

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**
assegnato il 9 febbraio 1994 (tema n. 1)

A

1

Disegnare il grafico della funzione reale di variabile reale

$$f(x) = \left|6 - \frac{1}{2}x\right| + \left|3 - \frac{3}{4}x\right| - 9 \quad .$$

Trovare quattro punti che appartengano al grafico di f e siano i vertici di un trapezio.

2

Sia $f :] - \infty, 0[\rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} \log_{\frac{1}{4}}(x^2 - x + 2) & \text{se } x \in] - \infty, 0[\setminus \{-1\} \\ c & \text{se } x = -1 \end{cases} \quad ,$$

essendo c un parametro reale.

Per quali valori di c la funzione f è continua?

Per quali valori di c la f è iniettiva?

3

Sia $F(x)$ una primitiva della funzione

$$f(x) = \frac{2x^3 + 3x}{\sqrt{x^4 + 3x^2 + 1}} \quad .$$

Calcolare $F(1) - F(0)$. Calcolare $F''(1)$.

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**
assegnato il 9 febbraio 1994 (tema n. 2)

B

1

Disegnare il grafico della funzione reale di variabile reale

$$f(x) = 10 - |2 - \frac{1}{2}x| - |8 - x| \quad .$$

Trovare quattro punti che appartengano al grafico di f e siano i vertici di un trapezio.

2

Sia $f :] - \infty, 0[\rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{3}\right)^{2+x-3x^2} & \text{se } x \in] - \infty, 0[\setminus \{-1\} \\ c & \text{se } x = -1 \end{cases} \quad ,$$

essendo c un parametro reale.

Per quali valori di c la funzione f è continua?

Per quali valori di c la f è iniettiva?

3

Sia $F(x)$ una primitiva della funzione

$$f(x) = \frac{e^{2x} + x}{\sqrt{e^{2x} + x^2}} \quad .$$

Calcolare $F(1) - F(0)$. Calcolare $F''(1)$.

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**
assegnato il 9 febbraio 1994 (tema n. 3)

C

1

Disegnare il grafico della funzione reale di variabile reale

$$f(x) = |2 - \frac{1}{2}x| - |2 - x| - 5 \quad .$$

Trovare quattro punti che appartengano al grafico di f e siano i vertici di un trapezio.

2

Sia $f :] - \infty, 0[\rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{4}\right)^{2+x-x^2} & \text{se } x \in] - \infty, 0[\setminus \{-1\} \\ c & \text{se } x = -1 \end{cases} \quad ,$$

essendo c un parametro reale.

Per quali valori di c la funzione f è continua?

Per quali valori di c la f è iniettiva?

3

Sia $F(x)$ una primitiva della funzione

$$f(x) = \frac{\operatorname{sen}x - \cos x}{\sqrt{3 + \operatorname{sen}x + \cos x}} \quad .$$

Calcolare $F(\pi) - F(0)$. Calcolare $F''(0)$.

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**
assegnato il 9 febbraio 1994 (tema n. 4)

D

1

Disegnare il grafico della funzione reale di variabile reale

$$f(x) = 11 - \left| 2 - \frac{2}{3}x \right| - |9 - x| \quad .$$

Trovare quattro punti che appartengano al grafico di f e siano i vertici di un trapezio.

2

Sia $f :] - \infty, 0[\rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} \log_{\frac{1}{3}}(7x^2 - x + 1) & \text{se } x \in] - \infty, 0[\setminus \{-1\} \\ c & \text{se } x = -1 \end{cases} \quad ,$$

essendo c un parametro reale.

Per quali valori di c la funzione f è continua?

Per quali valori di c la f è iniettiva?

3

Sia $F(x)$ una primitiva della funzione

$$f(x) = \frac{x - \frac{1}{2}\text{sen}x}{\sqrt{x^2 + 1 + \text{cos}x}} \quad .$$

Calcolare $F(\pi) - F(0)$. Calcolare $F''(\pi)$.

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**
assegnato il 28 febbraio 1994 (tema n. 1)

A

1

Scrivere l'equazione della circonferenza di raggio $\frac{5}{2}$ che passa per $A = (-\frac{3}{2}, -4)$, $B = (\frac{5}{2}, -2)$ e non contiene punti con ordinata positiva.

2

Sia $f :] - \infty, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} 1000^{\frac{x^2+1}{2-x}} & \text{se } x \in] - \infty, 1] \setminus \{-3\} \\ c & \text{se } x = -3 \end{cases} ,$$

essendo c un parametro reale.

Sia g la restrizione di f all'intervallo $] - \infty, -3]$.

Esistono valori di c per i quali f è iniettiva? Se sí, dire quali sono.

Esistono valori di c per i quali g è iniettiva? Se sí, dire quali sono.

