

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**  
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**  
assegnato il 3 febbraio 1995 (tema n. 1)

**A**

**1**

Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} -3^x & \text{se } x \in ]-\infty, 0] \\ x\sqrt{x} & \text{se } x \in ]0, +\infty[ \end{cases} .$$

- Disegnare il grafico di  $f$ .
- Dire se  $f$  è monotona in  $\mathbb{R}$ . Giustificare la risposta.
- Provare che  $f$  è iniettiva.
- Trovare il dominio e la legge della funzione inversa.
- (Facoltativo) Disegnare il grafico della funzione inversa.

**2**

Risolvere il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x - 2y - z = 0 \\ -2x - y + 4z = -5 \\ x + 3y + kz = 0 \end{cases} ,$$

al variare del parametro  $k \in \mathbb{R}$ .

**3**

Calcolare i limiti

$$\lim_{z \rightarrow +\infty} (z^4 - \log_3 z) , \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} \left[ \left( \frac{x}{2-x} \right)^4 - \log_3 \left( \frac{x}{2-x} \right) \right] .$$

**4**

Sia  $F(x)$  una primitiva della funzione

$$f(x) = \frac{e^{4x} + x^3}{e^{4x} + x^4} .$$

Calcolare  $F(1) - F(0)$ . Calcolare  $F''(0)$ .

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**  
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**  
assegnato il 3 febbraio 1995 (tema n. 2)

**B**

**1**

Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} -4^x & \text{se } x \in ]-\infty, 1[ \\ \log_2 x & \text{se } x \in [1, +\infty[ \end{cases} .$$

- Disegnare il grafico di  $f$ .
- Dire se  $f$  è monotona in  $\mathbb{R}$ . Giustificare la risposta.
- Provare che  $f$  è iniettiva.
- Trovare il dominio e la legge della funzione inversa.
- (Facoltativo) Disegnare il grafico della funzione inversa.

**2**

Risolvere il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} 4x - y + 2z = 0 \\ x - y + z = 0 \\ 5x - 2y + kz = -3 \end{cases} ,$$

al variare del parametro  $k \in \mathbb{R}$ .

**3**

Calcolare i limiti

$$\lim_{z \rightarrow +\infty} (\sqrt{z} - \log_4 z) , \quad \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}^-} \left[ \sqrt{\operatorname{tg} x + 1} - \log_4 (\operatorname{tg} x + 1) \right] .$$

**4**

Sia  $F(x)$  una primitiva della funzione

$$f(x) = \frac{2x^3 - x}{x^4 - x^2 + 1} .$$

Calcolare  $F(2) - F(0)$ . Calcolare  $F''(1)$ .

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**  
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**  
assegnato il 3 febbraio 1995 (tema n. 3)

**C**

**1**

Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} 2^x & \text{se } x \in ]-\infty, 0] \\ -\frac{1}{\sqrt{x}} & \text{se } x \in ]0, +\infty[ \end{cases} .$$

- a) Disegnare il grafico di  $f$ .
- b) Dire se  $f$  è monotona in  $\mathbb{R}$ . Giustificare la risposta.
- c) Provare che  $f$  è iniettiva.
- d) Trovare il dominio e la legge della funzione inversa.
- e) (Facoltativo) Disegnare il grafico della funzione inversa.

**2**

Risolvere il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x + y - 5z = -7 \\ 5x - 2y + z = 0 \\ 6x - y + kz = 0 \end{cases} ,$$

al variare del parametro  $k \in \mathbb{R}$ .

**3**

Calcolare i limiti

$$\lim_{z \rightarrow -\infty} \left( \left( \frac{1}{3} \right)^z - z^2 \right) , \quad \lim_{x \rightarrow 1-} \left[ \left( \frac{1}{3} \right)^{\frac{x}{x-1}} - \left( \frac{x}{x-1} \right)^2 \right] .$$

**4**

Sia  $F(x)$  una primitiva della funzione

$$f(x) = \frac{x - \cos x}{x^2 + 3 - 2\sin x} .$$

Calcolare  $F(\pi) - F(0)$ . Calcolare  $F''(0)$ .

