

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**  
Compito di **Istituzioni di Matematiche**  
assegnato il 14 giugno 2001

**1** Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^3}{5-x}} + \log_2 \left( x - \sqrt{x^2 - 4x + 3} \right) .$$

**2** In un piano cartesiano sono assegnati il punto  $A = (2, 0)$  e la retta  $r : 2x - y + 1 = 0$ .  
Trovare le coordinate del punto  $B$  simmetrico di  $A$  rispetto alla retta  $r$ .  
Trovare l'equazione della retta  $s$  simmetrica di  $r$  rispetto al punto  $A$ .  
Trovare l'equazione della circonferenza  $\Gamma$  avente centro  $A$  e tangente alla retta  $r$ .

**3** Trovare l'estremo inferiore e l'estremo superiore della funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita mediante la legge

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x+5}{x-2} & \text{se } x \in ]-\infty, 0[ \\ \sqrt{2} \sqrt{3x^2-x^3} & \text{se } x \in [0, +\infty[ \end{cases} ,$$

precisando se l'estremo inferiore è minimo e l'estremo superiore è massimo.

**4** Risolvere i seguenti due sistemi di equazioni lineari:

$$(1) \begin{cases} x - y + z = 1 \\ x + 2y = 0 \\ x + 2z = 0 \end{cases} , \quad (2) \begin{cases} x - 2y + z = 0 \\ -2x + 4y + z = 1 \\ -x + 2y + 2z = 1 \end{cases} .$$

**5** Calcolare l'integrale indefinito

$$\int x \left( \sqrt{4 + 5x^2} - \frac{x}{x^2 - 1} \right) dx .$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**  
Compito di **Istituzioni di Matematiche**  
assegnato il 5 luglio 2001

- 1** Trovare i domini  $F$  e  $G$  delle due funzioni reali di variabile reale

$$f(x) = \log_5 \frac{x^3}{7-x} \quad , \quad g(x) = \sqrt{\frac{\log_2(x+5) - 4}{12-x-x^2}} \quad .$$

Trovare inoltre gli insiemi  $F \cup G$  e  $F \cap G$ .

- 2** In un piano cartesiano sono assegnati i punti  $A = (-1, -1)$ ,  $B = (0, 1)$  e  $C = (\frac{3}{2}, \frac{1}{4})$ . Scrivere l'equazione cartesiana e le equazioni parametriche della retta  $r$  congiungente  $B$  e  $C$ .

Trovare il valore del parametro  $\lambda \in \mathbb{R}$  per cui il vettore  $\vec{v} = \lambda(B - A) + 4(C - A)$  è perpendicolare a  $r$ .

Scrivere l'equazione della circonferenza  $\Gamma$  tangente a  $r$  in  $B$  ed avente il centro sull'asse delle  $x$ .

- 3** Trovare i punti di estremo relativo per la funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita mediante la legge

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x+10}{x-2} & \text{se } x \in ]-\infty, -2[ , \\ \sqrt{5}^{3x-x^3} & \text{se } x \in [-2, +\infty[ . \end{cases}$$

Decidere inoltre se i punti trovati sono anche di estremo assoluto.

- 4** Stabilire, al variare del parametro  $k \in \mathbb{R}$ , se il seguente sistema di equazioni lineari è determinato, indeterminato o impossibile:

$$\begin{cases} kx & + 3z = 0 \\ & y - z = -k \\ 2x - y + 2kz = 2 \end{cases} \quad .$$

Risolvere quindi il sistema nei casi  $k = 1$  e  $k = 2$ .

- 5** Calcolare l'integrale indefinito

$$\int (1+2x) \left[ \left( \frac{x+x^2}{2} \right)^9 + e^x \right] dx \quad .$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**  
Compito di **Istituzioni di Matematiche**  
assegnato il 13 settembre 2001

**1** Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$f(x) = \sqrt{\frac{3^x + 1}{8 - 2^x}} - \log(x - \sqrt{x + 2}) .$$

**2** In un piano cartesiano sono assegnati il punto  $A = (-4, 0)$  e la retta  $r$  di equazione  $2x - y - 2 = 0$ . Trovare:

- a) le coordinate del punto  $B$  simmetrico di  $A$  rispetto a  $r$ ;
- b) l'equazione della circonferenza di centro  $A$  tangente alla retta  $r$ .

