Corso di laurea in **Scienze Biologiche** (laurea triennale)
Compito di **Istituzioni di Matematiche**
assegnato il 18 dicembre 2001

1

1 a) Trovare la caratteristica della matrice

$$A = \begin{Vmatrix} 1 & -1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{Vmatrix} .$$

b) Risolvere il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x + 4y = -1 \\ 2x - y = 7 \\ x + y = 2 \end{cases} .$$

2 a) Trovare la retta r', simmetrica di $r : 2x - y - 4 = 0$ rispetto al punto $A = (1, 0)$.

b) Trovare il piano α contenente la retta $r : \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2t \\ z = t \end{cases}$ e passante per il punto $A = (1, -1, 0)$.

3 a) Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$f(x) = x + \log_3 \frac{1+x}{3-x} + \sqrt{x^2 - 6x + 5} .$$

b) Disegnare il grafico della funzione $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita mediante la legge $g(x) = \begin{cases} 3^x & \text{se } x \leq 0 \\ -x^3 & \text{se } x > 0 \end{cases}$.

4 Calcolare i seguenti limiti:

$$\text{a)} \quad \lim_{x \to +\infty} \log_2 \frac{x^2 + 4}{4x^2 + x + 1} \quad , \qquad \text{b)} \quad \lim_{x \to -\infty} \frac{\operatorname{sen} 2^x}{3^x} .$$

5 Sia $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ la funzione definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{4 - 5x} & \text{se } x \in [-1, 0] \\ 2^{1+x+x^3} & \text{se } x \in \,]0, 1] \end{cases} .$$

Provare che f è continua.
Trovare il massimo ed il minimo assoluti di f.

Corso di laurea in **Scienze Biologiche** (laurea triennale)
Compito di **Istituzioni di Matematiche**
assegnato il 18 dicembre 2001

2

1 a) Completare la matrice

$$A = \begin{Vmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & * & * & -3 \end{Vmatrix}$$

in modo che risulti $r(A) = 2$. Giustificare la risposta data.

b) Risolvere il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x \quad\quad - z = 1 \\ x + y - 3z = 2 \\ x - y \;\; + z = 0 \end{cases} .$$

2 a) In un piano cartesiano sono assegnati i punti $A = (3, -3)$, $B = (-3, 5)$ e la retta $r : \begin{cases} x = 3t \\ y = 1 + 4t \end{cases}$.
Trovare i punti C di r aventi la proprietà che A, B e C sono i vertici di un triangolo rettangolo di ipotenusa AB.

b) Trovare una rappresentazione cartesiana della retta r passante per il punto $A = (1, 2, -1)$ e parallela alla retta $s : \begin{cases} x - 2z = 0 \\ y + 2z = 0 \end{cases}$.

3 a) Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$f(x) = 2x \cos x - \log_5 (x^2 - 3x - 10) + \sqrt{2^{x+5} - 4} \quad .$$

b) Disegnare il grafico della funzione $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita mediante la legge $g(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^x & \text{se } x \leq 1 \\ x^2 & \text{se } x > 1 \end{cases}$.

4 Calcolare i seguenti limiti:

$$\text{a)} \quad \lim_{x \to -\infty} \log_2 \frac{x^4 + 1}{x^2 + x + 2} \quad , \quad \text{b)} \quad \lim_{x \to 1} \frac{\operatorname{sen}(x^2 - 1)}{x - 1} \quad .$$

5 Trovare l'estremo inferiore e l'estremo superiore della funzione reale di variabile definita mediante la legge

$$f(x) = \begin{cases} 2^x + \dfrac{5}{2}x & \text{se } x \in \; [-1, 0[\\ \dfrac{2x}{x+1} & \text{se } x \; \in [0, +\infty[\end{cases} ,$$

precisando se l'estremo inferiore è minimo e l'estremo superiore è massimo.