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**  
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**  
assegnato il 3 febbraio 1995 (tema n. 4)

**D**

**1**

Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} x^4 & \text{se } x \in ]-\infty, 0] \\ -\frac{1}{5^x} & \text{se } x \in ]0, +\infty[ \end{cases} .$$

- Disegnare il grafico di  $f$ .
- Dire se  $f$  è monotona in  $\mathbb{R}$ . Giustificare la risposta.
- Provare che  $f$  è iniettiva.
- Trovare il dominio e la legge della funzione inversa.
- (Facoltativo) Disegnare il grafico della funzione inversa.

**2**

Risolvere il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} 2x - 3y + 4z = 19 \\ 3x + 5y - z = 0 \\ 5x + 2y + kz = 0 \end{cases} ,$$

al variare del parametro  $k \in \mathbb{R}$ .

**3**

Calcolare i limiti

$$\lim_{z \rightarrow -\infty} \left( \left( \frac{1}{2} \right)^z + z \right) , \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \left[ \left( \frac{1}{2} \right)^{\frac{1}{\sin x}} + \frac{1}{\sin x} \right] .$$

**4**

Sia  $F(x)$  una primitiva della funzione

$$f(x) = \frac{x + \frac{1}{2}\sin x}{x^2 + 2 - \cos x} .$$

Calcolare  $F(\pi) - F(0)$ . Calcolare  $F''(0)$ .

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**  
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**  
assegnato il 24 febbraio 1995 (tema n. 1)

**A**

**1**

Studiare la funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita mediante la legge

$$f(x) = \begin{cases} 2x^3 - 6x - 3 & \text{se } x \in ]-\infty, 2] \\ \frac{2x}{x-1} & \text{se } x \in ]2, +\infty[ \end{cases}$$

e disegnarne il grafico.

N.B. Per quanto riguarda gli zeri di  $f$  si precisa che non occorre calcolarli ; bisogna però dire quanti sono e trovare inoltre, per ognuno di essi, un intervallo di ampiezza 1 che lo contiene.

**2**

Risolvere il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} 2x + y & - 4z = 0 \\ -x + 2y & + z = 0 \\ x + 3y - k(k+2)z & = k + 3 \end{cases} ,$$

al variare del parametro  $k \in \mathbb{R}$  .

**3**

Calcolare i limiti

$$\lim_{z \rightarrow +\infty} (z^4 - \log_3(z+2)) , \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} \left[ \left( \frac{x}{2-x} \right)^4 - \log_3 \left( \frac{x}{2-x} + 2 \right) \right] .$$

**4**

Calcolare gli integrali definiti

$$\int_0^1 \frac{e^{4x} + x^3}{(e^{4x} + x^4)^3} dx , \quad \int_0^3 \max\{x+3, 5-x\} dx .$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**  
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**  
assegnato il 24 febbraio 1995 (tema n. 2)

**B**

**1**

Studiare la funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita mediante la legge

$$f(x) = \begin{cases} -x^3 + 3x + 1 & \text{se } x \in ]-\infty, 2] \\ \frac{2x}{1-x} & \text{se } x \in ]2, +\infty[ \end{cases}$$

e disegnarne il grafico.

N.B. Per quanto riguarda gli zeri di  $f$  si precisa che non occorre calcolarli ; bisogna però dire quanti sono e trovare inoltre, per ognuno di essi, un intervallo di ampiezza 1 che lo contiene.

**2**

Risolvere il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} 4x & -y + 2z = 0 \\ x & -y + z = 0 \\ 5x - k(k+1)y + 3z = k+2 \end{cases} ,$$

al variare del parametro  $k \in \mathbb{R}$  .

**3**

Calcolare i limiti

$$\lim_{z \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{z+3} - \log_4 z \right) , \quad \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}^-} \left[ \sqrt{\operatorname{tg} x + 3} - \log_4 \operatorname{tg} x \right] .$$

**4**

Calcolare gli integrali definiti

$$\int_0^1 \frac{x^2 + \frac{1}{3(x+2)}}{(x^3 + \log(x+2))^2} dx , \quad \int_0^3 \max\{2x+3, 9-x\} dx .$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**  
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**  
assegnato il 24 febbraio 1995 (tema n. 3)

**C**

**1**

Studiare la funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita mediante la legge

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{5x}{1+x} & \text{se } x \in ]-\infty, -2[ \\ 2x^3 - 6x + 1 & \text{se } x \in [-2, +\infty[ \end{cases} .$$

e disegnarne il grafico.