**3** Sia  $g$  la funzione reale di variabile reale definita mediante la legge

$$g(x) = x - \log\left(x^2 + 2x + \frac{7}{4}\right) .$$

Trovare:

- a) il dominio di  $g$ ;
- b) gli intervalli nei quali la funzione  $g$  è crescente;
- c) gli intervalli nei quali la funzione  $g$  è convessa.

**4** Risolvere i seguenti due sistemi di equazioni lineari:

$$(1) \quad \begin{cases} x - 2y - z = 0 \\ 2x \quad \quad + z = 1 \\ 3x - 2y + z = 0 \end{cases} , \quad (2) \quad \begin{cases} x - 2y - z = 0 \\ 2x \quad \quad + z = 1 \\ 3x - 2y \quad \quad = 3 \end{cases} .$$

**5** Calcolare gli integrali indefiniti:

$$\text{a) } \int \frac{x^2 - 3}{1 + x} dx \quad , \quad \text{b) } \int \cos 2x \sqrt{1 + 3\sin 2x} dx \quad .$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche**  
Compito di **Istituzioni di Matematiche**  
assegnato il 4 ottobre 2001

**1** Risolvere il sistema di disequazioni

$$\begin{cases} \log_3(2x + 5) \leq 3 \\ \frac{2^x - 8\sqrt{2}}{x^4 - 1} > 0 \end{cases} .$$

**2** In un piano cartesiano sono assegnati i punti  $A = (1, -2)$ ,  $B = (5, 1)$  e la retta  $r$  di equazione  $x - 2y + 1 = 0$ . Trovare:

- a) le equazioni parametriche di  $r$ ;
- b) i punti  $P$  di  $r$  aventi la proprietà che i due vettori  $P - A$  e  $B - A$  sono paralleli;
- c) i punti  $Q$  di  $r$  aventi la proprietà che il triangolo  $AQB$  è rettangolo in  $Q$ .

**3** Sia  $g$  la funzione reale di variabile reale definita mediante la legge

$$g(x) = |x| - \log \left( x^2 + 2x + \frac{7}{4} \right) .$$

Trovare:

- a) il dominio di  $g$ ;
- b) gli intervalli nei quali la funzione  $g$  è crescente;
- c) Il minimo assoluto della restrizione di  $g$  all'intervallo  $[-1, 1]$ .

**4** Risolvere i seguenti due sistemi di equazioni lineari:

$$(1) \begin{cases} x - 2y - z = 0 \\ 2x \quad \quad + z = 1 \\ 3x - 2y \quad \quad = 1 \\ 3x - 2y + z = 0 \end{cases} , \quad (2) \begin{cases} x - 2y - z = 0 \\ 2x \quad \quad + z = 1 \\ 5x - 2y + z = 2 \end{cases} .$$

**5** Calcolare gli integrali indefiniti:

$$\text{a) } \int \left( x + \frac{1}{x} \right) (x^2 + 2 \log x)^5 dx \quad , \quad \text{b) } \int x^2 \cos 2x dx \quad .$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche** (vecchio ordinamento)  
Compito di **Istituzioni di Matematiche**  
assegnato il 17 dicembre 2001

**1** Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$f(x) = \sqrt{x^3 - 3x - 2} + \log_3 \left( 8 - 2^{x^2 - 2x} \right) .$$

**2** In un piano cartesiano sono assegnati i punti  $A = (-2, 4)$ ,  $B = (5, 3)$  e la retta  $r$  di equazione  $2x - y - 2 = 0$ . Trovare:

a) il punto  $A'$  simmetrico di  $A$  rispetto a  $r$ ;

b) l'equazione della circonferenza  $\Gamma$  passante per i punti  $A$  e  $B$  ed avente il centro sulla retta  $r$ .

**3** Sia  $g$  la funzione reale di variabile reale definita mediante la legge

$$g(x) = e^{x^3} - x^3 + 1 .$$

Calcolare la derivata prima di  $g$ .

Studiare la monotonia di  $g$ .

Decidere se la funzione  $g$  è dotata di massimo e/o minimo assoluto.