Corso di laurea in **Scienze Biologiche** (laurea triennale)
Compito di **Istituzioni di Matematiche**
assegnato il 18 dicembre 2001

3

1 a) Trovare la caratteristica della matrice

$$A = \begin{Vmatrix} 0 & 2 & 2 & -2 \\ 2 & 0 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \end{Vmatrix} .$$

b) Risolvere il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x & -y = 4 \\ 2x & +y = -1 \\ 4x & -y = 7 \end{cases} .$$

2 a) Scrivere l'equazione della circonferenza passante per i punti $A = (-1, 0)$, $B = (1, 2)$ ed avente il centro sulla retta $r : \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 8 + 3t \end{cases}$.

b) Trovare il piano α ortogonale alla retta $r : \begin{cases} x - y - z = 0 \\ x + 2y = 0 \end{cases}$ e passante per il punto $P = (0, 2, 0)$.

3 a) Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$f(x) = 2^{1-x^2} + \sqrt{\frac{x}{x+2}} + \log_5(x^2 - 2x - 3) .$$

b) Disegnare il grafico della funzione $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita mediante la legge $g(x) = \begin{cases} x^3 & \text{se } x < 1 \\ 3 - x & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$.

4 Calcolare i seguenti limiti:

$$\text{a)} \quad \lim_{x\to+\infty} \cos\left(\frac{\pi x}{x^2+1}\right) \quad , \qquad \text{b)} \quad \lim_{x\to-\infty} \left(2^{-x+2} + \cos x\right) .$$

5 Trovare l'estremo inferiore e l'estremo superiore della funzione reale di variabile definita mediante la legge

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + 3 & \text{se } x \in \,]-1, 0[\\ 2^{x^2-2x} & \text{se } x \in \,[0, 3[\end{cases} ,$$

precisando se l'estremo inferiore è minimo e l'estremo superiore è massimo.

Corso di laurea in **Scienze Biologiche** (laurea triennale)
Compito di **Istituzioni di Matematiche**
assegnato il 18 dicembre 2001

4

1 a) Completare la matrice

$$A = \begin{Vmatrix} 0 & -1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 3 & -1 \\ * & 0 & * & -2 \end{Vmatrix}$$

in modo che risulti $\mathrm{r}(A) = 2$. Giustificare la risposta data.

b) Risolvere il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x \ - y \qquad = 1 \\ x \ + y - z = 0 \\ x - 3y + z = 2 \end{cases} .$$

2 a) Scrivere le equazioni delle circonferenze di raggio 2 passanti per i punti $A = (1, 0)$ e $B = (3, 2)$.
b) Trovare una rappresentazione cartesiana della retta r passante per il punto $A = (1, -1, 2)$ e ortogonale al piano $\alpha : x + 2y - 3z = 0$.

3 a) Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$f(x) = 3^{2x+1} - \sqrt{x^2 - x - 6} + \log_5 \left(9 - 3^{x-3}\right) \quad .$$

b) Disegnare il grafico della funzione $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita mediante la legge $g(x) = \begin{cases} -2^x & \text{se } x < 1 \\ \log_2 x & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$.

4 Calcolare i seguenti limiti:

$$\text{a)} \quad \lim_{x \to -\infty} \operatorname{sen} \left(\frac{\pi x^2 + 1}{2x^2 + x + 1} \right) \quad , \qquad \text{b)} \quad \lim_{x \to +\infty} \frac{\operatorname{sen} x}{2^x + x + 3} \quad .$$

5 Sia $f : [-4, 1] \to \mathbb{R}$ la funzione definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} \log_2 (4 - 7x) & \text{se } x \in \ [-4, 0[\\ \dfrac{5x + 4}{x + 2} & \text{se } x \in \ [0, 1] \end{cases} .$$

Provare che f è continua.
Trovare il massimo ed il minimo assoluti di f.

Corso di laurea in **Scienze Biologiche** (laurea triennale)
Compito di **Istituzioni di Matematiche**
assegnato l'11 gennaio 2002

1

1 a) Trovare la caratteristica della matrice

$$A = \begin{Vmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 5 & -3 & 0 \end{Vmatrix} \quad .$$

b) Risolvere il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x + 2y = 0 \\ 2x + 3y = 1 \\ x - y = 3 \end{cases} \quad .$$

2 a) Scrivere l'equazione della circonferenza che ha centro nel punto della retta $r : \begin{cases} x = t \\ y = 2t + 1 \end{cases}$ avente ordinata uguale a -1 ed è tangente all'asse x.

b) Trovare il piano passante per l'origine e parallelo alle rette $r : \begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$ e $s : \begin{cases} x - 1 = 0 \\ 2y + z + 1 = 0 \end{cases}$.

