Compito di **Istituzioni di Matematiche**
per gli studenti del Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
assegnato l'8 luglio 1993 (tema n. 1)

1

1

Sia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la funzione definita mediante la legge:

$$f(x)=\begin{cases}\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x^2+1} & \text{se } x\in\,]-\infty,0[\\ 0 & \text{se } x=0\\ -|x-1| & \text{se } x\in\,]0,+\infty[\end{cases} .$$

Trovare l'estremo inferiore e l'estremo superiore di ognuno dei seguenti sottoinsiemi di $\mathbb{R}$, precisando ogni volta se l'estremo inferiore è minimo e l'estremo superiore è massimo:

$$A=f(]-\infty,-1]),\quad B=f(]-\infty,\frac{1}{2}]),\quad C=f(]0,2]),\quad D=f([0,+\infty[) \quad .$$

2

In un piano cartesiano sono assegnati i punti $A=(0,1), B=(4,-5), C=(2,-2)$, $D=(1,\sqrt{3}-2)$.

Stabilire se la circonferenza di centro C passante per D contiene punti P tali che il triangolo ABP sia isoscele sulla base AB.

3

Sia R il rettangoloide relativo alla funzione

$$f(x)=\frac{2}{x^2+4x+3}$$

ed all'intervallo $[0,5]$.

Trovare quel numero reale $c\in]0,5[$ tale che la retta di equazione $x=c$ divide R in due insiemi di area uguale.

Compito di **Istituzioni di Matematiche**
per gli studenti del Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
assegnato l'8 luglio 1993 (tema n. 2)

2

1

Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione definita mediante la legge:

$$f(x) = \begin{cases} -3^{\frac{1}{x}} & \text{se } x \in]-\infty, 0[\\ 2 & \text{se } x = 0 \\ -|x^2 - 4| & \text{se } x \in]0, +\infty[\end{cases} .$$

Trovare l'estremo inferiore e l'estremo superiore di ognuno dei seguenti sottoinsiemi di $\mathbb{R}$, precisando ogni volta se l'estremo inferiore è minimo e l'estremo superiore è massimo:

$$A = f(]-\infty, -1]), \quad B = f([-1, 0]), \quad C = f([0, 3[), \quad D = f(]2, +\infty[) \quad .$$

2

In un piano cartesiano sono assegnati i punti $A = (1, -5), B = (-1, 1), F = (-\frac{11}{4}, 3)$ e la retta d di equazione $4x + 13 = 0$.

Stabilire se la parabola di fuoco F e direttrice d contiene punti P tali che il triangolo ABP sia isoscele sulla base AB.

3

Sia R il rettangoloide relativo alla funzione

$$f(x) = \frac{x + 7}{x^2 + 5x + 4}$$

ed all'intervallo $[0, 5]$.

Trovare quel numero reale $c \in]0, 5[$ tale che la retta di equazione $x = c$ divide R in due insiemi di area uguale.

Compito di **Istituzioni di Matematiche**
per gli studenti del Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
assegnato l'8 luglio 1993 (tema n. 3)

3

1

Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione definita mediante la legge:

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + x - 2 & \text{se } x \in]-\infty, 0[\\ 0 & \text{se } x = 0 \\ |3^x - 9| & \text{se } x \in]0, +\infty[\end{cases} .$$

Trovare l'estremo inferiore e l'estremo superiore di ognuno dei seguenti sottoinsiemi di $\mathbb{R}$, precisando ogni volta se l'estremo inferiore è minimo e l'estremo superiore è massimo:

$$A = f(]-\infty, -1]), \quad B = f(]-2, 0]), \quad C = f([0, 3[), \quad D = f([0, +\infty[) \quad .$$

2

In un piano cartesiano sono assegnati i punti $A = (-10, 10), B = (2, -8), F = (-\frac{5}{2}, 1)$ e la retta d di equazione $2x + 7 = 0$.