3

Calcolare i seguenti integrali indefiniti:

$$\int \frac{x}{x^2 - 4x - 5} dx \quad , \quad \int \frac{x}{x^2 - 4x + 5} dx \quad .$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**
assegnato il 28 febbraio 1994 (tema n. 2)

B

1

Scrivere l'equazione della circonferenza di raggio $\sqrt{10}$ che passa per $A = (-2, -1)$, $B = (-4, 3)$ e non contiene punti con ascissa positiva.

2

Sia $f :] - \infty, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} \left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{x^2+1}{3-x}} & \text{se } x \in] - \infty, 1] \setminus \{-2\} \\ c & \text{se } x = -2 \end{cases},$$

essendo c un parametro reale.

Sia g la restrizione di f all'intervallo $] - \infty, -2]$.

Esistono valori di c per i quali f è iniettiva? Se sí, dire quali sono.

Esistono valori di c per i quali g è iniettiva? Se sí, dire quali sono.

3

Calcolare i seguenti integrali indefiniti:

$$\int \frac{x}{x^2 + 2x - 8} dx, \quad \int \frac{x}{x^2 + 2x + 8} dx.$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**
assegnato il 28 febbraio 1994 (tema n. 3)

C

1

Scrivere l'equazione della circonferenza di raggio $\frac{5}{2}$ che passa per $A = (-\frac{5}{2}, 2)$, $B = (2, \frac{7}{2})$ e non contiene punti con ordinata negativa.

2

Sia $f :] - \infty, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} 4^{\frac{x^2+2}{3-x}} & \text{se } x \in] - \infty, 1] \setminus \{-\frac{5}{2}\} \\ c & \text{se } x = -\frac{5}{2} \end{cases},$$

essendo c un parametro reale.

Sia g la restrizione di f all'intervallo $] - \infty, -\frac{5}{2}]$.

Esistono valori di c per i quali f è iniettiva? Se sí, dire quali sono.

Esistono valori di c per i quali g è iniettiva? Se sí, dire quali sono.

3

Calcolare i seguenti integrali indefiniti:

$$\int \frac{x}{x^2 + 2x - 15} dx, \quad \int \frac{x}{x^2 + 2x + 15} dx.$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**
assegnato il 28 febbraio 1994 (tema n. 4)

D

1

Scrivere l'equazione della circonferenza di raggio $\sqrt{10}$ che passa per $A = (5, 3)$, $B = (1, -1)$ e non contiene punti con ascissa negativa.

2

Sia $f :] - \infty, 0] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} 8^{\frac{x^2+4}{2-x}} & \text{se } x \in] - \infty, 0] \setminus \{-2\} \\ c & \text{se } x = -2 \end{cases} ,$$

essendo c un parametro reale.

Sia g la restrizione di f all'intervallo $] - \infty, -2]$.

Esistono valori di c per i quali f è iniettiva? Se sí, dire quali sono.

Esistono valori di c per i quali g è iniettiva? Se sí, dire quali sono.

3

Calcolare i seguenti integrali indefiniti:

$$\int \frac{x}{x^2 + 2x - 3} dx \quad , \quad \int \frac{x}{x^2 + 2x + 3} dx \quad .$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**
assegnato il 12 aprile 1994 (tema n. 1)

A

1

Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita mediante la legge:

$$f(x) = \begin{cases} 2x^3 - 6x - 3 & \text{se } x \in]-\infty, 0[\\ -2^{x+2} & \text{se } x \in [0, 1] \\ -\frac{6}{x^2 + x} & \text{se } x \in]1, +\infty[\end{cases} .$$

Studiare la monotonia della funzione f e trovare i punti di estremo relativo per f , precisando se tali punti sono anche di estremo assoluto. Giustificare le risposte date.

2

Dire, motivando la risposta, quali dei seguenti limiti esistono e quali no:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \cos 6x \quad , \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} 6^x \cos 6x \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 6x}{6^x - 1} .$$

3

È assegnato il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x - y & + z = 0 \\ 2x & - z = 1 \\ 3x - y + (\lambda^2 - \lambda)z = \lambda \end{cases} ,$$

essendo λ un parametro reale.

a) Esistono valori di λ per i quali il sistema è indeterminato? Se sí, risolvere il sistema per tali valori di λ .

b) Risolvere il sistema nel caso $\lambda = 2$.

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**
assegnato il 12 aprile 1994 (tema n. 2)

B

1

Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita mediante la legge:

$$f(x) = \begin{cases} 3x^3 - 9x - 2 & \text{se } x \in]-\infty, 0[\\ 10 - 4^{x+1} & \text{se } x \in [0, 1[\\ -\frac{4}{x^2 + x} & \text{se } x \in [1, +\infty[\end{cases} .$$

Studiare la monotonia della funzione f e trovare i punti di estremo relativo per f , precisando se tali punti sono anche di estremo assoluto. Giustificare le risposte date.