N.B. Per quanto riguarda gli zeri di  $f$  si precisa che non occorre calcolarli ; bisogna però dire quanti sono e trovare inoltre, per ognuno di essi, un intervallo di ampiezza 1 che lo contiene.

**2**

Risolvere il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x + y - 5z = 0 \\ 5x - 2y + z = 0 \\ k(2k - 1)x - y - 4z = k - 2 \end{cases} ,$$

al variare del parametro  $k \in \mathbb{R}$  .

**3**

Calcolare i limiti

$$\lim_{z \rightarrow +\infty} \left( (z+1)^4 - \log_3 z \right) , \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} \left[ \left( \frac{x}{2-x} + 1 \right)^4 - \log_3 \left( \frac{x}{2-x} \right) \right] .$$

**4**

Calcolare gli integrali definiti

$$\int_0^{2\pi} \frac{x - \cos x}{(x^2 + 3 - 2\sin x)^3} dx , \quad \int_0^3 \min\{x+1, 5-x\} dx .$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**  
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**  
assegnato il 24 febbraio 1995 (tema n. 4)

**D**

**1**

Studiare la funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita mediante la legge

$$f(x) = \begin{cases} 2^{2x+7} & \text{se } x \in ]-\infty, -2[ \\ 3x^3 - 9x + 2 & \text{se } x \in [-2, +\infty[ \end{cases} .$$

e disegnarne il grafico.

N.B. Per quanto riguarda gli zeri di  $f$  si precisa che non occorre calcolarli ; bisogna però dire quanti sono e trovare inoltre, per ognuno di essi, un intervallo di ampiezza 1 che lo contiene.

**2**

Risolvere il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} 2x - 3y & - 5z = 0 \\ 3x + 5y & + z = 0 \\ 5x + 2y & - k(k+3)z = k-1 \end{cases} ,$$

al variare del parametro  $k \in \mathbb{R}$  .

**3**

Calcolare i limiti

$$\lim_{z \rightarrow +\infty} (4^z - (z+2)^2) \quad , \quad \lim_{x \rightarrow \pi^-} \left[ 4^{\frac{1}{\operatorname{sen} x}} + \left( \frac{1}{\operatorname{sen} x} + 2 \right)^2 \right] .$$

**4**

Calcolare gli integrali definiti

$$\int_0^\pi \frac{x + \frac{1}{2}\operatorname{sen} x}{(x^2 + 2 - \cos x)^3} dx \quad , \quad \int_0^4 \max\{x-2, 3-4x\} dx .$$



Corso di laurea in **Scienze Biologiche**  
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**  
assegnato il 24 febbraio 1995 (tema n. 5)

**E**

**1**

Studiare la funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita mediante la legge

$$f(x) = \begin{cases} 3x^3 - 9x - 2 & \text{se } x \in ]-\infty, 2] \\ \frac{4x}{x-1} & \text{se } x \in ]2, +\infty[ \end{cases}$$

e disegnarne il grafico.

N.B. Per quanto riguarda gli zeri di  $f$  si precisa che non occorre calcolarli ; bisogna però dire quanti sono e trovare inoltre, per ognuno di essi, un intervallo di ampiezza 1 che lo contiene.

**2**

Risolvere il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} 2x + y - 3z = 0 \\ x - 3y + 4z = 0 \\ k(4k - 1)x - 2y + z = k - 1 \end{cases},$$

al variare del parametro  $k \in \mathbb{R}$ .

**3**

Calcolare i limiti

$$\lim_{z \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{z} - \log_4(z + 5) \right), \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} \left[ \sqrt{\frac{2x-1}{x-2}} - \log_4 \left( \frac{2x-1}{x-2} + 5 \right) \right].$$

**4**

Calcolare gli integrali definiti

$$\int_0^1 \frac{\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{2}{x+2}}{(\sqrt{x} + \log(x+2))^2} dx, \quad \int_0^4 \min\{x+5, 9-x\} dx.$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**  
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**  
assegnato il 24 febbraio 1995 (tema n. 6)

**F**

**1**

Studiare la funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita mediante la legge

$$f(x) = \begin{cases} 4x^3 + 6x^2 + 3 & \text{se } x \in ] -\infty, \frac{1}{2}] \\ \left(\frac{1}{3}\right)^{2x-3} & \text{se } x \in ]\frac{1}{2}, +\infty[ \end{cases}$$

e disegnarne il grafico.

