Corso di Laurea in Scienze Biologiche
Prova scritta di Istituzioni di Matematiche (A-L) del 9 giugno 1995

Ogni compito è costituito da 5 esercizi di tipo diverso, numerati da 1 a 5, ognuno dei quali è scelto da una corrispondente raccolta.

I testi delle 5 raccolte di esercizi sono riportati nelle pagine successive.

Seguono alcuni esempi di compito.

Corso di Laurea in Scienze Biologiche

Prova scritta di Istituzioni di Matematiche (A-L) del 9 giugno 1995

RACCOLTA DEGLI ESERCIZI DI TIPO 1

1A

Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$\sqrt[4]{\frac{2x-1}{3x-1}} - \log(x+5) \quad .$$

1B

Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$\frac{\log(3-\sqrt{1-2x})}{\sqrt{x+2}} \quad .$$

1C

Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$\sqrt{1-\log_3(x+5)} - (x+3)^{-5}.$$

1D

Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$\frac{\sqrt{72-4^x-2^x}}{x+4} \quad .$$

1E

Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$\sqrt{\log_3^2 x - 2\log_3 x - 3} \quad .$$

1F

Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$\log\frac{2x-3}{4x-5} \; + \; \sqrt{2x+1} \quad .$$

Corso di Laurea in Scienze Biologiche

Prova scritta di Istituzioni di Matematiche (A-L) del 9 giugno 1995

RACCOLTA DEGLI ESERCIZI DI TIPO 2

2A

È assegnato il sistema di equazioni lineari

$$(*) \qquad \begin{cases} x - y + 2z = 0 \\ x - y + 4z = 1 \end{cases} .$$

Scrivere la definizione di soluzione del sistema $(*)$, risolverlo e trovarne infine, qualora ciò sia possibile, almeno una soluzione (x, y, z) verificante l'ulteriore condizione $xy < 0$.

2B

È assegnato il sistema di equazioni lineari

$$(*) \qquad \begin{cases} x + 3y + z = 0 \\ x - 2y + 5z = 5 \end{cases} .$$

Scrivere la definizione di soluzione del sistema $(*)$, risolverlo e trovarne infine, qualora ciò sia possibile, almeno una soluzione (x, y, z) verificante l'ulteriore condizione $yz \geq 0$.

2C

È assegnato il sistema di equazioni lineari

$$(*) \qquad \begin{cases} x + y - z = 0 \\ 3x + 2y + z = 1 \end{cases} .$$

Scrivere la definizione di soluzione del sistema $(*)$, risolverlo e trovarne infine, qualora ciò sia possibile, almeno una soluzione (x, y, z) verificante l'ulteriore condizione $xy < 0$.

2D

È assegnato il sistema di equazioni lineari

$$(*) \qquad \begin{cases} 2x + y + z = 0 \\ 4x + 2y + 3z = 2 \end{cases} .$$

Scrivere la definizione di soluzione del sistema $(*)$, risolverlo e trovarne infine, qualora ciò sia possibile, almeno una soluzione (x, y, z) verificante l'ulteriore condizione $xy \geq 0$.

2E

È assegnato il sistema di equazioni lineari

$$(*) \qquad \begin{cases} 3x + 2y - z = 0 \\ x + y + z = 3 \end{cases} .$$

Scrivere la definizione di soluzione del sistema $(*)$, risolverlo e trovarne infine, qualora ciò sia possibile, almeno una soluzione (x, y, z) verificante l'ulteriore condizione $yz \leq 0$.

Corso di Laurea in Scienze Biologiche

Prova scritta di Istituzioni di Matematiche (A-L) del 9 giugno 1995

RACCOLTA DEGLI ESERCIZI DI TIPO 3

3A

Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 1} \frac{e^{x^2-x}-1}{(1-x)\mathrm{arctg}\sqrt{x}} \quad .$$

3B

Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{\mathrm{sen}(x-x^2)}{x\sqrt{1+3^x}} \quad .$$

3C

Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 2} \frac{\mathrm{sen}^2(x-2)}{(x-2)\ \mathrm{sen}\pi x} \quad .$$

3D

Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+\mathrm{arctg}2x}-1}{x\sqrt{4+x^2}} \quad .$$