2

Dire, motivando la risposta, quali dei seguenti limiti esistono e quali no:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \text{sen}4x \quad , \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^4 + \text{sen}4x) \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}4x}{4^x - 1} .$$

3

È assegnato il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} -x + 2y - z = 0 \\ y + 2z = 2 \\ (3 - \lambda^2)x + 3y + z = \lambda \end{cases} ,$$

essendo λ un parametro reale.

a) Esistono valori di λ per i quali il sistema è indeterminato? Se sí, risolvere il sistema per tali valori di λ .

b) Risolvere il sistema nel caso $\lambda = 1$.

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**
assegnato il 12 aprile 1994 (tema n. 3)

C

1

Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita mediante la legge:

$$f(x) = \begin{cases} 4x^3 + 6x^2 + 3 & \text{se } x \in]-\infty, 0] \\ 1 + \cos \pi x & \text{se } x \in]0, 1] \\ 3^{2-x} & \text{se } x \in]1, +\infty[\end{cases} .$$

Studiare la monotonia della funzione f e trovare i punti di estremo relativo per f , precisando se tali punti sono anche di estremo assoluto. Giustificare le risposte date.

2

Dire, motivando la risposta, quali dei seguenti limiti esistono e quali no:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sin 5x, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 + \sin 5x), \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{x^2} .$$

3

È assegnato il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ 3x - 2y = \frac{1}{2} \\ 4x - y + (\lambda^2 + \frac{3}{4})z = \lambda \end{cases} ,$$

essendo λ un parametro reale.

a) Esistono valori di λ per i quali il sistema è indeterminato? Se sí, risolvere il sistema per tali valori di λ .

b) Risolvere il sistema nel caso $\lambda = 1$.

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**
assegnato il 12 aprile 1994 (tema n. 4)

D

1

Studiare la monotonia della funzione f e trovare i punti di estremo relativo per f , precisando se tali punti sono anche di estremo assoluto. Giustificare le risposte date.

2

Dire, motivando la risposta, quali dei seguenti limiti esistono e quali no:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \operatorname{sen} 3x, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 - \operatorname{sen} 3x), \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} 3x}{x^2}.$$

3

È assegnato il sistema di equazioni lineari

$$\left\{ \begin{array}{l} -2x + y - z = 0 \\ 2x + 3z = 1 \\ \lambda(\lambda - 3)x + y + 2z = \frac{\lambda}{3} \end{array} \right.,$$

essendo λ un parametro reale.

a) Esistono valori di λ per i quali il sistema è indeterminato? Se sí, risolvere il sistema per tali valori di λ .

b) Risolvere il sistema nel caso $\lambda = 4$.

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**
assegnato il 12 aprile 1994 (tema n. 5)

E

1

Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita mediante la legge:

$$f(x) = \begin{cases} 4^{x+2} - 8 & \text{se } x \in] - \infty, -1[\\ 8 \cos \pi x & \text{se } x \in [-1, 0[\\ 2x^3 - 6x - 1 & \text{se } x \in [0, +\infty[\end{cases} .$$

Studiare la monotonia della funzione f e trovare i punti di estremo relativo per f , precisando se tali punti sono anche di estremo assoluto. Giustificare le risposte date.

2

Dire, motivando la risposta, quali dei seguenti limiti esistono e quali no:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \operatorname{sen}(x+2) \quad , \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x - \operatorname{sen}(x+2)) \quad , \quad \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\operatorname{sen}(x+2)}{(x+2)^3} .$$

3

È assegnato il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x - 3y + 2z = 0 \\ 2y - z = 1 \\ x - \lambda^2 y + \lambda^2 z = \lambda + 2 \end{cases} ,$$

essendo λ un parametro reale.

a) Esistono valori di λ per i quali il sistema è indeterminato? Se sí, risolvere il sistema per tali valori di λ .

b) Risolvere il sistema nel caso $\lambda = -2$.

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**
assegnato il 12 aprile 1994 (tema n. 6)

F

1

Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita mediante la legge:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{6}{x^2} - 4 & \text{se } x \in]-\infty, -1[\\ 2^{1-x} - 3 & \text{se } x \in [-1, 0[\\ 3x^3 - 9x + 2 & \text{se } x \in [0, +\infty[\end{cases} .$$

Studiare la monotonia della funzione f e trovare i punti di estremo relativo per f , precisando se tali punti sono anche di estremo assoluto. Giustificare le risposte date.

2

Dire, motivando la risposta, quali dei seguenti limiti esistono e quali no:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \cos 7x \quad , \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (7^x + \cos 7x) \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^3 7x}{x^7} .$$

3

È assegnato il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} -2x + 3y - z = 0 \\ 3x - 2y = 2 \\ \lambda^2 x + y - z = 1 + \lambda \end{cases} ,$$

essendo λ un parametro reale.

a) Esistono valori di λ per i quali il sistema è indeterminato? Se sí, risolvere il sistema per tali valori di λ .

b) Risolvere il sistema nel caso $\lambda = \frac{1}{2}$.