Stabilire se la parabola di fuoco F e direttrice d contiene punti P tali che il triangolo ABP sia isoscele sulla base AB.

3

Sia R il rettangoloide relativo alla funzione

$$f(x) = \frac{e^{\sqrt{x}+1}}{\sqrt{x}}$$

ed all'intervallo $[1, 4]$.

Trovare quel numero reale $c \in]1, 4[$ tale che la retta di equazione $x = c$ divide R in due insiemi di area uguale.

Compito di **Istituzioni di Matematiche**
per gli studenti del Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
assegnato l'8 luglio 1993 (tema n. 4)

4

1

Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione definita mediante la legge:

$$f(x) = \begin{cases} -(5+x^2)^{\frac{1}{2}} & \text{se } x \in \,]-\infty, 0[\\ -10 & \text{se } x = 0 \\ |4^x - 16| & \text{se } x \in \,]0, +\infty[\end{cases} .$$

Trovare l'estremo inferiore e l'estremo superiore di ognuno dei seguenti sottoinsiemi di $\mathbb{R}$, precisando ogni volta se l'estremo inferiore è minimo e l'estremo superiore è massimo:

$$A = f(]-\infty, -2[), \quad B = f([-2, 0]), \quad C = f([0, 3[), \quad D = f(]2, +\infty[) \quad .$$

2

In un piano cartesiano sono assegnati i punti $A = (1, -5), B = (-1, -1), C = (2, -3)$, $D = (3, -3 - \sqrt{7})$.

Stabilire se la circonferenza di centro C passante per D contiene punti P tali che il triangolo ABP sia isoscele sulla base AB.

3

Sia R il rettangoloide relativo alla funzione

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

ed all'intervallo $[\sqrt{2}, \sqrt{17}]$.

Trovare quel numero reale $c \in]\sqrt{2}, \sqrt{17}[$ tale che la retta di equazione $x = c$ divide R in due insiemi di area uguale.

Compito di **Istituzioni di Matematiche**
per gli studenti del Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
assegnato l'8 ottobre 1993 (tema n. 1)

1

Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$f(x) = \sqrt{\frac{3^{3x} + 3^x - 2}{x+3}} \qquad .$$

2

Calcolare i limiti

$$\lim_{x\to-\infty} \sqrt{\frac{3^{3x} + 3^x - 2}{x+3}} \qquad ; \qquad \lim_{x\to+\infty} \sqrt{\frac{3^{3x} + 3^x - 2}{x+3}} \qquad .$$

3

Per quali valori del parametro $k \in \mathbb{R}$ le due matrici:

$$\mathrm{A} = \left\| \begin{matrix} 1 & 1 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 3 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & k^2 - 3\sqrt{2}k + 4 \end{matrix} \right\| \qquad \text{e} \qquad \mathrm{B} = \left\| \begin{matrix} 1 & -1 & \frac{k}{\sqrt{2}} \\ -k^2 & 2 & -2 \end{matrix} \right\|$$

hanno uguale caratteristica?

4

Sia $f :]-\infty, 0[\to \mathbb{R}$ la funzione definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-1}{x^2+1} & \text{se } x \in]-\infty, 0[\setminus \{-\sqrt{\frac{5}{3}}\} \\ c^2 & \text{se } x = -\sqrt{\frac{5}{3}} \end{cases} \qquad ,$$

essendo c un parametro reale.

Per quali valori di c la funzione f è continua?

Per quali valori di c la f è dotata di massimo assoluto?