3E

Calcolare il limite

$$\lim_{x\to +\infty} e^x \left(\frac{\pi}{2} - \mathrm{arctg}x\right) \quad .$$

Corso di Laurea in Scienze Biologiche

Prova scritta di Istituzioni di Matematiche (A-L) del 9 giugno 1995

RACCOLTA DEGLI ESERCIZI DI TIPO 4

4A

a) Sia f una funzione reale definita in $\mathbb{R}$. Si dice che il punto $x_0 = 0$ è di massimo assoluto per la funzione f se ... (completare la definizione). Si dice che $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$ se ... (completare la definizione).

b) Completare (aggiungendo una o più righe) la seguente legge di definizione

$$f(x) = \begin{cases} 1 - 2^x & \text{se } x < 0 \\ \dots\dots\dots\dots\dots & \end{cases} ,$$

in modo da ottenere una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ per la quale il punto $x_0 = 0$ sia di massimo assoluto e si abbia inoltre $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$.

4B

a) Sia f una funzione reale definita in $\mathbb{R}$. Si dice che la funzione f è continua nel punto $x_0 = 0$ se ... (completare la definizione). Si dice che la funzione f è derivabile nel punto $x_0 = 0$ se ... (completare la definizione).

b) Completare (aggiungendo una o più righe) la seguente legge di definizione

$$f(x) = \begin{cases} 1 - \mathrm{e}^x & \text{se } x < 0 \\ \dots\dots\dots\dots\dots & \end{cases} ,$$

in modo da ottenere una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la quale risulti continua ma non derivabile nel punto $x_0 = 0$.

4C

a) Sia f una funzione reale definita in $\mathbb{R}$. Si dice che la funzione f è iniettiva se ... (completare la definizione). Si dice che la funzione f è derivabile nel punto $x_0 = 0$ se ... (completare la definizione).

b) Completare (aggiungendo una o più righe) la seguente legge di definizione

$$f(x) = \begin{cases} \dots\dots\dots\dots & \\ x^3 & \text{se } x \geq 0 \end{cases} ,$$

in modo da ottenere una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la quale risulti derivabile nel punto $x_0 = 0$ ma non iniettiva.

4D

a) Sia f una funzione reale definita in $\mathbb{R}$. Si dice che la funzione f è crescente nel punto $x_0 = 0$ se ... (completare la definizione). Si dice che la funzione f è continua in $\mathbb{R}$ se ... (completare la definizione).

b) Completare (aggiungendo una o più righe) la seguente legge di definizione

$$f(x) = \begin{cases} x^3 & \text{se } x \leq 0 \\ \dots\dots\dots\dots & \end{cases} ,$$

in modo da ottenere una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la quale risulti crescente nel punto $x_0 = 0$ ma non continua in $\mathbb{R}$.

4E

a) Sia f una funzione reale definita in $\mathbb{R}$. Si dice che il punto $x_0 = 0$ è di massimo relativo per la funzione f se ... (completare la definizione). Si chiama codominio della funzione f l'insieme ... (completare la definizione).

b) Completare (aggiungendo una o più righe) la seguente legge di definizione

$$f(x) = \begin{cases} 1 - 5^x & \text{se } x < 0 \\ \dots\dots\dots\dots\dots & \end{cases} ,$$

in modo da ottenere una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ per la quale il punto $x_0 = 0$ sia di massimo relativo e che abbia come codominio l'intervallo $]0, +\infty[$.

Corso di Laurea in Scienze Biologiche

Prova scritta di Istituzioni di Matematiche (A-L) del 9 giugno 1995

RACCOLTA DEGLI ESERCIZI DI TIPO 5

5A

Calcolare l'integrale definito $\int_{-1}^{9} f(x)dx$, essendo

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{5x+4}} & \text{se } x \geq 0 \\ \frac{1}{2} + \log(1-x) & \text{se } x < 0 \end{cases} \qquad .$$

5B

Calcolare l'integrale definito $\int_{-2\pi}^{2} f(x)dx$, essendo

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{x+2} & \text{se } x \geq 0 \\ \text{sen}^3 x & \text{se } x < 0 \end{cases} \qquad .$$

5C

Calcolare l'integrale definito $\int_{-1}^{1} f(x)dx$, essendo

$$f(x) = \begin{cases} x\mathrm{e}^{x^2} & \text{se } x \geq 0 \\ x^2\mathrm{e}^{x} & \text{se } x < 0 \end{cases} \qquad .$$

