

Corso di laurea di primo livello in Fisica
Programma di **Analisi Matematica I**
Anno accademico **2007-2008**
(Prof. Alfonso Villani)

1. I numeri reali. Gruppi, anelli, corpi. Insiemi parzialmente ordinati. Maggioranti e minoranti, massimo e minimo, estremo superiore ed estremo inferiore di un sottoinsieme di un insieme parzialmente ordinato. Anelli ordinati. Insiemi parzialmente ordinati completi. Postulato di esistenza dei numeri naturali. La dimostrazione per induzione. Insiemi equipotenti. Insiemi finiti e insiemi infiniti. Insiemi numerabili. Le strutture dei numeri naturali, dei numeri interi relativi e dei numeri razionali; caratterizzazione ed unicità a meno di isomorfismi. La struttura dei numeri reali. Unicità a meno di isomorfismi. Rappresentazione decimale dei numeri reali. Densità di \mathbb{Q} e di $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ in \mathbb{R} . Il teorema della radice n -ma aritmetica. Potenze e logaritmi. Le funzioni trigonometriche.

2. I numeri complessi. Il campo dei numeri complessi. Forma algebrica dei numeri complessi. Rappresentazione geometrica. Forma trigonometrica. Radici n -me. Principio di identità dei polinomi. Teorema fondamentale dell'algebra. Decomposizione in fattori di un polinomio.

3. Elementi di calcolo combinatorio. Disposizioni. Permutazioni. Combinazioni. Potenza di un binomio.

4. Successioni e loro limiti. Successioni: definizioni e simbolismo. Elementi di topologia in \mathbb{R} . Limiti delle successioni a valori in \mathbb{R} . Teoremi fondamentali sui limiti. Successioni monotone. Numero e . Criterio di convergenza di Cauchy. Massimo e minimo limite di una successione reale. Successioni complesse.

5. Serie numeriche. Definizioni e primi teoremi. Criterio di convergenza di Cauchy. Serie a termini non negativi; criterio del confronto. Altri criteri di convergenza per le serie a termini non negativi. Serie assolutamente convergenti. Proprietà commutativa. Serie a segni alternati. Serie a termini complessi.

6. Limiti delle funzioni reali di una variabile reale. Funzioni reali di una variabile reale: definizioni, rappresentazione geometrica, simmetrie, estremi di una funzione, funzioni monotone. Limiti delle funzioni reali di una variabile reale. Principali teoremi sui limiti. Limiti delle funzioni elementari. Limiti delle funzioni composte. Alcuni limiti notevoli. Limiti laterali. Limiti delle funzioni monotone. Asintoti. Infinitesimi, infiniti e loro confronto. Limiti delle funzioni complesse di una variabile reale.

7. Funzioni continue. Funzioni reali di una variabile reale continue in un punto ed in un insieme. Prime proprietà delle funzioni continue. Punti di discontinuità. Continuità della funzione inversa. Funzioni inverse delle funzioni trigonometriche. Funzioni iperboliche e loro inverse. Teorema di esistenza degli zeri. Teorema di Weierstrass. Uniforme continuità. Teorema di Cantor.

8. Derivate delle funzioni reali di una variabile reale. Definizione di derivata. Significato geometrico e significato meccanico della derivata. Regole di derivazione. Derivata della funzione composta. Derivata della funzione inversa. Derivate delle funzioni elementari. Derivate di ordine superiore. Differenziali.

9. Teoremi fondamentali ed applicazioni del calcolo differenziale. Monotonia in un punto, estremi relativi e teorema di Fermat. Teoremi di Rolle, di Cauchy e di Lagrange. Conseguenze del teorema di Lagrange. Teoremi di de L'Hôpital. Formula di Taylor. Funzioni convesse in un punto ed in un intervallo. Punti di flesso. Determinazione del grafico di una funzione.

10. Integrali delle funzioni di una variabile. La teoria della misura secondo Peano-Jordan. Definizione di integrale secondo Riemann. Caratterizzazioni dell'integrale e significato geometrico. Integrabilità delle funzioni continue e delle funzioni monotone. Proprietà dell'integrale. Integrali definiti. Il teorema e la formula fondamentali del calcolo integrale. Integrale indefinito. Integrali impropri. Criteri di integrabilità.

11. Integrazione indefinita. Integrali indefiniti immediati. Regole di integrazione indefinita. Integrazione delle funzioni razionali. Integrazione di alcuni tipi di funzioni irrazionali e trascendenti.

12. Successioni e serie di funzioni. Successioni di funzioni. Convergenza uniforme. I teoremi della continuità, della derivabilità e del passaggio al limite sotto il segno di integrale. Serie di funzioni. Convergenza totale. Serie di potenze. Serie di Taylor. Sviluppi in serie di potenze di alcune funzioni elementari.

13. Funzioni reali di più variabili reali. Spazi metrici: definizioni ed esempi. Intorni. Punti di accumulazione. Insiemi aperti, insiemi chiusi. Limiti di funzioni tra spazi metrici. Funzioni continue. Casi particolari: funzioni reali, complesse e a valori in \mathbb{R}^n . Derivate parziali delle funzioni di due o più variabili. Teorema di Schwarz. Funzioni differenziabili. Condizioni necessarie per la differenziabilità. Teorema del differenziale totale. Derivazione delle funzioni composte. Derivate direzionali.

14. Equazioni differenziali. Definizioni e generalità. Problema di Cauchy. Teoremi sul problema di Cauchy per le equazioni differenziali del primo ordine in forma normale: teorema di esistenza "in piccolo", teorema di esistenza ed unicità "in piccolo", teorema di esistenza ed unicità "in grande" e sue varianti. Analoghi teoremi per le equazioni di ordine n . Equazioni differenziali del primo ordine a variabili separabili. Equazioni a coefficiente omogeneo. Equazioni differenziali lineari del primo ordine. Equazioni di Bernoulli. Equazioni differenziali lineari di ordine n . Equazioni differenziali lineari omogenee a coefficienti costanti. Equazioni di Eulero. Metodo della variazione delle costanti. Equazioni differenziali lineari non omogenee a coefficienti costanti.

Testi consigliati:

J. P. Cecconi - G. Stampacchia, *Analisi matematica*, 1^o volume, *Funzioni di una variabile*, Liguori, Napoli (1974).

J. P. Cecconi - G. Stampacchia, *Analisi matematica*, 2^o volume, *Funzioni di più variabili*, seconda edizione, Liguori, Napoli (1983).

G. Emmanuele, *Analisi Matematica I*, seconda edizione, Foxwell & Davies UK, London (2007).

G. Emmanuele, *Analisi Matematica II*, Foxwell & Davies Italia, Napoli (2004). (*)

(*) Si prevede l'uscita della seconda edizione nel corso dell'anno accademico.

C. D. Pagani - S. Salsa, *Analisi Matematica*, Volume 1, Masson, Milano (1995).

C. D. Pagani - S. Salsa, *Analisi Matematica*, Volume 2, Masson, Milano (1993).