N.B. Per quanto riguarda gli zeri di  $f$  si precisa che non occorre calcolarli ; bisogna però dire quanti sono e trovare inoltre, per ognuno di essi, un intervallo di ampiezza 1 che lo contiene.

**2**

Risolvere il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} 4x & -y + 2z = 0 \\ 3x & + 2y - 5z = 0 \\ 7x + k(2k - 1)y - 3z = k + \frac{1}{2} \end{cases},$$

al variare del parametro  $k \in \mathbb{R}$ .

**3**

Calcolare i limiti

$$\lim_{z \rightarrow +\infty} (4^{z+3} - z^2), \quad \lim_{x \rightarrow 2\pi+} \left[ 4^{\frac{1}{\sin x} + 3} - \frac{1}{\sin^2 x} \right].$$

**4**

Calcolare gli integrali definiti

$$\int_0^1 \frac{e^{4x} + x}{(e^{4x} + 2x^2)^3} dx, \quad \int_0^5 \min\{2x - 1, 8 - x\} dx.$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**  
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**  
assegnato il 7 aprile 1995 (tema n. 1)

**A**

**1**

Disegnare il grafico della funzione reale di variabile reale

$$f(x) = \max\{x + 3, 5 - x\} \quad .$$

Calcolare l'integrale  $\int_0^3 f(x)dx$  .

Trovare una funzione  $F$  primitiva di  $f$  in tutto  $\mathbb{R}$ .

**2**

Dire, motivando la risposta, quali dei seguenti limiti esistono e quali no:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \cos 6x \quad , \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} 6^x \cos 6x \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 6x}{6^x - 1} \quad .$$

**3**

Di un parallelogrammo  $ABCD$  si conoscono le coordinate di due vertici consecutivi:  $A = (-2, 5)$ ,  $B = (4, -1)$  . Si sa inoltre che il lato  $CD$  è tangente nel suo punto medio  $M$  alla parabola  $\Gamma$  di vertice  $V = (-1, 0)$  e fuoco  $F = (-1, 1)$  .

Calcolare la lunghezza del lato  $AB$  e scrivere l'equazione della retta che lo contiene.

Scrivere l'equazione di  $\Gamma$  .

Trovare le coordinate di  $M$  .

Calcolare il perimetro del parallelogrammo.

**4**

Per un guasto della stampante la legge di definizione di una funzione  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  appare scritta nel modo seguente:

$$g(x) = \begin{cases} 3^{x+1} & \text{se } x \in ] - \infty, 0] \\ \clubsuit\clubsuit & \text{se } x \in ]0, +\infty[ \end{cases} \quad .$$

Che cosa si può scrivere al posto di  $\clubsuit\clubsuit$  per far sì che la funzione  $g$  risulti

- a) continua?
- b) iniettiva?
- c) dotata di massimo assoluto?

Giustificare le risposte date.

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**  
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**  
assegnato il 7 aprile 1995 (tema n. 2)

**B**

**1**

Disegnare il grafico della funzione reale di variabile reale

$$f(x) = \min\{2x - 1, 8 - x\} \quad .$$

Calcolare l'integrale  $\int_0^5 f(x)dx$  .

Trovare una funzione  $F$  primitiva di  $f$  in tutto  $\mathbb{R}$ .

**2**

Dire, motivando la risposta, quali dei seguenti limiti esistono e quali no:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{sen}4x \quad , \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^4 + \operatorname{sen}4x) \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}4x}{4^x - 1} \quad .$$

**3**

Di un parallelogrammo  $ABCD$  si conoscono le coordinate di due vertici consecutivi:  $A = (-1, -4)$ ,  $B = (5, 2)$  . Si sa inoltre che il lato  $CD$  è tangente nel suo punto medio  $M$  alla parabola  $\Gamma$  di vertice  $V = (0, 2)$  e fuoco  $F = (0, 3)$  .