Compito di **Istituzioni di Matematiche**
per gli studenti del Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
assegnato l'8 ottobre 1993 (tema n. 2)

1

Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$f(x) = \sqrt{\frac{5^{3x} + 2 \cdot 5^x - 3}{x - 5}} \qquad .$$

2

Calcolare i limiti

$$\lim_{x \to -\infty} \sqrt{\frac{5^{3x} + 2 \cdot 5^x - 3}{x - 5}} \qquad ; \qquad \lim_{x \to +\infty} \sqrt{\frac{5^{3x} + 2 \cdot 5^x - 3}{x - 5}} \qquad .$$

3

Per quali valori del parametro $k \in \mathbb{R}$ le due matrici:

$$\mathrm{A} = \left\| \begin{matrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & k^2 - 1 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \end{matrix} \right\| \qquad \text{e} \qquad \mathrm{B} = \left\| \begin{matrix} 1 & 2 \\ k^2 & 2 \\ -1 & 2k \end{matrix} \right\|$$

hanno uguale caratteristica?

4

Sia $f :]-\infty, -1[\to \mathbb{R}$ la funzione definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} \log_2 \dfrac{2x - 1}{x + 1} & \text{se } x \in]-\infty, -1[\setminus \{-\frac{5}{2}\} \\ c^2 & \text{se } x = -\dfrac{5}{2} \end{cases} \qquad ,$$

essendo c un parametro reale.

Per quali valori di c la funzione f è continua?

Per quali valori di c la f è dotata di minimo assoluto?

Compito di **Istituzioni di Matematiche**
per gli studenti del Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
assegnato l'8 ottobre 1993 (tema n. 3)

1

Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$f(x) = \log \frac{16 - 2^{-5x}}{x^3 + 3x - 4} \qquad .$$

2

Calcolare i limiti

$$\lim_{x \to +\infty} \log \frac{16 - 2^{-5x}}{x^3 + 3x - 4} \qquad ; \qquad \lim_{x \to -\infty} \log \frac{16 - 2^{-5x}}{x^3 + 3x - 4} \qquad .$$

3

Per quali valori del parametro $k \in \mathbb{R}$ le due matrici:

$$\mathrm{A} = \left\| \begin{array}{ccc} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ k^2 - 4 & 0 & 0 \end{array} \right\| \qquad \text{e} \qquad \mathrm{B} = \left\| \begin{array}{ccc} 1 & -1 & 0 \\ k^2 & -2k & k-2 \end{array} \right\|$$

hanno uguale caratteristica?

4

Sia $f :]-\infty, 1[\to \mathbb{R}$ la funzione definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{\dfrac{5 - 4x}{1 - x}} & \text{se } x \in]-\infty, 1[\setminus \{\frac{4}{5}\} \\ c^2 & \text{se } x = \dfrac{4}{5} \end{cases} \qquad ,$$

essendo c un parametro reale.

Per quali valori di c la funzione f è continua?

Per quali valori di c la f è dotata di minimo assoluto?

Compito di **Istituzioni di Matematiche**
per gli studenti del Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
assegnato l'8 ottobre 1993 (tema n. 4)

1

Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$f(x) = \log \frac{9 - 3^{1-2x}}{2x^3 + 3x - 5} \qquad .$$

2

Calcolare i limiti

$$\lim_{x \to +\infty} \log \frac{9 - 3^{1-2x}}{2x^3 + 3x - 5} \qquad ; \qquad \lim_{x \to -\infty} \log \frac{9 - 3^{1-2x}}{2x^3 + 3x - 5} \qquad .$$

3

Per quali valori del parametro $k \in \mathbb{R}$ le due matrici:

$$\mathrm{A} = \left\| \begin{array}{cccc} 0 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & k(k-1) \\ 1 & 5 & 2 & 0 \end{array} \right\| \qquad \text{e} \qquad \mathrm{B} = \left\| \begin{array}{ccc} 1 & k & k^2 \\ 1 & 2-k & k \end{array} \right\|$$

hanno uguale caratteristica?

4

Sia $f :]-\infty, 0[\to \mathbb{R}$ la funzione definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{3x^2 - 1}{x^2 + 1} & \text{se } x \in]-\infty, 0[\setminus \{-1\} \\ c^2 & \text{se } x = -1 \end{cases} \qquad ,$$

essendo c un parametro reale.