3 a) Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$f(x) = x \operatorname{sen} 3x + \log_5(4 + 3x - x^2) - \sqrt{2 - 2^{2-x}} \quad .$$

b) Disegnare il grafico della funzione $g : [-2, +\infty[\to \mathbb{R}$ definita mediante la legge

$$g(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^x & \text{se } x \in [-2, 1] \\ 1 + \log_2 x & \text{se } x \in]1, +\infty[\end{cases} \quad .$$

4 a) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \to -2} \frac{\operatorname{sen}(4 - x^2)}{x + 2} \quad .$$

b) Calcolare la derivata della funzione

$$\frac{x^2 + \operatorname{sen}^2 3x}{2x + 3} \quad .$$

5 Sia $f : [-1, 3] \to \mathbb{R}$ la funzione definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{1 + 3x^2} & \text{se } x \in \ [-1, 0] \\ \left(\frac{x}{3} + 1\right)^3 & \text{se } x \in \ ]0, 3] \end{cases} \quad .$$

Provare che f è continua.
Trovare il massimo ed il minimo assoluti di f.

Corso di laurea in **Scienze Biologiche** (laurea triennale)
Compito di **Istituzioni di Matematiche**
assegnato l'11 gennaio 2002

2

1 a) Calcolare il determinante
$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & -3 \\ 2 & 7 & 5 & 0 \\ 4 & 2 & 5 & 1 \\ 6 & 9 & 10 & 0 \end{vmatrix} .$$

b) Risolvere il sistema di equazioni lineari
$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y - z = 0 \\ 2x - 4y + z = 2 \end{cases} .$$

2 a) Dati la retta $r : \begin{cases} x = t - 2 \\ y = t \end{cases}$ ed i punti $O = (0,0)$, $A = (4,0)$, determinare i punti P di r tali che l'area del triangolo OAP sia uguale a 4.

b) Trovare la distanza del punto $P = (1,4,-1)$ dalla retta $r : \begin{cases} x = z + 1 \\ y = -z + 2 \end{cases}$.

3 a) Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale
$$f(x) = 2^{x-1} + x^2 - \sqrt{6 + x - x^2} + \log_4 \frac{x+1}{9-2x} .$$

b) Disegnare il grafico della funzione $g :]-\infty, 4] \to \mathbb{R}$ definita mediante la legge
$$g(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{3}\right)^x & \text{se } x \in]-\infty, 0] \\ 1 + \sqrt{x} & \text{se } x \in]0, 4] \end{cases} .$$

4 a) Calcolare il seguente limite:
$$\lim_{x \to -\infty} \left(\operatorname{sen} 5x + 2^{3+x^2} \right) .$$

b) Calcolare la derivata della funzione
$$\frac{1 + \cos(5x - 3)}{x^4 + 1} .$$

5 Sia $f : [-1,1] \to \mathbb{R}$ la funzione definita nel modo seguente:
$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{9 + 5x} & \text{se } x \in [-1, 0[\\ x^5 + x + 3 & \text{se } x \in [0, 1] \end{cases} .$$

Provare che f è continua.
Trovare il massimo ed il minimo assoluti di f.

Corso di laurea in **Scienze Biologiche** (laurea triennale)
Compito di **Istituzioni di Matematiche**
assegnato l'11 gennaio 2002

3

1 a) Trovare la caratteristica della matrice

$$\mathrm{A} = \left\| \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & -2 \\ 1 & 8 & 9 & -7 \end{matrix} \right\| \quad .$$

b) Risolvere il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x \;\; + y \qquad\quad = 0 \\ x \qquad\;\; + 2z = 1 \\ \quad - 2y + 3z = 2 \end{cases} \quad .$$

2 a) Dati i punti $A = (0,0)$, $B = (4,2)$, determinare i punti P dell'asse y tali che il triangolo ABP è isoscele.

b) Verificare che le rette $r : \begin{cases} x = -3t + 4 \\ y = 2t + 1 \\ z = t \end{cases}$ e $s : \begin{cases} x = z \\ y = 2z + 1 \end{cases}$ sono complanari; trovare le coordinate del loro punto comune ed il piano che le contiene.