Calcolare la lunghezza del lato  $AB$  e scrivere l'equazione della retta che lo contiene.

Scrivere l'equazione di  $\Gamma$  .

Trovare le coordinate di  $M$  .

Calcolare il perimetro del parallelogrammo.

**4**

Per un guasto della stampante la legge di definizione di una funzione  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  appare scritta nel modo seguente:

$$g(x) = \begin{cases} 3^x - 2 & \text{se } x \in ] - \infty, 0] \\ \clubsuit\clubsuit & \text{se } x \in ]0, +\infty[ \end{cases} \quad .$$

Che cosa si può scrivere al posto di  $\clubsuit\clubsuit$  per far sì che la funzione  $g$  risulti

- a) continua?
- b) iniettiva?
- c) dotata di massimo assoluto?

Giustificare le risposte date.

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**  
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**  
assegnato il 7 aprile 1995 (tema n. 3)

**C**

**1**

Disegnare il grafico della funzione reale di variabile reale

$$f(x) = \max\{2x + 3, 9 - x\} \quad .$$

Calcolare l'integrale  $\int_0^3 f(x)dx$  .

Trovare una funzione  $F$  primitiva di  $f$  in tutto  $\mathbb{R}$ .

**2**

Dire, motivando la risposta, quali dei seguenti limiti esistono e quali no:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sin 5x \quad , \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 + \sin 5x) \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{x^2} \quad .$$

**3**

Di un parallelogrammo  $ABCD$  si conoscono le coordinate di due vertici consecutivi:  $A = (3, 7)$ ,  $B = (7, -1)$  . Si sa inoltre che il lato  $CD$  è tangente nel suo punto medio  $M$  alla parabola  $\Gamma$  di vertice  $V = (-1, 0)$  e fuoco  $F = (-1, -1)$  .

Calcolare la lunghezza del lato  $AB$  e scrivere l'equazione della retta che lo contiene.

Scrivere l'equazione di  $\Gamma$  .

Trovare le coordinate di  $M$  .

Calcolare il perimetro del parallelogrammo.

**4**

Per un guasto della stampante la legge di definizione di una funzione  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  appare scritta nel modo seguente:

$$g(x) = \begin{cases} \clubsuit\clubsuit & \text{se } x \in ]-\infty, 1[ \\ \frac{1}{x^2} + 1 & \text{se } x \in [1, +\infty[ \end{cases} \quad .$$

Che cosa si può scrivere al posto di  $\clubsuit\clubsuit$  per far sì che la funzione  $g$  risulti

- a) continua?
- b) iniettiva?
- c) dotata di massimo assoluto?

Giustificare le risposte date.

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**  
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**  
assegnato il 7 aprile 1995 (tema n. 4)

**D**

**1**

Disegnare il grafico della funzione reale di variabile reale

$$f(x) = \min\{x + 5, 9 - x\} \quad .$$

Calcolare l'integrale  $\int_0^4 f(x)dx$  .

Trovare una funzione  $F$  primitiva di  $f$  in tutto  $\mathbb{R}$ .

**2**

Dire, motivando la risposta, quali dei seguenti limiti esistono e quali no:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sin 3x \quad , \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 - \sin 3x) \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x^2} \quad .$$

**3**

Di un parallelogrammo  $ABCD$  si conoscono le coordinate di due vertici consecutivi:  $A = (-1, -1)$ ,  $B = (5, 2)$  . Si sa inoltre che il lato  $CD$  è tangente nel suo punto medio  $M$  alla parabola  $\Gamma$  di vertice  $V = (0, 3)$  e fuoco  $F = (0, -1)$  .

Calcolare la lunghezza del lato  $AB$  e scrivere l'equazione della retta che lo contiene.

Scrivere l'equazione di  $\Gamma$  .

Trovare le coordinate di  $M$  .

Calcolare il perimetro del parallelogrammo.

