Correzioni a “Corso zero 2007”

ultimo aggiornamento 9 ottobre 2007

Pag. 37, riga 11:

sostituire $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$ con $\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$

Pag. 81: lo schema riguardante la funzione l (righe -6 – -4) è incompleto; sostituire la pagina con la seguente:

3. Sia $h : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}_0$ la funzione definita mediante la legge:

$$h(n) = \begin{cases} 0 & \text{se } n \text{ è dispari,} \\ \frac{n}{2} & \text{se } n \text{ è pari} \quad . \end{cases}$$

Questa volta la funzione è surgettiva (infatti $h(\mathbb{N}_0) = \{0, 1, 2, \ldots\} = \mathbb{N}_0$) ma non è iniettiva dato che tutti i numeri dispari e lo zero hanno come corrispondente lo zero.

4. Sia $l : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}_0$ la funzione definita mediante la legge:

$$l(n) = \begin{cases} n - 1 & \text{se } n \text{ è dispari,} \\ n + 1 & \text{se } n \text{ è pari} \quad . \end{cases}$$

Possiamo rappresentare il "modo di lavorare" della funzione l nella maniera seguente:

$$\begin{array}{llllllll} A = \mathbb{N}_0 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \ldots\ldots \\ l \downarrow & & & & & & & \\ B = \mathbb{N}_0 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \ldots\ldots \quad , \end{array}$$

dunque l non fa altro che "cambiare di posto" i numeri 0 e 1, i numeri 2 e 3, i numeri 4 e 5 ecc. ecc.. Ne segue facilmente che l è sia surgettiva che iniettiva.

Pagg. 149 - 153 e pag. 155:

sostituire

“crescente” con “non decrescente”

“fortemente crescente” con “crescente”

“decrescente” con “non crescente”

“fortemente decrescente” con “decrescente”

per uniformare la terminologia a quella che sarà adoperata durante il corso.

Le pagine corrette sono le seguenti:

FUNZIONI MONOTÒNE

Sia $f : A \to \mathbb{R}$ una funzione reale di variabile reale (quindi $A \subseteq \mathbb{R}$).

Si dice che f e'

NON DECRESCENTE

- ~~CRESCENTE~~ se

$$\forall x_1, x_2 \in A : x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$$

- ~~FORTEMENTE~~ CRESCENTE se

$$\forall x_1, x_2 \in A : x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

