere riconsegnato assieme alla bella copia

candidato		
cognome	nome	n.ro matricola

compito 7

1

Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$\sqrt[4]{\frac{2x^2 - 1}{3x - 1}} - \log(x + 4) .$$

2

Risolvere, al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$, il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2x + ky - 2z = 3 \end{cases} .$$

3

Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\text{sen}(x - x^2)}{(1 - x)\text{arctg}\sqrt{x}} .$$

4

Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} \text{sen}x & \text{se } x \leq 0 \\ x^3 + c & \text{se } x > 0 \end{cases} ,$$

essendo c un parametro reale.

Trovare gli eventuali valori del parametro c per i quali la funzione f

- a) è dotata di minimo assoluto;
- b) presenta un massimo relativo nel punto $x_0 = 0$.

5

Calcolare l'integrale definito $\int_{-1}^2 f(x)dx$, essendo

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{\sqrt{1+x^3}} & \text{se } x \geq 0 \\ \log(1-x) & \text{se } x < 0 \end{cases} .$$

NOTA BENE. Il presente foglio deve essere riconsegnato assieme alla bella copia