**4**

Per un guasto della stampante la legge di definizione di una funzione  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  appare scritta nel modo seguente:

$$g(x) = \begin{cases} -2^{x+2} & \text{se } x \in ] - \infty, 0] \\ \clubsuit\clubsuit & \text{se } x \in ]0, +\infty[ \end{cases} \quad .$$

Che cosa si può scrivere al posto di  $\clubsuit\clubsuit$  per far sì che la funzione  $g$  risulti

- a) continua?
- b) iniettiva?
- c) dotata di massimo assoluto?

Giustificare le risposte date.

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**  
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**  
assegnato il 7 aprile 1995 (tema n. 5)

**E**

**1**

Disegnare il grafico della funzione reale di variabile reale

$$f(x) = \min\{x + 1, 5 - x\} \quad .$$

Calcolare l'integrale  $\int_0^3 f(x)dx$  .

Trovare una funzione  $F$  primitiva di  $f$  in tutto  $\mathbb{R}$ .

**2**

Dire, motivando la risposta, quali dei seguenti limiti esistono e quali no:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \operatorname{sen}(x + 2) \quad , \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x - \operatorname{sen}(x + 2)) \quad , \quad \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\operatorname{sen}(x + 2)}{(x + 2)^3} \quad .$$

**3**

Di un parallelogrammo  $ABCD$  si conoscono le coordinate di due vertici consecutivi:  $A = (-1, 0)$ ,  $B = (1, 8)$  . Si sa inoltre che il lato  $CD$  è tangente nel suo punto medio  $M$  alla parabola  $\Gamma$  di vertice  $V = (-2, 0)$  e fuoco  $F = (-2, -\frac{1}{4})$  .

Calcolare la lunghezza del lato  $AB$  e scrivere l'equazione della retta che lo contiene.

Scrivere l'equazione di  $\Gamma$  .

Trovare le coordinate di  $M$  .

Calcolare il perimetro del parallelogrammo.

**4**

Per un guasto della stampante la legge di definizione di una funzione  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  appare scritta nel modo seguente:

$$g(x) = \begin{cases} -5^x + 3 & \text{se } x \in ] - \infty, 0] \\ \clubsuit\clubsuit & \text{se } x \in ]0, +\infty[ \end{cases} \quad .$$

Che cosa si può scrivere al posto di  $\clubsuit\clubsuit$  per far sì che la funzione  $g$  risulti

a) continua?

b) iniettiva?

c) dotata di massimo assoluto?

Giustificare le risposte date.

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**  
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**  
assegnato il 7 aprile 1995 (tema n. 6)

**F**

**1**

Disegnare il grafico della funzione reale di variabile reale

$$f(x) = \max\{x - 2, 3 - 4x\} \quad .$$

Calcolare l'integrale  $\int_0^4 f(x)dx$  .

Trovare una funzione  $F$  primitiva di  $f$  in tutto  $\mathbb{R}$ .

**2**

Dire, motivando la risposta, quali dei seguenti limiti esistono e quali no:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \cos 7x \quad , \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (7^x + \cos 7x) \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^3 7x}{x^7} \quad .$$

**3**

Di un parallelogrammo  $ABCD$  si conoscono le coordinate di due vertici consecutivi:  $A = (4, -2)$ ,  $B = (8, 6)$  . Si sa inoltre che il lato  $CD$  è tangente nel suo punto medio  $M$  alla parabola  $\Gamma$  di vertice  $V = (2, 0)$  e fuoco  $F = (2, \frac{1}{4})$  .

Calcolare la lunghezza del lato  $AB$  e scrivere l'equazione della retta che lo contiene.

Scrivere l'equazione di  $\Gamma$  .

Trovare le coordinate di  $M$  .

Calcolare il perimetro del parallelogrammo.

**4**

Per un guasto della stampante la legge di definizione di una funzione  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  appare scritta nel modo seguente:

$$g(x) = \begin{cases} \clubsuit\clubsuit & \text{se } x \in ] - \infty, 1[ \\ 4^{-x} & \text{se } x \in [1, +\infty[ \end{cases} \quad .$$

Che cosa si può scrivere al posto di  $\clubsuit\clubsuit$  per far sì che la funzione  $g$  risulti

a) continua?

b) iniettiva?

c) dotata di massimo assoluto?

Giustificare le risposte date.