Corso di laurea in Scienze Biologiche
Compito di Istituzioni di Matematiche (A-L)
assegnato l'8 giugno 1994 (tema n. 1)

A

1

Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita mediante la legge:

$$f(x) = \begin{cases} 2x^3 - 6x - 3 & \text{se } x \in]-\infty, 2] \\ \frac{x^2 - 7}{3 - x^2} & \text{se } x \in]2, +\infty[\end{cases} .$$

- a) La funzione f è continua? È derivabile?
- b) Qual è il codominio di f ?
- c) Quali sono gli elementi y del codominio di f per cui l'equazione $f(x) = y$ ha un'unica soluzione?

Giustificare le risposte date.

2

Stabilire se il quadrilatero di vertici

$$A = (-1, 2) \quad , \quad B = (3, 4) \quad , \quad C = (-3, 6) \quad , \quad D = (\sqrt{6}, 7)$$

è inscrittibile in una circonferenza.

3

È assegnato il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x - y & + z = 0 \\ 3x + y & - 3z = 2 \\ 3x - y & + (\lambda^2 - \lambda)z = \lambda \end{cases} ,$$

essendo λ un parametro reale.

a) Esistono valori di λ per i quali il sistema è indeterminato? Se sí, risolvere il sistema per tali valori di λ .

b) Risolvere il sistema nel caso $\lambda = 2$.

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**
assegnato l'8 giugno 1994 (tema n. 2)

B

1

Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita mediante la legge:

$$f(x) = \begin{cases} 3x^3 - 9x - 2 & \text{se } x \in]-\infty, 2] \\ \frac{x^2 - 9}{3 - x^2} & \text{se } x \in]2, +\infty[\end{cases} .$$

- La funzione f è continua? È derivabile?
- Qual è il codominio di f ?
- Quali sono gli elementi y del codominio di f per cui l'equazione $f(x) = y$ ha un'unica soluzione?

Giustificare le risposte date.

2

Stabilire se il quadrilatero di vertici

$$A = (-2, -1) \quad , \quad B = (-4, 3) \quad , \quad C = (-8, 1) \quad , \quad D = (-3, \sqrt{6})$$

è inscritto in una circonferenza.

3

È assegnato il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} -x + 2y - z = 0 \\ x - y + 3z = 2 \\ (3 - \lambda^2)x + 3y + z = \lambda \end{cases} ,$$

essendo λ un parametro reale.

a) Esistono valori di λ per i quali il sistema è indeterminato? Se sí, risolvere il sistema per tali valori di λ .

b) Risolvere il sistema nel caso $\lambda = 1$.

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**
assegnato l'8 giugno 1994 (tema n. 3)

C

1

Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita mediante la legge:

$$f(x) = \begin{cases} 4x^3 + 6x^2 + 3 & \text{se } x \in] -\infty, \frac{1}{2}] \\ \frac{4x^2 + 7}{x^2 + \frac{3}{4}} & \text{se } x \in]\frac{1}{2}, +\infty[\end{cases} .$$

- a) La funzione f è continua? È derivabile?
- b) Qual è il codominio di f ?
- c) Quali sono gli elementi y del codominio di f per cui l'equazione $f(x) = y$ ha un'unica soluzione?

Giustificare le risposte date.

2

Stabilire se il quadrilatero di vertici

$$A = (-3, \frac{7}{2}) , \quad B = (-\frac{5}{2}, 5) , \quad C = (\frac{3}{2}, 2) , \quad D = (-\frac{1}{2}, 1)$$

è inscrittibile in una circonferenza.

3

È assegnato il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ 5x - 5y - z = 1 \\ 4x - y + (\lambda^2 + \frac{3}{4})z = \lambda \end{cases} ,$$

essendo λ un parametro reale.

a) Esistono valori di λ per i quali il sistema è indeterminato? Se sí, risolvere il sistema per tali valori di λ .

b) Risolvere il sistema nel caso $\lambda = 1$.

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**
assegnato l'8 giugno 1994 (tema n. 4)

D

1

Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita mediante la legge:

$$f(x) = \begin{cases} -x^3 + 3x + 1 & \text{se } x \in]-\infty, 2] \\ \frac{-3x^2 + 16}{x^2 - 3} & \text{se } x \in]2, +\infty[\end{cases} .$$

- La funzione f è continua? È derivabile?
- Qual è il codominio di f ?
- Quali sono gli elementi y del codominio di f per cui l'equazione $f(x) = y$ ha un'unica soluzione?

Giustificare le risposte date.

2

Stabilire se il quadrilatero di vertici

$$A = (2, \frac{7}{2}) \quad , \quad B = (-\frac{5}{2}, 2) \quad , \quad C = (\frac{3}{2}, 5) \quad , \quad D = (-\frac{1}{2}, 1)$$

è inscrittibile in una circonferenza.