3 a) Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$f(x) = \operatorname{sen}^2(x+1) - \log_4\left(27 - 3^{x+1}\right) + \sqrt{12 + x - x^2} \quad .$$

b) Disegnare il grafico della funzione $g : [-1, +\infty[\to \mathbb{R}$ definita mediante la legge

$$g(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{se } x \in [-1, 1] \\ \\ \log_{\frac{1}{2}} x & \text{se } x \in]1, +\infty[\end{cases} \quad .$$

4 a) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\cos^2 x}{2^x + 2^{-x}} \quad .$$

b) Calcolare la derivata della funzione

$$\left(x^2 + \log(2x+3)\right)^5 \quad .$$

5 Sia $f : [-3, 5] \to \mathbb{R}$ la funzione definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{4 - 7x} & \text{se } x \in \; [-3, 0] \\ 2 + \log_4(1 + 3x) & \text{se } x \in \;]0, 5] \end{cases} \quad .$$

Provare che f è continua.
Trovare il massimo ed il minimo assoluti di f.

Corso di laurea in **Scienze Biologiche** (laurea triennale)
Compito di **Istituzioni di Matematiche**
assegnato l'11 gennaio 2002

4

1 a) Calcolare il determinante

$$\begin{vmatrix} 1 & 4 & -2 & 0 \\ 4 & 4 & -5 & 1 \\ 5 & 8 & -7 & 2 \\ 2 & 0 & -1 & 0 \end{vmatrix} \quad .$$

b) Risolvere il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x \qquad\quad - z = 1 \\ x \ + y - 3z = 2 \\ x - 2y + 3z = -1 \end{cases} \quad .$$

2 a) Data la retta r di equazione $x = y$ e la circonfereza Γ di centro $C = (2, 1)$ e raggio 1, scrivere le equazioni delle rette tangenti a Γ nei suoi punti di intersezione con la retta r.

b) Sono dati i punti $A = (2, 1, 0)$, $B = (0, -2, 2)$ e la retta $r : \begin{cases} x - 2y + 1 = 0 \\ x - z + 2 = 0 \end{cases}$. Scrivere l'equzione del piano contenente r e parallelo alla retta congiungente A e B.

3 a) Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(4 - 3x - x^2) + \sqrt{\frac{1 - 2x}{3 - x}} + (3 - x)^5 \quad .$$

b) Disegnare il grafico della funzione $g :]-\infty, 2] \to \mathbb{R}$ definita mediante la legge

$$g(x) = \begin{cases} 2^x - 2 & \text{se } x \in]-\infty, 1[\\ 2^x & \text{se } x \in [1, 2] \end{cases} \quad .$$

4 a) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \to +\infty} \sqrt{\frac{5^x}{3^{x+2}}} \quad .$$

b) Calcolare la derivata della funzione

$$x^3 - \log \frac{x^2 + 1}{x^4 + 1} \quad .$$

5 Sia $f : [-1, 3] \to \mathbb{R}$ la funzione definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} (1 + x^2)^3 & \text{se } x \in \ [-1, 0] \\ \dfrac{1 - 2x}{1 + 3x} & \text{se } x \in \ ]0, 3] \end{cases} \quad .$$

Provare che f è continua.
Trovare il massimo ed il minimo assoluti di f.