Corso di laurea in **Scienze Biologiche**  
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**  
assegnato il 20 settembre 1995 (tema n. 1)

**A**

**1**

Trovare l'estremo inferiore e l'estremo superiore della funzione reale di variabile definita mediante la legge

$$f(x) = \begin{cases} 2^{x^3-4x} & \text{se } x \in ]-\infty, -2] \\ \sqrt{|x-1|+1} & \text{se } x \in ]-2, 2] \end{cases},$$

precisando se l'estremo inferiore è minimo e l'estremo superiore è massimo.

**2**

In un piano cartesiano sono assegnati i punti  $A = (-4, -1)$ ,  $B = (0, 2)$ ,  $C = (6, -6)$ .

Trovare un altro punto  $D$  tale che il triangolo  $ABD$  sia rettangolo in  $A$  ed abbia area uguale a quella del triangolo  $ABC$ .

**3**

Per ognuna delle seguenti successioni decidere in merito all'esistenza del limite:

$$\{n^2 - n\}, \{n^2 - (-1)^n n\}, \{(-1)^n n^2 - n\}.$$

**4**

Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^{\frac{3}{5}} (5x+2)\sqrt{5x+1} dx$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**  
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**  
assegnato il 20 settembre 1995 (tema n. 2)

**B**

**1**

Trovare l'estremo inferiore e l'estremo superiore della funzione reale di variabile definita mediante la legge

$$f(x) = \begin{cases} 2^{-|1-x|} & \text{se } x \in ]-\infty, 2[ \\ \sqrt{64 + 4x - x^3} & \text{se } x \in [2, 4] \end{cases},$$

precisando se l'estremo inferiore è minimo e l'estremo superiore è massimo.

**2**

In un piano cartesiano sono assegnati i punti  $A = (0, 3)$ ,  $B = (3, 2)$ ,  $C = (3, -8)$ .

Trovare un altro punto  $D$  tale che il triangolo  $ABD$  sia rettangolo in  $B$  ed abbia area uguale a quella del triangolo  $ABC$ .

**3**

Per ognuna delle seguenti successioni decidere in merito all'esistenza del limite:

$$\left\{ \frac{n}{n^2 + 1} \right\}, \left\{ \frac{(-1)^n n}{n^2 + 1} \right\}, \left\{ \frac{(-1)^n n}{n + 1} \right\}.$$

**4**

Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^{\frac{5}{3}} (3x + 5)\sqrt{3x + 4} dx$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**  
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**  
assegnato il 9 ottobre 1995 (tema n. 1)

**A**

**1**

Trovare l'estremo inferiore e l'estremo superiore della funzione reale di variabile definita mediante la legge

$$f(x) = \begin{cases} \frac{20x}{x^2 + 4} & \text{se } x \in ]-\infty, 1] \\ 5 + 2x - x^3 & \text{se } x \in ]1, 2] \end{cases},$$

precisando se l'estremo inferiore è minimo e l'estremo superiore è massimo.

**2**

In un piano cartesiano sono assegnati i punti  $A = (-4, -2)$ ,  $B = (0, 6)$ ,  $C = (2, 0)$ .

Trovare un altro punto  $D$  tale che il triangolo  $ABD$  sia rettangolo in  $B$  ed abbia area uguale a quella del triangolo  $ABC$ .

**3**

Calcolare il limite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^{-x} + \sqrt{x+2})(e^x - \sqrt{x+2}) .$$

**4**

Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^{\frac{3}{5}} \frac{5x+2}{\sqrt{5x+1}} dx$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**  
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**  
assegnato l 9 ottobre 1995 (tema n. 2)

**B**

**1**

Trovare l'estremo inferiore e l'estremo superiore della funzione reale di variabile definita mediante la legge

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 4x - 5 & \text{se } x \in [-1, 0[ \\ \frac{12(1-x)}{3+x^2} & \text{se } x \in [0, +\infty[ \end{cases} ,$$

precisando se l'estremo inferiore è minimo e l'estremo superiore è massimo.

**2**

In un piano cartesiano sono assegnati i punti  $A = (0, -1)$ ,  $B = (-4, -3)$ ,  $C = (-8, 0)$ .

Trovare un altro punto  $D$  tale che il triangolo  $ABD$  sia rettangolo in  $A$  ed abbia area uguale a quella del triangolo  $ABC$  .