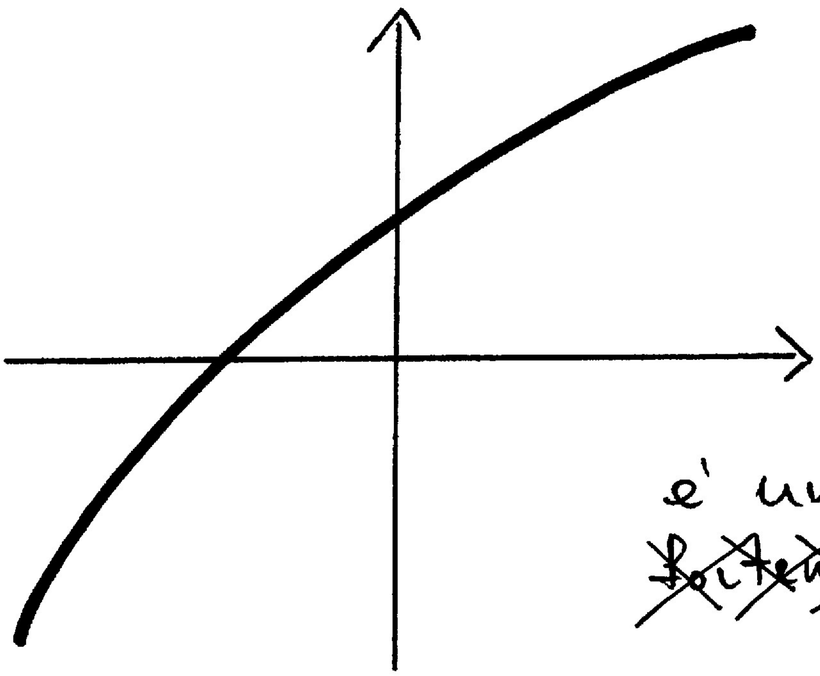
NON CRESCENTE

- ~~DECRESCENTE~~ se

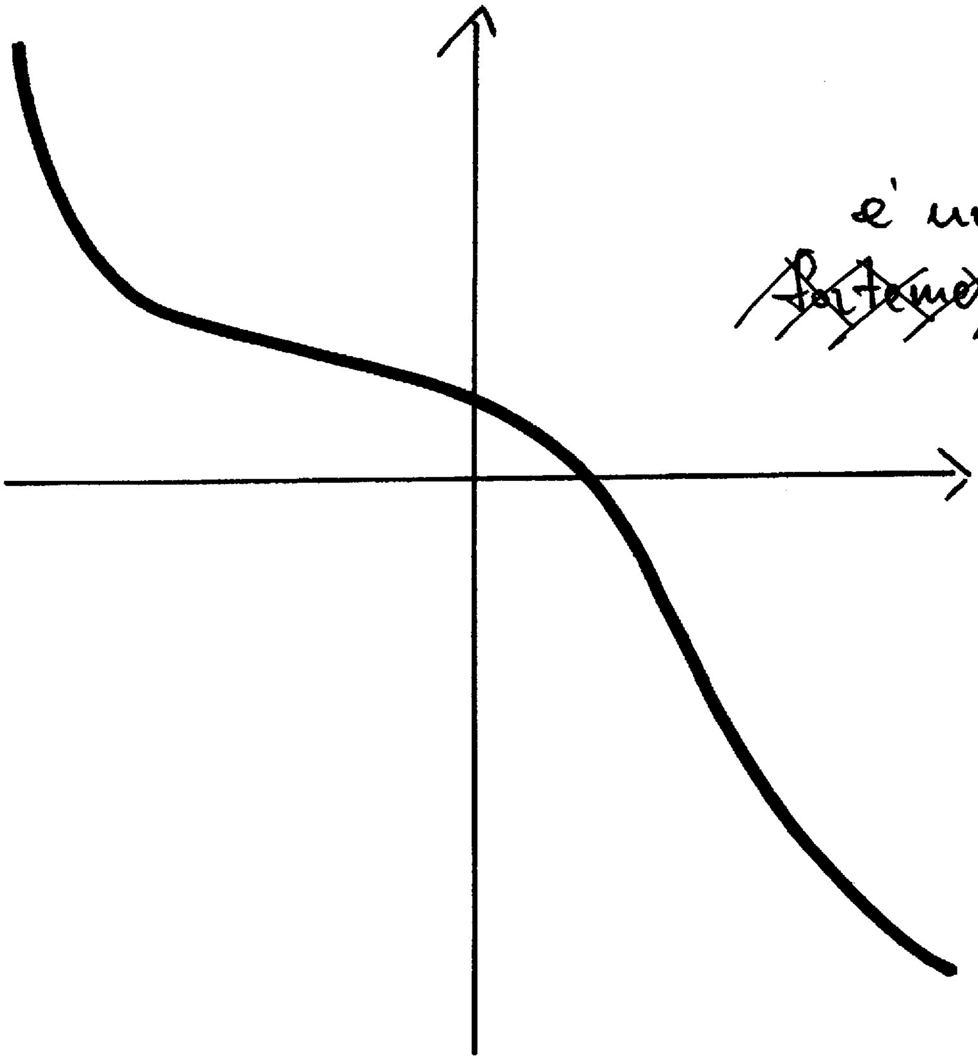
$$\forall x_1, x_2 \in A : x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$$

