Corso di Laurea di primo livello in Fisica
Programma di **Analisi Matematica II**
Anno accademico **2010-2011**
(Prof. Alfonso Villani)

1. Calcolo differenziale delle funzioni di due o più variabili. Derivate parziali delle funzioni di due o più variabili. Teorema di Schwarz. Derivate direzionali. Funzioni differenziabili. Condizioni necessarie per la differenziabilità. Teorema del differenziale totale. Derivazione delle funzioni composte. Funzioni con gradiente nullo. Funzioni positivamente omogenee. Teorema di Eulero. *Differenziali di ordine superiore. *Formula di Taylor con resto di Lagrange per le funzioni di più variabili. Massimi e minimi relativi per le funzioni di due variabili; condizioni necessarie e condizioni sufficienti. Massimi e minimi relativi per le funzioni di più variabili; *condizioni necessarie e *condizioni sufficienti. Ricerca del massimo e del minimo assoluto di una funzione di due o più variabili.

2. Funzioni implicite. Funzioni implicite. Teorema del Dini. *Continuità e derivabilità delle funzioni implicite. *Matrici jacobiane. *Sistemi di funzioni implicite. Curve piane in forma implicita. *Problemi di estremo condizionato.

3. Equazioni differenziali. Definizioni e generalità. Problema di Cauchy. Equazione integrale di Volterra. Teoremi sul problema di Cauchy per le equazioni differenziali del primo ordine in forma normale: teorema di unicità, *teorema di esistenza locale, teorema di esistenza ed unicità locale, teorema di esistenza ed unicità globale. *Analoghi teoremi per i sistemi di equazioni differenziali del primo ordine e per le equazioni di ordine n in forma normale. Saldatura di soluzioni. Soluzioni massimali. Equazioni differenziali del primo ordine a variabili separabili. Equazioni differenziali a coefficiente omogeneo. Equazioni differenziali lineari del primo ordine. Equazioni differenziali di Bernoulli. Sistemi di equazioni differenziali lineari del primo ordine. Metodo della variazione delle costanti. Equazioni differenziali lineari di ordine n. *Equazioni differenziali lineari omogenee a coefficienti costanti. *Equazioni differenziali di Eulero. *Equazioni differenziali lineari non omogenee a coefficienti costanti con termine noto di tipo particolare.

4. Integrali delle funzioni di più variabili. Successioni di insiemi. Successioni di sottoinsiemi di uno spazio metrico invadenti il proprio limite. La misura di Lebesgue. σ-algebre e loro proprietà. Misure astratte. Esempi di misure. Proprietà delle misure. Generatori di una σ-algebra. Boreliani di uno spazio metrico. Funzioni misurabili. *Criterio generale di misurabilità. *La metrica di $\overline{\mathbb{R}}$. Funzioni numeriche misurabili: *criteri di misurabilit e proprietà. *Funzioni elementari e loro integrale. *Integrale delle funzioni misurabili e non negative. *Teorema della convergenza monotona. Massimo e minimo limite delle successioni in $\overline{\mathbb{R}}$. Integrale delle funzioni misurabili di segno qualsiasi. Propriet verificate quasi-ovunque. Integrale di funzioni uguali quasi-ovunque. Integrale delle funzioni definite quasi-ovunque. *Integrale esteso ad un sottoinsieme dello spazio ambiente Ω. *Misure con densit. *Teorema della convergenza dominata. Integrale di Lebesgue: *teoremi di coerenza con l'integrale di Riemann e gli integrali in senso generalizzato ed improprio delle funzioni di una variabile. *Teoremi di Tonelli e di Fubini perl'integrale di Lebesgue. *Teorema di cambiamento delle variabili negli integrali multipli. *Uso delle coordinate polari per il calcolo degli integrali doppi. *Uso delle coordinate cilindriche o polari per il calcolo degli integrali tripli.

5. Curve parametriche. Integrali curvilinei. Forme differenziali. Curve parametriche in $\mathbb{R}^n$. Curve semplici. *Lunghezza di una curva. Parametrizzazione intrinseca. Integrali curvilinei delle funzioni di più variabili. Curve regolari. Versore tangente ad una curva regolare. Curve generalmente regolari. Integrali curvilinei delle forme differenziali lineari. Forme differenziali integrabili. Primo criterio di integrabilità di una forma differenziale. Calcolo della funzione primitiva di una forma differenziale integrabile. Forme differenziali chiuse. Insiemi semplicemente connessi. *Secondo criterio di integrabilità di una forma differenziale. *Teorema di Jordan (sulle curve semplici e chiuse in $\mathbb{R}^2$). Domini regolari di $\mathbb{R}^2$. Integrali curvilinei delle forme differenziali in due variabili estesi alla frontiera di un dominio regolare. *Formule di Gauss. Dimostrazione del secondo criterio di integrabilità di una forma differenziale in $\mathbb{R}^2$. *Superficie regolari e Teorema di Stokes (cenni).

Testi consigliati:

J. P. Cecconi - G. Stampacchia, *Analisi matematica*, 2^0 volume, *Funzioni di più variabili*, seconda edizione, Liguori, Napoli (1983).

G. Emmanuele, *Analisi Matematica* II, Foxwell & Davies Italia, Napoli (2004).

(Le dimostrazioni relative agli argomenti contrassegnati con * possono essere omesse.)