Corso di laurea in **Scienze Biologiche** (laurea triennale)
Compito di **Istituzioni di Matematiche**
assegnato il 23 marzo 2002

1 a) Trovare la caratteristica della matrice

$$\mathrm{A} = \left\| \begin{matrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & 1 & 1 \\ -1 & 6 & 4 & 0 \end{matrix} \right\| \quad .$$

b) Risolvere il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} 2x & +3y = 1 \\ x & -2y = 0 \\ 5x + 11y = 2 \end{cases} \quad .$$

2 a) Scrivere l'equazione della circonferenza passante per i punti $A = (-3, 0)$, $B = (-1, 4)$ ed avente il centro sulla retta $r : \begin{cases} x = 3 - t \\ y = 1 - t \end{cases}$.

b) Trovare il piano parallelo alle rette $r : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$ e $s : \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3 \\ z = 3 - t \end{cases}$, passante per il punto $P = (0, 0, 1)$.

3 a) Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$f(x) = x^5 \sqrt{x+1} + \log_{\frac{1}{3}} \frac{x^2 - x - 6}{2x - 5} \quad .$$

b) Disegnare il grafico della funzione $g :]0, +\infty[\to \mathbb{R}$ definita mediante la legge

$$g(x) = \begin{cases} \log_{\frac{1}{2}} x & \text{se } x \in]0, 2] \\ \dfrac{1}{x^2} & \text{se } x \in]2, +\infty[\end{cases} \quad .$$

4 a) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\cos^2 x}{2^x + \sqrt{x} + 7} \quad .$$

b) Calcolare la derivata della funzione

$$\frac{x^2}{x+2} - x\, 2^{x - x^2} \quad .$$

5 Sia $f : [-1, 2] \to \mathbb{R}$ la funzione definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{4x + 1}{x - 2} & \text{se } x \in \ [-1, 0] \\ \log_{\frac{1}{4}} (x^2 + 2) & \text{se } x \in \ ]0, 2] \end{cases} \quad .$$

Decidere se f è continua oppure no.
Trovare gli intervalli nei quali f è crescente (decrescente).
Trovare l'estremo superiore (inferiore) di f, precisando se si tratta di massimo (minimo) assoluto.

Corso di laurea in **Scienze Biologiche** (laurea triennale)
Compito di **Istituzioni di Matematiche**
assegnato il 6 aprile 2002

1 a) Calcolare il determinante

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 5 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 3 & 4 & 6 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \end{vmatrix} .$$

b) Risolvere il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x \qquad - z = 1 \\ 2x + y - 4z = 0 \\ x + y + 2z = 4 \end{cases} .$$

2 a) Dati i punti $A = (0,3)$, $B = (4,1)$ e la retta $r : \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 - t \end{cases}$, trovare gli eventuali punti C di r aventi la proprietà che il triangolo ABC è isoscele rispetto alla base AB.

b) Sia α il piano passante per il punto $P = (3,2,0)$ e ortogonale alla retta $r : \begin{cases} x - 2y = 1 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$. Trovare il punto comune a α e all'asse x.

3 a) Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 + 3x - 4}{2x + 1}} + x^3 \log_4 (x + 2) \quad .$$

b) Disegnare il grafico della funzione $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita mediante la legge

$$g(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^x & \text{se } x \in]-\infty, 1] \\ \left(\frac{3}{2}\right)^x & \text{se } x \in]1, +\infty[\end{cases} .$$

4 a) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \to 2} \left[\frac{\operatorname{sen}^2(x-2)}{x^2 - 4} + x \right] .$$

b) Calcolare la derivata della funzione

$$\log(3x + 2) - \frac{3\operatorname{sen} x - \cos x}{2\operatorname{sen} x + \cos x} .$$

5 Sia $f : [-1, +\infty[\to \mathbb{R}$ la funzione definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 1} & \text{se } x \in \ [-1, 0[\\ \left(\dfrac{1}{2}\right)^{x^3 - 2} & \text{se } x \in \ [0, +\infty[\end{cases} .$$

Decidere se f è continua oppure no.
Trovare gli intervalli nei quali f è crescente (decrescente).
Trovare l'estremo superiore (inferiore) di f, precisando se si tratta di massimo (minimo) assoluto.

