# Università di Catania Anno Accademico 2005-2006

# Corso di Laurea in Fisica

# Programma di Analisi Matematica (primo corso) Docente: Prof. A. Villani

# PARTE A

# Numeri reali\*.

(Parte I, cap. I, nn. 1-6, 7\*, 8).

## Numeri complessi.

(Parte I, cap. II, nn. 1-6, 8).

#### Polinomi ed equazioni algebriche.

Definizioni. Principio di identità\*. Teorema fondamentale dell'algebra\*. Decomposizione in fattori di un polinomio.

(Parte I, cap. III, nn. 1\*, 3\*, 4 (II\*)).

#### Insiemi numerici. Successioni.

Insiemi. Estremi di un insieme numerico. Intervalli. Coppie di insiemi contigui. Successioni e loro limiti. Successioni monotone. Criterio di Cauchy\*. (Parte I, cap. IX, nn. 1-3, 4\*, 5, 6\* (dim. III), 7, 8\*, 11\*).

# SERIE NUMERICHE.

Primi teoremi sulle serie. Serie a termini positivi. Serie assolutamente convergenti. Criterio di convergenza di Cauchy\*. Serie alternanti\*.

(Parte I, cap. XV, nn. 1, 2, 3 (IV\*, V\*), 4\* (dim. I, II, IX), 5 (solo I), 7 (solo I, IV\*, esempio di pag. 466).

## FUNZIONI DI UNA VARIABILE.

Definizioni. Rappresentazione geometrica. Estremi di una funzione. Limiti di una funzione. Continuità e discontinuità delle funzioni. Teorema di Cantor\*. Teorema di Weierstrass. Funzioni monotone. Numero e\*. Funzioni iperboliche.

(Parte I, cap. X, nn. 1-3, 4, 6\*, 7\* (dim. I), 8\* (dim. IV), 9, 10\* (dim. III), 11 (fino al rigo 11 di pag. 242), 12\* (dim. limiti notevoli), 13).

# DERIVATE E DIFFERENZIALI DELLE FUNZIONI DI UNA VARIABILE.

Derivata e suo significato geometrico. Regole di derivazione. Funzioni inverse e loro derivate\*. Funzioni composte e loro derivate. Derivate di ordine superiore. Differenziali. (Parte I, cap. XI, nn. 1-4, 5\*, 6, 7, 9\*, 10).

## APPLICAZIONI DEL CALCOLO DIFFERENZIALE.

Teoremi di Rolle, di Cauchy\*, di Lagrange. Primo teorema di De L'Hospital. Secondo teorema di De L'Hospital\*. Forme indeterminate. Asintoti. Funzioni crescenti o decrescenti in un punto o in un intervallo. Massimi e minimi relativi. Concavità, convessità, flessi.

(Parte I, cap. XII, nn. 1-3, 4\*, 5, 6\*, 7 (IV\*), 8 (II\*, III\*), 9, 10 (III\*), 11).

# PARTE B

#### CALCOLO COMBINATORIO.

Disposizioni. Permutazioni. Combinazioni. Potenza di un binomio.

(Parte I, cap. IV, nn. 1\*, 2 (fino alla definizione di permutazione fondamentale), 3, 5).

## FUNZIONI COMPLESSE.

Funzioni complesse di variabile reale. Funzioni complesse di variabile complessa. Derivate delle funzioni complesse.

(Parte I, cap. X, nn. 14-15, cap. XI, nn. 11-12).

## Integrali delle funzioni di una variabile.

Misura di un insieme di punti del piano secondo Peano-Jordan\*. Area di un rettangoloide. Definizione di integrale secondo Riemann. Proprietà degli integrali estesi\*. Area di un dominio normale\*. Integrali definiti. Funzione integrale. Formula fondamentale del calcolo integrale. Integrali indefiniti. Artifici di integrazione. Integrale delle funzioni razionali\*. Integrali delle funzioni generalmente continue\*. Integrali impropri\*.

(Parte I, cap. XIII, nn. 1\*, 2, 3, 4\*, 5\*, 6\*, 7-11, 13\*, 14\*, 15\*, 16 (solo esempi 1°, 2°, 3°), 17, 19\*, 20\*).

#### Successioni e serie di funzioni.

Successioni di funzioni. Serie di funzioni. Convergenza uniforme. Alcuni teoremi sulle serie di funzioni. Serie di Taylor. Serie di potenze. Sviluppo in serie di Mac Laurin di  $e^x$ ,  $sen^x$ ,  $cos^x$ ,  $(1+x)^\alpha$ , log(1+x), arctan x,  $arcsen^x$ .

(Parte I, cap XII, n. 12\*, cap. XV, nn. 9 (omettere III-V), 10 (omettere II, IV\*), 11\*, 12, 13, 14 (omettere IV, VII\*, VIII\*, omettere IX), 15\*).

# CURVE PIANE E SGHEMBE.

Definizione di curva regolare. Tangente a una curva regolare in un suo punto. Definizione e calcolo della lunghezza di un arco di curva regolare\*. (Parte II, cap. I, nn. 2 (fino alle formule (12)), 3\*).

# TEORIA DEGLI INSIEMI E FUNZIONI DI DUE VARIABILI.

Nozioni generali della teoria degli insiemi. Insiemi aperti. Intorni. Punti di accumulazione. Derivato e chiusura di un insieme. Insiemi chiusi, domini. Alcuni teoremi fondamentali. Funzioni di due variabili. Limiti delle funzioni di due variabili. Funzioni continue di due variabili. Funzioni uniformemente continue. Spazi euclidei ad n dimensioni. Funzioni di n variabili. Derivate parziali delle funzioni di due variabili. Differenziali. Derivate e differenziali delle funzioni composte\*.

(Parte II, cap. II, nn. 1 (I\*), 2 (II\*, III\*), 3 (omettere II-IV), 4\* (dim. IV), 9, 10, 11 (IV\*, VI\*), 12\*, 13, 14, cap. III, nn. 1\*, 3\*, 4\* (fino a III)).

# EQUAZIONI DIFFERENZIALI DEL PRIMO ORDINE.

Definizioni. Equazioni a variabili separabili. Equazioni a coefficienti omogenei. Equazioni di tipo omogeneo. Equazioni lineari. Equazione di Bernoulli. (Parte I, cap. XIV, nn. 1, 2, 4.

Parte II, cap. XI, n. 4 (solo la risoluzione delle equazioni (35), (36), (37)).

Le indicazioni dei capitoli si riferiscono ai testi:

C. Miranda, Lezioni di Analisi Matematica, Parte I e Parte II - Edizione Liguori, Napoli.

Le dimostrazioni relative agli argomenti contrassegnati con " \* ", possono essere omesse.