5D

Calcolare l'integrale definito $\int_{-\pi}^{2} f(x)dx$, essendo

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2}{\sqrt{1+x^3}} & \text{se } x \geq 0 \\ x\cos x & \text{se } x < 0 \end{cases} \qquad .$$

5E

Calcolare l'integrale definito $\int_{-2\pi}^{2} f(x)dx$, essendo

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{4}{4+x^2} & \text{se } x \geq 0 \\ \cos x\sqrt{1+\text{sen}x} & \text{se } x < 0 \end{cases} \qquad .$$

Corso di laurea in Scienze Biologiche

Prova scritta di **Istituzioni di Matematiche (A–L)** del 9 giugno 1995

candidato		
cognome	nome	n.ro matricola

compito **1**

1

Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$\sqrt[4]{\frac{2x-1}{3x-1}} - \log(x+5) \quad .$$

2

È assegnato il sistema di equazioni lineari

$$(*) \qquad \begin{cases} x - y + 2z = 0 \\ x - y + 4z = 1 \end{cases} \quad .$$

Scrivere la definizione di soluzione del sistema $(*)$, risolverlo e trovarne infine, qualora ciò sia possibile, almeno una soluzione (x, y, z) verificante l'ulteriore condizione $xy < 0$.

3

Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 1} \frac{e^{x^2-x} - 1}{(1-x)\mathrm{arctg}\sqrt{x}} \quad .$$

4

a) Sia f una funzione reale definita in $\mathbb{R}$. Si dice che il punto $x_0 = 0$ è di massimo assoluto per la funzione f se ... (completare la definizione). Si dice che $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$ se ... (completare la definizione).

b) Completare (aggiungendo una o più righe) la seguente legge di definizione

$$f(x) = \begin{cases} 1 - 2^x & \text{se } \; x < 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \end{cases} \quad ,$$

in modo da ottenere una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ per la quale il punto $x_0 = 0$ sia di massimo assoluto e si abbia inoltre $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$.

5

Calcolare l'integrale definito $\int_{-1}^{9} f(x)dx$, essendo

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{5x+4}} & \text{se } x \geq 0 \\ \frac{1}{2} + \log(1-x) & \text{se } x < 0 \end{cases} \quad .$$

NOTA BENE. Il presente foglio deve essere riconsegnato assieme alla bella copia

Prova scritta di **Istituzioni di Matematiche (A–L)** del 9 giugno 1995

candidato		
cognome	nome	n.ro matricola

compito **2**

1

Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$\frac{\log(3-\sqrt{1-2x})}{\sqrt{x+2}} \quad .$$

2

È assegnato il sistema di equazioni lineari

$$(*) \qquad \begin{cases} x+3y+\ \ z=0 \\ x-2y+5z=5 \end{cases} \quad .$$

Scrivere la definizione di soluzione del sistema $(*)$, risolverlo e trovarne infine, qualora ciò sia possibile, almeno una soluzione (x,y,z) verificante l'ulteriore condizione $yz \geq 0$.

3

Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen}(x-x^2)}{x\sqrt{1+3^x}} \quad .$$

4

a) Sia f una funzione reale definita in $\mathbb{R}$. Si dice che la funzione f è continua nel punto $x_0 = 0$ se ... (completare la definizione). Si dice che la funzione f è derivabile nel punto $x_0 = 0$ se ... (completare la definizione).

b) Completare (aggiungendo una o più righe) la seguente legge di definizione

$$f(x) = \begin{cases} 1-e^x & \text{se } x<0 \\ \dots\dots\dots\dots\dots & \end{cases} \quad ,$$

in modo da ottenere una funzione $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la quale risulti continua ma non derivabile nel punto $x_0 = 0$.

5

Calcolare l'integrale definito $\int_{-2\pi}^{2} f(x)dx$, essendo

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{x+2} & \text{se } x \geq 0 \\ \operatorname{sen}^3 x & \text{se } x<0 \end{cases} \quad .$$

NOTA BENE. Il presente foglio deve essere riconsegnato assieme alla bella copia

Corso di laurea in Scienze Biologiche

Prova scritta di **Istituzioni di Matematiche (A–L)** del 9 giugno 1995

candidato		
cognome	nome	n.ro matricola

compito **3**

1

Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$\sqrt{1-\log_3(x+5)}-(x+3)^{-5}.$$

2

È assegnato il sistema di equazioni lineari

$$(*) \qquad \begin{cases} x+\ \ y-z=0 \\ 3x+2y+z=1 \end{cases} .$$

Scrivere la definizione di soluzione del sistema $(*)$, risolverlo e trovarne infine, qualora ciò sia possibile, almeno una soluzione (x,y,z) verificante l'ulteriore condizione $xy<0$.