3

È assegnato il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} -2x + y - z = 0 \\ 2x + y + 5z = 2 \\ \lambda(\lambda - 3)x + y + 2z = \frac{\lambda}{3} \end{cases} ,$$

essendo λ un parametro reale.

a) Esistono valori di λ per i quali il sistema è indeterminato? Se sí, risolvere il sistema per tali valori di λ .

b) Risolvere il sistema nel caso $\lambda = 4$.

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**
assegnato l'8 giugno 1994 (tema n. 5)

E

1

Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita mediante la legge:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 4}{3 - x^2} & \text{se } x \in] - \infty, -2[\\ 2x^3 - 6x - 1 & \text{se } x \in [-2, +\infty[\end{cases} .$$

- La funzione f è continua? È derivabile?
- Qual è il codominio di f ?
- Quali sono gli elementi y del codominio di f per cui l'equazione $f(x) = y$ ha un'unica soluzione?

Giustificare le risposte date.

2

Stabilire se il quadrilatero di vertici

$$A = (5, -3) , \quad B = (1, 1) , \quad C = (7, -1) , \quad D = (2, -\sqrt{6})$$

è inscrittibile in una circonferenza.

3

È assegnato il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x - 3y + 2z = 0 \\ x + 3y - z = 3 \\ x - \lambda^2 y + \lambda^2 z = \lambda + 2 \end{cases} ,$$

essendo λ un parametro reale.

a) Esistono valori di λ per i quali il sistema è indeterminato? Se sí, risolvere il sistema per tali valori di λ .

b) Risolvere il sistema nel caso $\lambda = -2$.

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**
assegnato l'8 giugno 1994 (tema n. 6)

F

1

Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita mediante la legge:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 6}{3 - x^2} & \text{se } x \in] - \infty, -2[\\ 3x^3 - 9x + 2 & \text{se } x \in [-2, +\infty[\end{cases} .$$

- La funzione f è continua? È derivabile?
- Qual è il codominio di f ?
- Quali sono gli elementi y del codominio di f per cui l'equazione $f(x) = y$ ha un'unica soluzione?

Giustificare le risposte date.

2

Stabilire se il quadrilatero di vertici

$$A = (5, 3) \quad , \quad B = (1, -1) \quad , \quad C = (7, 1) \quad , \quad D = (4 - \sqrt{10}, 0)$$

è inscrittibile in una circonferenza.

3

È assegnato il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} -2x + 3y - z = 0 \\ x + y - z = 2 \\ \lambda^2 x + y - z = 1 + \lambda \end{cases} ,$$

essendo λ un parametro reale.

a) Esistono valori di λ per i quali il sistema è indeterminato? Se sí, risolvere il sistema per tali valori di λ .

b) Risolvere il sistema nel caso $\lambda = \frac{1}{2}$.

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**
assegnato il 6 luglio 1994 (tema n. 1)

A

1

Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$f(x) = 4 \sqrt{\frac{2^x - 4}{2^x - 1}} .$$

Calcolare $f'(x)$ e studiarne il segno.

Trovare il codominio della funzione f .

2

In un piano cartesiano sono assegnati i punti

$$A = (3, 4) , \quad B = (-1, 2) , \quad C = (-3, 6) , \quad D = (\sqrt{6}, 7) .$$

Dire se il quadrilatero convesso $ABCD$ è un trapezio.

Dire se tale quadrilatero è inscrittibile in una circonferenza.

Giustificare le risposte date.

3

a) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{(\sqrt{4x+1} - 5)^5}{\sqrt{4x+1}} dx .$$

b) Studiare il segno della funzione $g(x) = \sqrt{4x+1} - 5$.

c) Calcolare l'integrale definito

$$\int_2^{12} \frac{|\sqrt{4x+1} - 5|^5}{\sqrt{4x+1}} dx .$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**
assegnato il 6 luglio 1994 (tema n. 2)

B

1

Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$f(x) = 8 \sqrt{\frac{3^x - 1}{3^x - 9}} .$$

Calcolare $f'(x)$ e studiarne il segno.

Trovare il codominio della funzione f .

2

In un piano cartesiano sono assegnati i punti

$$A = (-2, -1) , \quad B = (-4, 3) , \quad C = (-8, 1) , \quad D = (-7, -\sqrt{6}) .$$

Dire se il quadrilatero convesso $ABCD$ è un trapezio.

Dire se tale quadrilatero è inscrittibile in una circonferenza.

Giustificare le risposte date.

3

a) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{(\sqrt{3x+1} - 5)^5}{\sqrt{3x+1}} dx .$$

b) Studiare il segno della funzione $g(x) = \sqrt{3x+1} - 5$.

c) Calcolare l'integrale definito

$$\int_5^{16} \frac{|\sqrt{3x+1} - 5|^5}{\sqrt{3x+1}} dx .$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**
assegnato il 6 luglio 1994 (tema n. 3)

C

1

Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$f(x) = 2 \sqrt{\frac{3^x - 9}{3^x - 1}} .$$

Calcolare $f'(x)$ e studiarne il segno.