Per quali valori di c la funzione f è continua?

Per quali valori di c la f è dotata di massimo assoluto?

Compito di **Istituzioni di Matematiche**
per gli studenti del Corso di laurea in **Scienze Biologiche**
assegnato il 2 dicembre 1993 (tema n. 1)

A

1

Nel piano, riferito ad un sistema di coordinate cartesiane, sono dati la retta $r : x = 0$, il punto $A(0, 2)$ e il punto $B(1, 3)$.

Scrivere l'equazione della circonferenza Γ tangente alla retta r in A e passante per B.

Determinare l'equazione della retta s tangente a Γ in $P\left(\frac{8}{5}, \frac{6}{5}\right)$.

Detto Q il punto comune ad r e s , calcolare l'area del triangolo APQ .

2

Calcolare il limite

$$\lim_{x \to 0-} \left(\sqrt{\frac{4x-1}{x}} - 2^{\sqrt{\frac{4x-1}{x}}} \right) \quad .$$

3

Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^{\sqrt{2}} x e^{|1-x^2|} \, dx \quad .$$

Compito di **Istituzioni di Matematiche**

per gli studenti del Corso di laurea in **Scienze Biologiche**

assegnato il 2 dicembre 1993 (tema n. 2)

B

1

Nel piano, riferito ad un sistema di coordinate cartesiane, sono dati la retta $r : x = 0$, il punto $A(0, -2)$ e il punto $B(1, -3)$.

Scrivere l'equazione della circonferenza Γ tangente alla retta r in A e passante per B.

Determinare l'equazione della retta s tangente a Γ in $P\left(\frac{8}{5}, -\frac{6}{5}\right)$.

Detto Q il punto comune ad r e s , calcolare l'area del triangolo APQ .

2

Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 0+}\left(\frac{1}{\operatorname{sen} x} - 3^{\frac{1}{\operatorname{sen} x}}\right) \quad .$$

3

Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^6 \frac{x+1}{x+|x-4|}\, dx \qquad .$$

Compito di **Istituzioni di Matematiche**

per gli studenti del Corso di laurea in **Scienze Biologiche**

assegnato il 2 dicembre 1993 (tema n. 3)

C

1

Nel piano, riferito ad un sistema di coordinate cartesiane, sono dati la retta $r : x = 0$, il punto $A(0, 2)$ e il punto $B(-1, 3)$.

Scrivere l'equazione della circonferenza Γ tangente alla retta r in A e passante per B.

Determinare l'equazione della retta s tangente a Γ in $P\left(-\frac{8}{5}, \frac{6}{5}\right)$.

Detto Q il punto comune ad r e s , calcolare l'area del triangolo APQ .

2

Calcolare il limite

$$\lim_{x \to 0+} \left(\frac{x^2 + \cos x}{x} - \log \frac{x^2 + \cos x}{x} \right) \quad .$$

3

Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^{\sqrt{10}} \frac{x}{\sqrt{x^2 + |x^2 - 4|}} \, dx \quad .$$

Compito di **Istituzioni di Matematiche**

per gli studenti del Corso di laurea in **Scienze Biologiche**

assegnato il 2 dicembre 1993 (tema n. 4)

D

1

Nel piano, riferito ad un sistema di coordinate cartesiane, sono dati la retta $r : x = 0$, il punto $A(0, -2)$ e il punto $B(-1, -3)$.

Scrivere l'equazione della circonferenza Γ tangente alla retta r in A e passante per B.

Determinare l'equazione della retta s tangente a Γ in $P\left(-\frac{8}{5}, -\frac{6}{5}\right)$.

Detto Q il punto comune ad r e s , calcolare l'area del triangolo APQ .

2

Calcolare il limite

$$\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{1-x^3}-\log\sqrt{1-x^3}\right) \quad .$$

3

Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^1 \log\left(2x+3+|2x-1|\right)\,dx \quad .$$