3

Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 2}\frac{\operatorname{sen}^2(x-2)}{(x-2)\ \operatorname{sen}\pi x} .$$

4

a) Sia f una funzione reale definita in $\mathbb{R}$. Si dice che la funzione f è iniettiva se …(completare la definizione). Si dice che la funzione f è derivabile nel punto $x_0=0$ se …(completare la definizione).

b) Completare (aggiungendo una o più righe) la seguente legge di definizione

$$f(x)=\begin{cases} \cdots\cdots\cdots\cdots \\ x^3 \quad \text{se} \ \ x\geq 0 \end{cases} ,$$

in modo da ottenere una funzione $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la quale risulti derivabile nel punto $x_0=0$ ma non iniettiva.

5

Calcolare l'integrale definito $\int_{-1}^{1} f(x)dx$, essendo

$$f(x)=\begin{cases} x\mathrm{e}^{x^2} & \text{se } x\geq 0 \\ x^2\mathrm{e}^{x} & \text{se } x<0 \end{cases} .$$

NOTA BENE. Il presente foglio deve essere riconsegnato assieme alla bella copia

33333

Corso di laurea in Scienze Biologiche

Prova scritta di **Istituzioni di Matematiche (A–L)** del 9 giugno 1995

candidato		
cognome	nome	n.ro matricola

compito **4**

1

Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$\frac{\sqrt{72-4^x-2^x}}{x+4} \quad .$$

2

È assegnato il sistema di equazioni lineari

$$(*) \qquad \begin{cases} 2x + \ \ y + \ \ z = 0 \\ 4x + 2y + 3z = 2 \end{cases} \quad .$$

Scrivere la definizione di soluzione del sistema $(*)$, risolverlo e trovarne infine, qualora ciò sia possibile, almeno una soluzione (x, y, z) verificante l'ulteriore condizione $xy \geq 0$.

3

Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+\mathrm{arctg}2x}-1}{x\sqrt{4+x^2}} \quad .$$

4

a) Sia f una funzione reale definita in $\mathbb{R}$. Si dice che la funzione f è crescente nel punto $x_0 = 0$ se ... (completare la definizione). Si dice che la funzione f è continua in $\mathbb{R}$ se ... (completare la definizione).

b) Completare (aggiungendo una o più righe) la seguente legge di definizione

$$f(x) = \begin{cases} x^3 & \text{se } x \leq 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots & \end{cases} \qquad ,$$

in modo da ottenere una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la quale risulti crescente nel punto $x_0 = 0$ ma non continua in $\mathbb{R}$.

5

Calcolare l'integrale definito $\int_{-\pi}^{2} f(x)dx$, essendo

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2}{\sqrt{1+x^3}} & \text{se } x \geq 0 \\ x\cos x & \text{se } x < 0 \end{cases} \qquad .$$

NOTA BENE. Il presente foglio deve essere riconsegnato assieme alla bella copia

44444

Prova scritta di **Istituzioni di Matematiche (A–L)** del 9 giugno 1995

candidato		
cognome	nome	n.ro matricola

compito **5**

1

Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$\sqrt{\log_3^2 x - 2\log_3 x - 3} \quad .$$

2

È assegnato il sistema di equazioni lineari

$$(*) \qquad \begin{cases} 3x + 2y - \ \ z = 0 \\ \ \ x + \ \ y + \ \ z = 3 \end{cases} \quad .$$

Scrivere la definizione di soluzione del sistema $(*)$, risolverlo e trovarne infine, qualora ciò sia possibile, almeno una soluzione (x, y, z) verificante l'ulteriore condizione $yz \leq 0$.

3

Calcolare il limite

$$\lim_{x\to+\infty} \mathrm{e}^x \left(\frac{\pi}{2} - \mathrm{arctg} x\right) \quad .$$

4

a) Sia f una funzione reale definita in $\mathbb{R}$. Si dice che il punto $x_0 = 0$ è di massimo relativo per la funzione f se ... (completare la definizione). Si chiama codominio della funzione f l'insieme ... (completare la definizione).

b) Completare (aggiungendo una o più righe) la seguente legge di definizione

$$f(x) = \begin{cases} 1 - 5^x & \text{se } \ x < 0 \\ \dots\dots\dots\dots\dots \end{cases} \qquad ,$$

in modo da ottenere una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ per la quale il punto $x_0 = 0$ sia di massimo relativo e che abbia come codominio l'intervallo $]0, +\infty[$.