Trovare il codominio della funzione f .

2

In un piano cartesiano sono assegnati i punti

$$A = \left(-3, \frac{7}{2}\right) , \quad B = \left(-\frac{5}{2}, 5\right) , \quad C = \left(\frac{3}{2}, 2\right) , \quad D = \left(-\frac{1}{2}, 1\right) .$$

Dire se il quadrilatero convesso $ABCD$ è un trapezio.

Dire se tale quadrilatero è inscrittibile in una circonferenza.

Giustificare le risposte date.

3

a) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{(\sqrt{5x-9}-6)^5}{\sqrt{5x-9}} dx .$$

b) Studiare il segno della funzione $g(x) = \sqrt{5x-9} - 6$.

c) Calcolare l'integrale definito

$$\int_5^{\frac{73}{5}} \frac{|\sqrt{5x-9}-6|^5}{\sqrt{5x-9}} dx .$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**
assegnato il 6 luglio 1994 (tema n. 4)

D

1

Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$f(x) = 9 \sqrt{\frac{2^x - 1}{2^x - 4}} .$$

Calcolare $f'(x)$ e studiarne il segno.

Trovare il codominio della funzione f .

2

In un piano cartesiano sono assegnati i punti

$$A = \left(2, \frac{7}{2}\right) , \quad B = \left(\frac{3}{2}, 5\right) , \quad C = \left(-\frac{5}{2}, 2\right) , \quad D = \left(-\frac{1}{2}, 1\right) .$$

Dire se il quadrilatero convesso $ABCD$ è un trapezio.

Dire se tale quadrilatero è inscrittibile in una circonferenza.

Giustificare le risposte date.

3

a) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{(\sqrt{3x-2} - 5)^5}{\sqrt{3x-2}} dx .$$

b) Studiare il segno della funzione $g(x) = \sqrt{3x-2} - 5$.

c) Calcolare l'integrale definito

$$\int_{\frac{11}{3}}^{17} \frac{|\sqrt{3x-2} - 5|^5}{\sqrt{3x-2}} dx .$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**
assegnato il 6 luglio 1994 (tema n. 5)

E

1

Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$f(x) = 3 \sqrt{\frac{2^x - 16}{2^x - 1}} .$$

Calcolare $f'(x)$ e studiarne il segno.

Trovare il codominio della funzione f .

2

In un piano cartesiano sono assegnati i punti

$$A = (5, -3) , \quad B = (7, -1) , \quad C = (1, 1) , \quad D = (2, -\sqrt{6}) .$$

Dire se il quadrilatero convesso $ABCD$ è un trapezio.

Dire se tale quadrilatero è inscrittibile in una circonferenza.

Giustificare le risposte date.

3

a) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{(\sqrt{5x+1} - 6)^5}{\sqrt{5x+1}} dx .$$

b) Studiare il segno della funzione $g(x) = \sqrt{5x+1} - 6$.

c) Calcolare l'integrale definito

$$\int_3^{\frac{63}{5}} \frac{|\sqrt{5x+1} - 6|^5}{\sqrt{5x+1}} dx .$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**
assegnato il 6 luglio 1994 (tema n. 6)

F

1

Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$f(x) = 4 \sqrt{\frac{3^x - 27}{3^x - 3}} .$$

Calcolare $f'(x)$ e studiarne il segno.

Trovare il codominio della funzione f .

2

In un piano cartesiano sono assegnati i punti

$$A = (5, 3) , \quad B = (7, 1) , \quad C = (1, -1) , \quad D = (4 - \sqrt{10}, 0)$$

Dire se il quadrilatero convesso $ABCD$ è un trapezio.

Dire se tale quadrilatero è inscrittibile in una circonferenza.

Giustificare le risposte date.

3

a) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{(\sqrt{4x-7}-5)^5}{\sqrt{4x-7}} dx .$$

b) Studiare il segno della funzione $g(x) = \sqrt{4x-7} - 5$.

c) Calcolare l'integrale definito

$$\int_4^{14} \frac{|\sqrt{4x-7}-5|^5}{\sqrt{4x-7}} dx .$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**
assegnato il 20 settembre 1994 (tema n. 1)

A

1

Sono assegnati i seguenti sottoinsiemi di \mathbb{R} :

$$A = \{x \in \mathbb{R} : (x + \sqrt{5})(16x^2 + 8x - 3) \geq 0\} , \quad B = \{x \in \mathbb{R} : x + 2 - 3x^2 < 0\} .$$

Esprimere come unione di intervalli ognuno degli insiemi $A \cup B$, $A \cap B$ e $B \setminus A$.