**3**

Calcolare il limite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{1}{x^2} + \log x \right) (x^2 - \log x) \quad .$$

**4**

Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^{\frac{5}{3}} \frac{3x+5}{\sqrt{3x+4}} dx$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**  
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**  
assegnato il 4 dicembre 1995 (tema n. 1)

**A**

**1**

Disegnare il grafico della funzione

$$f(x) = \max\left\{x - \frac{5}{2}, -2x(x - 2) + \frac{5}{2}\right\}, \quad x \in \mathbb{R},$$

evidenziando, in particolare, i punti che esso ha in comune con gli assi coordinati.

Trovare tutti i punti  $x_0 \in \mathbb{R}$  nei quali la funzione  $f$  non è derivabile e tutti quelli che sono di estremo relativo per  $f$ . Giustificare quanto asserito.

**2**

Di un parallelogrammo  $ABCD$  si conoscono le coordinate di due vertici consecutivi:  $A = (-1, 9)$ ,  $B = (-3, 6)$  e quelle del punto di incontro delle diagonali:  $M = (-\frac{1}{2}, 3)$ .

Scrivere le equazioni delle quattro rette contenenti i lati del parallelogrammo.

**3**

Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3 - 2x} - 1}{(\operatorname{sen} \pi x) \sqrt{1 + 3^x}}.$$

**4**

Calcolare gli integrali definiti:

$$\int_0^{\log 2} e^x \sqrt{5e^x - 1} \, dx, \quad \int_0^\pi \frac{\cos x - \operatorname{sen} x}{(\operatorname{sen} x + \cos x + 3)^2} \, dx.$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**  
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**  
assegnato il 4 dicembre 1995 (tema n. 2)

**B**

**1**

Disegnare il grafico della funzione

$$f(x) = \min\left\{x + \frac{1}{2}, 2x(x - 1) - \frac{3}{2}\right\} \quad , \quad x \in \mathbb{R} \quad ,$$

evidenziando, in particolare, i punti che esso ha in comune con gli assi coordinati.

Trovare tutti i punti  $x_0 \in \mathbb{R}$  nei quali la funzione  $f$  non è derivabile e tutti quelli che sono di estremo relativo per  $f$ . Giustificare quanto asserito.

**2**

Di un parallelogrammo  $ABCD$  si conoscono le coordinate di due vertici consecutivi:  $A = (4, -4)$ ,  $B = (2, 1)$  e quelle del punto di incontro delle diagonali:  $M = (1, -2)$ .

Scrivere le equazioni delle quattro rette contenenti i lati del parallelogrammo.

**3**

Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2 - e^x} - 1}{\sqrt{\frac{2-x}{1+x}} \operatorname{sen} 2x} .$$

**4**

Calcolare gli integrali definiti:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \sqrt{8 \operatorname{sen} x + 1} \, dx \quad , \quad \int_0^2 x e^{x^2-4} \, dx \quad .$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**  
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**  
assegnato il 4 dicembre 1995 (tema n. 3)

**C**

**1**

Disegnare il grafico della funzione

$$f(x) = \max\left\{-x - \frac{1}{2}, 2x(x - 2) - \frac{5}{2}\right\} \quad , \quad x \in \mathbb{R} \quad ,$$

evidenziando, in particolare, i punti che esso ha in comune con gli assi coordinati.

Trovare tutti i punti  $x_0 \in \mathbb{R}$  nei quali la funzione  $f$  non è derivabile e tutti quelli che sono di estremo relativo per  $f$ . Giustificare quanto asserito.

**2**

Di un parallelogrammo  $ABCD$  si conoscono le coordinate di due vertici consecutivi:  $A = (1, -8)$ ,  $B = (4, -4)$  e quelle del punto di incontro delle diagonali:  $M = (\frac{1}{2}, -2)$ .

Scrivere le equazioni delle quattro rette contenenti i lati del parallelogrammo.

**3**

Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2-x} - 1}{(1-x^2)\text{sen}\frac{\pi}{2x}} \quad .$$

**4**

Calcolare gli integrali definiti:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\text{sen}x}{\sqrt{5\cos x + 4}} dx \quad , \quad \int_0^2 2^{|x-1|} dx \quad .$$