5

Calcolare l'integrale definito $\int_{-2\pi}^{2} f(x)dx$, essendo

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{4}{4 + x^2} & \text{se } x \geq 0 \\ \cos x\sqrt{1 + \mathrm{sen} x} & \text{se } x < 0 \end{cases} \qquad .$$

NOTA BENE. Il presente foglio deve essere riconsegnato assieme alla bella copia

Corso di laurea in Scienze Biologiche

Prova scritta di **Istituzioni di Matematiche (A–L)** del 9 giugno 1995

candidato		
cognome	nome	n.ro matricola

compito **6**

1

Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$\sqrt[4]{\frac{2x-1}{3x-1}} - \log(x+5) \quad .$$

2

È assegnato il sistema di equazioni lineari

$$(*) \qquad \begin{cases} x + 3y + \ \ z = 0 \\ x - 2y + 5z = 5 \end{cases} \quad .$$

Scrivere la definizione di soluzione del sistema $(*)$, risolverlo e trovarne infine, qualora ciò sia possibile, almeno una soluzione (x, y, z) verificante l'ulteriore condizione $yz \geq 0$.

3

Calcolare il limite

$$\lim_{x \to 2} \frac{\operatorname{sen}^2(x-2)}{(x-2)\ \operatorname{sen}\pi x} \quad .$$

4

a) Sia f una funzione reale definita in $\mathbb{R}$. Si dice che la funzione f è crescente nel punto $x_0 = 0$ se ...(completare la definizione). Si dice che la funzione f è continua in $\mathbb{R}$ se ...(completare la definizione).

b) Completare (aggiungendo una o più righe) la seguente legge di definizione

$$f(x) = \begin{cases} x^3 \quad \text{se} \ \ x \leq 0 \\ \ \ \ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases} \quad ,$$

in modo da ottenere una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la quale risulti crescente nel punto $x_0 = 0$ ma non continua in $\mathbb{R}$.

5

Calcolare l'integrale definito $\int_{-2\pi}^{2} f(x)dx$, essendo

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{4}{4+x^2} & \text{se } x \geq 0 \\ \cos x\sqrt{1+\operatorname{sen}x} & \text{se } x < 0 \end{cases} \quad .$$

NOTA BENE. Il presente foglio deve essere riconsegnato assieme alla bella copia

12345

Corso di laurea in Scienze Biologiche

Prova scritta di **Istituzioni di Matematiche (A–L)** del 9 giugno 1995

candidato		
cognome	nome	n.ro matricola

compito **7**

1

Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$\sqrt[4]{\frac{2x-1}{3x-1}} - \log(x+5) \quad .$$

2

È assegnato il sistema di equazioni lineari

$$(*) \qquad \begin{cases} x + \ \ y - z = 0 \\ 3x + 2y + z = 1 \end{cases} \quad .$$

Scrivere la definizione di soluzione del sistema $(*)$, risolverlo e trovarne infine, qualora ciò sia possibile, almeno una soluzione (x, y, z) verificante l'ulteriore condizione $xy < 0$.

3

Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen}(x - x^2)}{x\sqrt{1+3^x}} \quad .$$

4

a) Sia f una funzione reale definita in $\mathbb{R}$. Si dice che il punto $x_0 = 0$ è di massimo relativo per la funzione f se . . . (completare la definizione). Si chiama codominio della funzione f l'insieme . . . (completare la definizione).

b) Completare (aggiungendo una o più righe) la seguente legge di definizione

$$f(x) = \begin{cases} 1 - 5^x & \text{se} \ \ x < 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \end{cases} \quad ,$$

in modo da ottenere una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ per la quale il punto $x_0 = 0$ sia di massimo relativo e che abbia come codominio l'intervallo $]0, +\infty[$.

5

Calcolare l'integrale definito $\int_{-\pi}^{2} f(x)dx$, essendo

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2}{\sqrt{1+x^3}} & \text{se } x \geq 0 \\ x\cos x & \text{se } x < 0 \end{cases} \quad .$$

NOTA BENE. Il presente foglio deve essere riconsegnato assieme alla bella copia