2

Di un parallelogrammo $ABCD$ si conoscono le coordinate di due vertici consecutivi: $A = (-1, 0)$, $B = (1, 8)$. Si sa inoltre che il lato CD è tangente in C alla parabola Γ di vertice $V = (-2, 0)$ e fuoco $F = (-2, -\frac{1}{4})$.

Calcolare la lunghezza del lato AB e scrivere l'equazione della retta che lo contiene.

Scrivere l'equazione di Γ .

Trovare le coordinate di C .

Calcolare l'area del parallelogrammo.

3

Calcolare l'integrale definito

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \cos x |2\sin x + 1| dx \quad .$$

4

Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{\sqrt{x} - x^2 + \log x} \quad .$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**
assegnato il 20 settembre 1994 (tema n. 2)

B

1

Sono assegnati i seguenti sottoinsiemi di \mathbb{R} :

$$A = \{x \in \mathbb{R} : (2x + \sqrt{2})(9x^2 - 3x - 20) \geq 0\} , \quad B = \{x \in \mathbb{R} : 13x - 12 - 3x^2 < 0\} .$$

Esprimere come unione di intervalli ognuno degli insiemi $A \cup B$, $A \cap B$ e $B \setminus A$.

2

Di un parallelogrammo $ABCD$ si conoscono le coordinate di due vertici consecutivi: $A = (4, -2)$, $B = (8, 6)$. Si sa inoltre che il lato CD è tangente in C alla parabola Γ di vertice $V = (2, 0)$ e fuoco $F = (2, \frac{1}{4})$.

Calcolare la lunghezza del lato AB e scrivere l'equazione della retta che lo contiene.

Scrivere l'equazione di Γ .

Trovare le coordinate di C .

Calcolare l'area del parallelogrammo.

3

Calcolare l'integrale definito

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \cos x |2\sin x + \sqrt{3}| dx \quad .$$

4

Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt[3]{x^2 + x - 3^{-x}} \quad .$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**
assegnato il 20 settembre 1994 (tema n. 3)

C

1

Sono assegnati i seguenti sottoinsiemi di \mathbb{R} :

$$A = \{x \in \mathbb{R} : (x + \sqrt{3})(4x^2 + 16x - 9) \geq 0\} , \quad B = \{x \in \mathbb{R} : 3x + 2 - 2x^2 < 0\} .$$

Esprimere come unione di intervalli ognuno degli insiemi $A \cup B$, $A \cap B$ e $B \setminus A$.

2

Di un parallelogrammo $ABCD$ si conoscono le coordinate di due vertici consecutivi: $A = (-2, 5)$, $B = (4, -1)$. Si sa inoltre che il lato CD è tangente in C alla parabola Γ di vertice $V = (-1, 0)$ e fuoco $F = (-1, 1)$.

Calcolare la lunghezza del lato AB e scrivere l'equazione della retta che lo contiene.

Scrivere l'equazione di Γ .

Trovare le coordinate di C .

Calcolare l'area del parallelogrammo.

3

Calcolare l'integrale definito

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos x |2\sin x - \sqrt{3}| dx \quad .$$

4

Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt[3]{x^3 + x^2 - 2^{-x}} \quad .$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**
assegnato il 7 ottobre 1994 (tema n. 1)

A

1

Sono assegnati i seguenti sottoinsiemi di \mathbb{R} :

$$A = \{x \in \mathbb{R} : (x - \sqrt{2})(16x^2 - 16x - 5) \geq 0\}, \quad B = \{x \in \mathbb{R} : -11x + 12 - 5x^2 < 0\}.$$

Esprimere come unione di intervalli ognuno degli insiemi $A \cup B$, $A \cap B$ e $B \setminus A$.

2

Di un parallelogrammo $ABCD$ si conoscono le coordinate di due vertici consecutivi: $A = (-1, -4)$, $B = (5, 2)$. Si sa inoltre che il lato CD è tangente in C alla parabola Γ di vertice $V = (0, 2)$ e fuoco $F = (0, 3)$.

Calcolare la lunghezza del lato AB e scrivere l'equazione della retta che lo contiene.

Scrivere l'equazione di Γ .

Trovare le coordinate di C .

Calcolare l'area del parallelogrammo.

3

Calcolare l'integrale definito

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \operatorname{sen} x |2\cos x + 1| dx \quad .$$

4

Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^2 - \sqrt{x} - 2x^{-1}} \quad .$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**
assegnato il 7 ottobre 1994 (tema n. 2)

B

1

Sono assegnati i seguenti sottoinsiemi di \mathbb{R} :

$$A = \{x \in \mathbb{R} : (x - \sqrt{3})(8x^2 - 14x - 49) \geq 0\} , \quad B = \{x \in \mathbb{R} : 2 - x - x^2 < 0\} .$$

Esprimere come unione di intervalli ognuno degli insiemi $A \cup B$, $A \cap B$ e $B \setminus A$.