Corso di laurea in **Scienze Biologiche** (laurea triennale)
Compito di **Istituzioni di Matematiche**
assegnato il 20 giugno 2002

1 a) Trovare la caratteristica della matrice

$$\mathrm{A} = \begin{Vmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 5 & 5 & -5 \\ 2 & 3 & 5 & 3 \end{Vmatrix} \quad .$$

b) Risolvere il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x + y - 2z = 0 \\ 2x - y + z = 1 \\ 5x - y = 2 \end{cases} \quad .$$

2 a) Dati i punti $B = (-3, -1)$, $C = (0, 3)$, determinare i punti A dell'asse x tali che il triangolo ABC è isoscele rispetto alla base AB.

b) Trovare il piano α contenente la retta $r : \begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = -t - 1 \end{cases}$ e ortogonale al piano $\beta :\ x - z = 0$.

3 a) Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$f(x) = \sqrt{\frac{2x-1}{x^2+x-6}} + x^4 \log_{\frac{1}{2}}(5 - x) \quad .$$

b) Disegnare il grafico della funzione $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita mediante la legge

$$g(x) = \begin{cases} x^4 & \text{se } x \in]-\infty, 1] \\ \left(\frac{1}{2}\right)^x & \text{se } x \in]1, +\infty[\end{cases} \quad .$$

4 a) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \to +\infty} \cos \frac{2^x + 1}{3^x} \quad .$$

b) Calcolare la derivata della funzione

$$\frac{x^3}{x+2} - \operatorname{sen}^3(5x - 3) \quad .$$

5 Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} 2^{x^3+1} & \text{se } x \in\ ]-\infty, 0] \\ \dfrac{1}{x^2+1} & \text{se } x \in\ ]0, +\infty[\end{cases} \quad .$$

Decidere se f è continua oppure no.
Trovare gli intervalli nei quali f è crescente (decrescente).
Trovare l'estremo superiore (inferiore) di f, precisando se si tratta di massimo (minimo) assoluto.

Corso di laurea in **Scienze Biologiche** (laurea triennale)
Compito di **Istituzioni di Matematiche**
assegnato il 15 luglio 2002

1 a) Completare la matrice

$$\mathrm{A} = \left\| \begin{matrix} 7 & 1 & 0 & 8 \\ 3 & 0 & 2 & 3 \\ 10 & * & * & 11 \end{matrix} \right\|$$

in modo che risulti $\mathrm{r}(A) = 2$. Giustificare la risposta data.

b) Risolvere il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ x + y = 0 \\ 8x - 7y = 3 \end{cases} .$$

2 a) Trovare la retta r' simmetrica di $r : 3x - y + 3 = 0$ rispetto al punto $A = (2, -1)$.

b) Trovare il piano α contenente la retta $r : \begin{cases} x = -2t - 3 \\ y = t \\ z = 5t + 6 \end{cases}$ e parallelo alla retta $s : \begin{cases} x = t + 2 \\ y = t + 3 \\ z = 2t - 1 \end{cases}$.

3 a) Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$f(x) = \log_5 \frac{2x + 5}{x^2 - 3x + 4} + x^3 \sqrt{7 - x} .$$

b) Disegnare il grafico della funzione $g :]0, +\infty[\to \mathbb{R}$ definita mediante la legge

$$g(x) = \begin{cases} \log_2 x & \text{se } x \in]0, 2[\\ \sqrt{x} & \text{se } x \in [2, +\infty[\end{cases} .$$

4 a) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \to +\infty} \log_{\frac{1}{2}} \frac{x - x^5}{2 + x - x^3} .$$

b) Calcolare la derivata della funzione

$$x\sqrt{\mathrm{sen}^2 x + 1} - \frac{3x + 2}{2x + 5} .$$

5 Sia $f :] - 1, 1[\to \mathbb{R}$ la funzione definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{9 - 5x^2} & \text{se } x \in] - 1, 0[\\ \dfrac{x + 3}{1 + 3x} & \text{se } x \in [0, 1[\end{cases} .$$

Decidere se f è continua oppure no.
Trovare gli intervalli nei quali f è crescente (decrescente).
Trovare l'estremo superiore (inferiore) di f, precisando se si tratta di massimo (minimo) assoluto.