**4** Risolvere i seguenti due sistemi di equazioni lineari:

$$(1) \quad \begin{cases} x + y = 1 \\ 2x - y = 0 \\ 4x - y = 0 \end{cases} , \quad (2) \quad \begin{cases} x + y - 2z = 0 \\ 2x + 2y - z = 1 \end{cases} .$$

**5** Calcolare l'integrale definito:

$$\int_0^1 \frac{x^2}{(1+x^3)^2} dx .$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche** (vecchio ordinamento)  
Compito di **Istituzioni di Matematiche**  
assegnato il 2 febbraio 2002

**1** Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$f(x) = \log_3 \frac{x}{x+2} - \sqrt{x^3 + x - 2} .$$

**2** Scrivere l'equazione della parabola che passa per i punti  $O = (0,0)$ ,  $A = (4,0)$  ed ha la retta  $y + 3 = 0$  come tangente nel vertice.

**3** Trovare il massimo ed il minimo assoluto della funzione

$$\log_2 (4x^2 + 12x + 13)$$

nell'intervallo  $[-\frac{5}{2}, 0]$  .

**4** Risolvere al variare del parametro  $k$  il sistema di equazioni lineari:

$$\begin{cases} x + y - 2z = 0 \\ 2x - 2y + z = 1 \\ 3x - y - z = k \end{cases} .$$

**5** Calcolare l'integrale definito:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - 1}{(x + \cos x)^3} dx .$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche** (vecchio ordinamento)  
Compito di **Istituzioni di Matematiche**  
assegnato il 2 marzo 2002

**1** Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$f(x) = x^2 + \sqrt{\frac{x}{x-3}} - \log_3(2x^3 - x^2 + 3) \quad .$$

**2** Scrivere l'equazione della parabola che ha la direttrice parallela all'asse  $x$ , passa per i punti  $O = (0,0)$ ,  $A = (4,0)$  ed è tangente alla retta  $y = x$  nel punto  $O$ .

**3** Trovare il massimo ed il minimo assoluto della funzione

$$\sqrt{4x^2 - 12x + 13}$$

nell'intervallo  $[0, 2]$  .

**4** Stabilire, al variare del parametro  $k \in \mathbb{R}$ , se il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x + y - 2z = 0 \\ 2x - 2y + z = 1 \\ 3x - k^2y - z = k \end{cases}$$

è determinato, indeterminato oppure impossibile. Risolvere quindi il sistema nel caso  $k = 0$ .

**5** Calcolare l'integrale definito:

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{2\operatorname{sen} 2x - 1}{(x + \cos 2x)^3} dx \quad .$$

Corso di laurea in **Scienze Biologiche** (vecchio ordinamento)  
Compito di **Istituzioni di Matematiche**  
assegnato il 6 aprile 2002

**1** Trovare il dominio della funzione reale di variabile reale

$$f(x) = (2x + 1)^3 - \sqrt{\frac{x^4 + 1}{2x + 11}} + \log_3 \left( \sqrt{5x^2 + x} - x \right) .$$

**2** In un piano cartesiano sono assegnati i punti  $A = (-1, 3)$ ,  $B = (3, 1)$  e la retta  $r$  di equazione  $x - y - 1 = 0$ . Trovare:

- il punto  $A'$  simmetrico di  $A$  rispetto a  $r$ ;
- il punto  $C$  di  $r$  tale che il triangolo  $ABC$  è isoscele rispetto alla base  $AB$ ;
- l'equazione della circonferenza di centro  $B$  tangente alla retta  $r$ .

**3** Data la funzione reale di variabile reale

$$f(x) = 2^{\frac{12x-x^3}{8}} ,$$

- calcolarne i limiti per  $x \rightarrow -\infty$ ,  $x \rightarrow -4$  e  $x \rightarrow +\infty$ ;
- trovare gli intervalli nei quali  $f$  è crescente [decescente];
- trovare l'estremo superiore e l'estremo inferiore della restrizione di  $f$  all'intervallo  $[-3, +\infty[$ , precisando se l'estremo superiore è massimo e l'estremo inferiore è minimo.

**4** Risolvere i seguenti due sistemi di equazioni lineari:

$$(1) \begin{cases} 2x - y = 0 \\ 3x + 5y = 13 \\ x - 3y = -5 \end{cases} , \quad (2) \begin{cases} 2x - y + z = 0 \\ x + 3y + 2z = 1 \\ 3x - 5y = -1 \end{cases} .$$

**5** Calcolare gli integrali indefiniti:

$$\int \frac{2x^2 + 3}{x^2 - 5x + 4} dx , \quad \int x e^{5x-3} dx .$$