- ~~FORTEMENTE~~ DECRESCENTE se

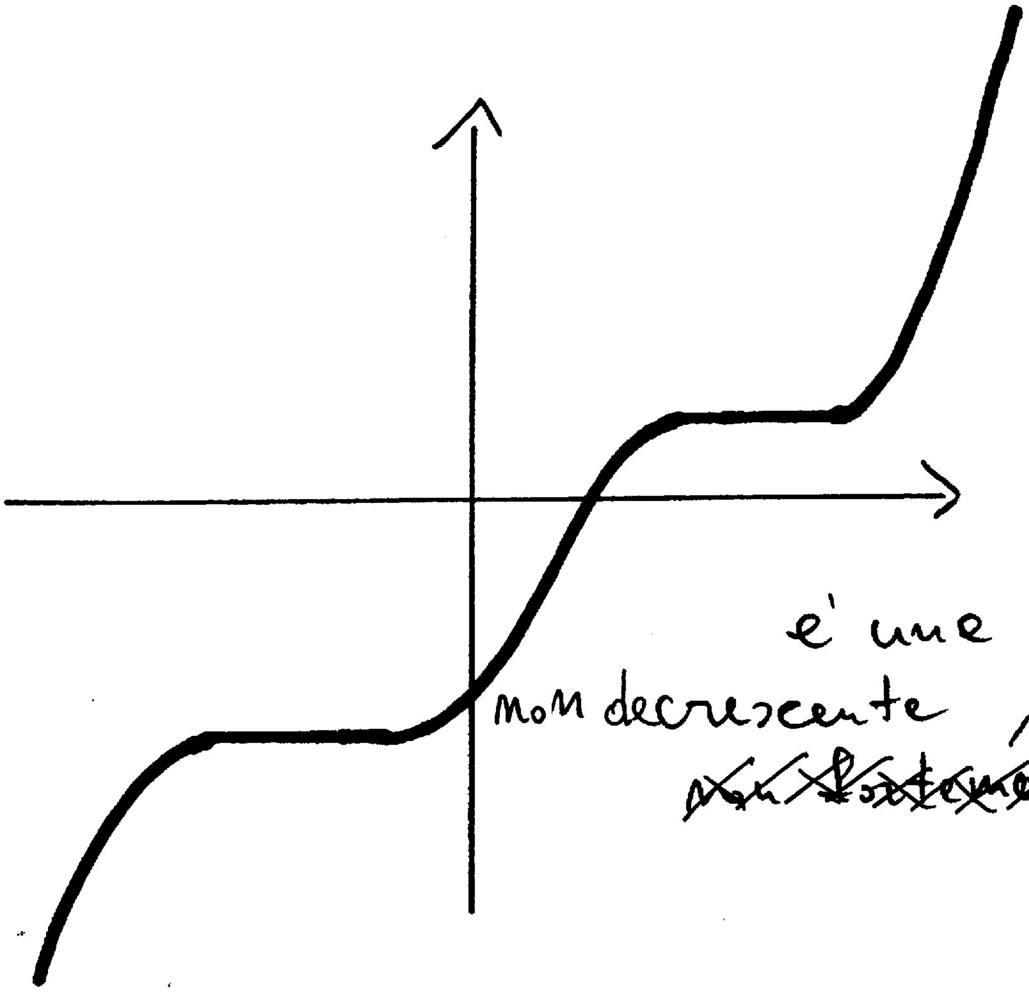
$$\forall x_1, x_2 \in A : x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2).$$