2

Di un parallelogrammo $ABCD$ si conoscono le coordinate di due vertici consecutivi: $A = (3, 7)$, $B = (7, -1)$. Si sa inoltre che il lato CD è tangente in C alla parabola Γ di vertice $V = (-1, 0)$ e fuoco $F = (-1, -1)$.

Calcolare la lunghezza del lato AB e scrivere l'equazione della retta che lo contiene.

Scrivere l'equazione di Γ .

Trovare le coordinate di C .

Calcolare l'area del parallelogrammo.

3

Calcolare l'integrale definito

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \operatorname{sen} x |2\cos x + \sqrt{3}| dx \quad .$$

4

Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^3 - \sqrt{x} - \log^2 x} \quad .$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**
assegnato il 7 ottobre 1994 (tema n. 3)

C

1

Sono assegnati i seguenti sottoinsiemi di \mathbb{R} :

$$A = \{x \in \mathbb{R} : (x - \sqrt{3})(2x^2 - x - 10) \geq 0\} , \quad B = \{x \in \mathbb{R} : 11 - 7x - 4x^2 < 0\} .$$

Esprimere come unione di intervalli ognuno degli insiemi $A \cup B$, $A \cap B$ e $B \setminus A$.

2

Di un parallelogrammo $ABCD$ si conoscono le coordinate di due vertici consecutivi:
 $A = (-1, -1)$, $B = (5, 2)$. Si sa inoltre che il lato CD è tangente in C alla parabola Γ
di vertice $V = (0, 3)$ e fuoco $F = (0, -1)$.

Calcolare la lunghezza del lato AB e scrivere l'equazione della retta che lo contiene.

Scrivere l'equazione di Γ .

Trovare le coordinate di C .

Calcolare l'area del parallelogrammo.

3

Calcolare l'integrale definito

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \operatorname{sen} x |2\cos x - \sqrt{3}| dx \quad .$$

4

Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{4^{-x} - x - x^2} \quad .$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**
assegnato l'1 dicembre 1994 (tema n. 1)

A

1

Risolvere la disequazione

$$\frac{2^{|x+1|-5} - 4}{x + 2 - \sqrt{x+1}} \geq 0 \quad .$$

2

Risolvere il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x - y + 2z = 1 \\ 3x - 3y + 4z = k - 2 \\ 2x - 2y + 3z = 2 \end{cases} \quad ,$$

al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$.

3

Calcolare i limiti

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(\left(1 + \frac{x}{x^3 + 1} \right)^{\sqrt{3}} - 1 \right) \quad , \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^3}{x+1} - \operatorname{sen} x^3 \right) \quad .$$

4

Disegnare il grafico della funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} -2^x & \text{se } x \in] - \infty, 0] \\ x^2 & \text{se } x \in]0, +\infty[\end{cases} \quad .$$

Dire se f è monotona. Dire inoltre se f è iniettiva e, in caso affermativo, trovare il dominio, la legge ed il grafico della funzione inversa.

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**
assegnato l'1 dicembre 1994 (tema n. 2)

B

1

Risolvere la disequazione

$$\frac{9 - 3^{|x+3|-4}}{\sqrt{x-3} - x + 2} \geq 0 \quad .$$

2

Risolvere il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x - 3y + z = 1 \\ x - 6y + 3z = 0 \\ 2x - 12y + 4z = k + 2 \end{cases} \quad ,$$

al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$.

3

Calcolare i limiti

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x \left(\left(1 + \frac{x}{x^2 + 1} \right)^{\sqrt{2}} - 1 \right) \quad , \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2}{x+1} - \cos e^x \right) \quad .$$

4

Disegnare il grafico della funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} -x^4 & \text{se } x \in] -\infty, 0[\\ \left(\frac{1}{2}\right)^x & \text{se } x \in [0, +\infty[\end{cases} \quad .$$

Dire se f è monotona. Dire inoltre se f è iniettiva e, in caso affermativo, trovare il dominio, la legge ed il grafico della funzione inversa.

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
Compito di **Istituzioni di Matematiche (A-L)**
assegnato l'1 dicembre 1994 (tema n. 3)

C

1

Risolvere la disequazione

$$\frac{\sqrt{2-x} - x + 3}{4^{|x+1|-7} - 16} \geq 0 \quad .$$

2

Risolvere il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 1 \\ -x + 2y - z = k \\ 2x - 4y + 8z = 0 \end{cases} \quad ,$$

al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$.

3

Calcolare i limiti

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(2^{\frac{x}{x^3+2}} - 1 \right) \quad , \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^3}{x^2+1} + \cos 2^x \right) \quad .$$

4

Disegnare il grafico della funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^x & \text{se } x \in]-\infty, 0] \\ -\frac{1}{x} & \text{se } x \in]0, +\infty[\end{cases} \quad .$$

Dire se f è monotona. Dire inoltre se f è iniettiva e, in caso affermativo, trovare il dominio, la legge ed il grafico della funzione inversa.