Corso di laurea in **Scienze Biologiche** (laurea triennale)
Compito di **Istituzioni di Matematiche**
assegnato il 12 settembre 2002

1 Risolvere i seguenti due sistemi di equazioni lineari:

$$\text{a)}\quad \begin{cases} x - 3y = 0 \\ 2x - y = 1 \\ x - 8y = -2 \end{cases} \quad , \qquad \text{b)}\quad \begin{cases} x - 2y + z = 0 \\ 2x - 5y + z = 0 \\ x - y - 2z = 4 \end{cases} \quad .$$

2 a) Dati i punti $A = (0, 4)$, $B = (4, -4)$ e la retta $r : \begin{cases} x = 4 + t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$, trovare gli eventuali punti C di r aventi la proprietà che il triangolo ABC sia isoscele rispetto alla base AB.

b) Verificare che le rette $r : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - t \\ z = 1 \end{cases}$ e $s : \begin{cases} x = z - 1 \\ y = z \end{cases}$ sono incidenti e trovare l'equazione del piano che le contiene.

3 a) Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$f(x) = \frac{\log_4(2 - 3x)}{(x + 1)^4} + \sqrt{\frac{2x + 5}{2x - 5}} \quad .$$

b) Disegnare il grafico della funzione $g : \ [0, +\infty[\to \mathbb{R}$ definita mediante la legge

$$g(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{3}\right)^x & \text{se } x \in [0, 1[\\ x^{\frac{1}{3}} & \text{se } x \in [1, +\infty[\end{cases} \quad .$$

4 a) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \to +\infty} \cos \frac{2 + x - x^3}{x - x^5} \quad .$$

b) Calcolare la derivata della funzione

$$x^2 \log \frac{x^2 - 3x}{3x + 2} \quad .$$

5 Sia $f : [-1, 3] \to \mathbb{R}$ la funzione definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} 5x^4 - 2 & \text{se } x \in \ [-1, 0[\\ 2^{x^2 - 2x} & \text{se } x \in \ [0, 3] \end{cases} \quad .$$

Trovare l'estremo inferiore e l'estremo superiore della funzione f, precisando se l'estremo inferiore è minimo e l'estremo superiore è massimo.

Corso di laurea in **Scienze Biologiche** (laurea triennale)
Compito di **Istituzioni di Matematiche**
assegnato il 5 ottobre 2002

1 a) Calcolare il determinante

$$\begin{vmatrix} 7 & 6 & 5 & -1 \\ 3 & 4 & 5 & 0 \\ 10 & 10 & 10 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \end{vmatrix} .$$

b) Risolvere il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x+y+2z=0 \\ x+y+3z=1 \\ x+y+\ \ z=-1 \end{cases} .$$

2 a) Dati il punto $A=(4,-2)$ e la retta $r : \begin{cases} x=3+3t \\ y=1+t \end{cases}$, trovare:

i) le coordinate del punto M proiezione ortogonale di A su r;
ii) le coordinate del punto B simmetrico di A rispetto a r.

b) Verificare che le rette $r : \begin{cases} x=1-t \\ y=1 \\ z=2-t \end{cases}$ e $s : \begin{cases} x=y-1 \\ y=z \end{cases}$ sono incidenti e trovare l'equazione del piano che le contiene.

3 a) Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$f(x)=\log_4(3x+4-x^2)+x^2\sqrt{\frac{2x+5}{2x-5}} .$$

b) Disegnare il grafico della funzione $g : [-1,+\infty[\to \mathbb{R}$ definita mediante la legge

$$g(x)=\begin{cases} 3^x & \text{se } x\in[-1,1[\\ x^{-3} & \text{se } x\in[1,+\infty[\end{cases} .$$

4 a) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{2^x-3}{4x+5} .$$

b) Calcolare la derivata della funzione

$$x^2\cos^2\frac{3x}{x+2} .$$

5 Sia $f : [-1,+\infty[\to \mathbb{R}$ la funzione definita nel modo seguente:

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x+4}{3-x} & \text{se } x\in\ [-1,0[\\ 2^{2x-x^2} & \text{se } x\in\ [0,+\infty[\end{cases} .$$

Trovare l'estremo inferiore e l'estremo superiore della funzione f, precisando se l'estremo inferiore è minimo e l'estremo superiore è massimo.