e' une funzione ~~fortemente~~ crescente



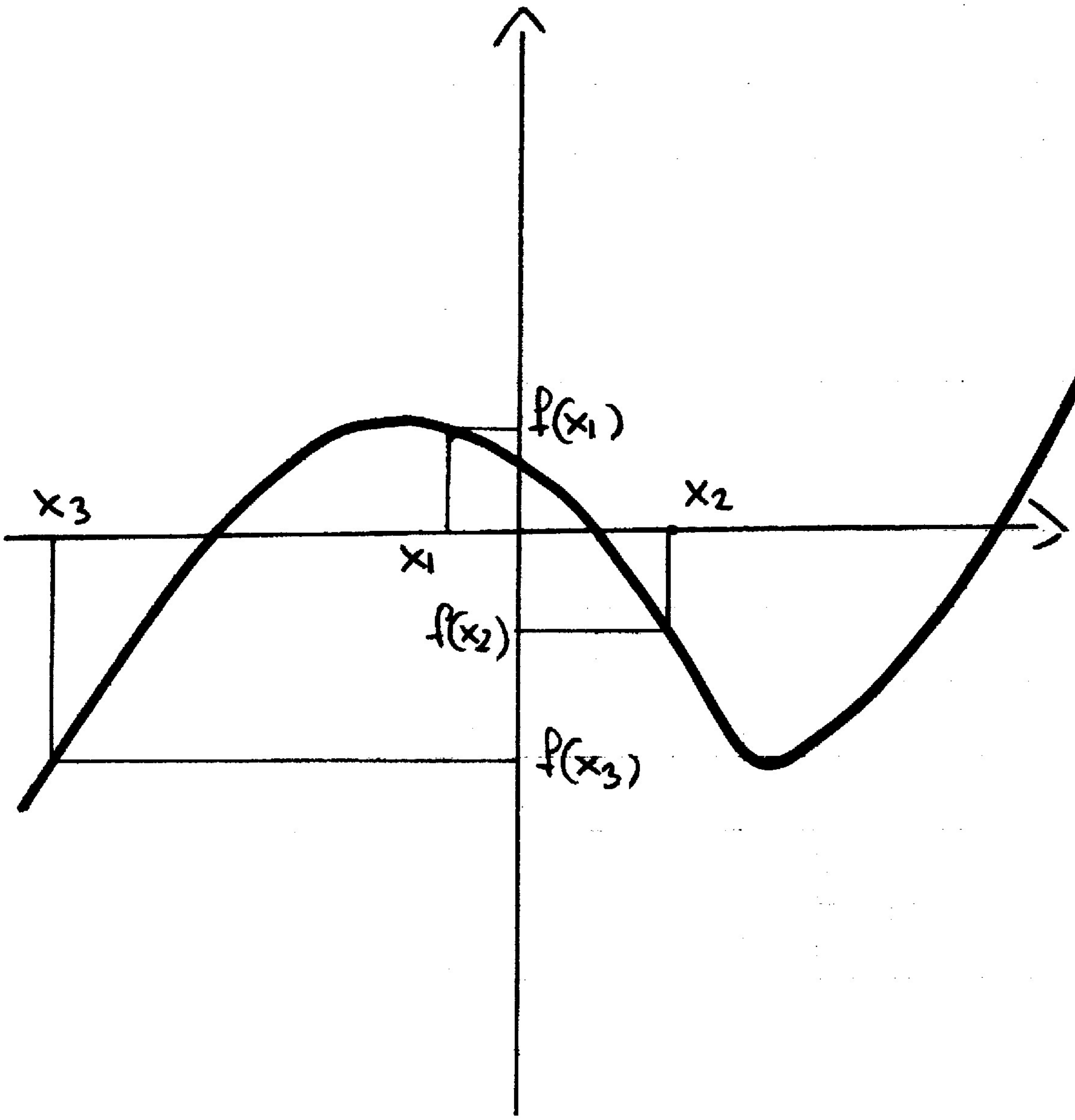
e' une funzione ~~fortemente~~ decrescente



è una funzione non decrescente, ma non è ~~non fortemente~~ crescente.

Una funzione si dice <u>monotòna</u> se essa è ~~crescente~~ non decrescente oppure ~~decrescente~~ non crescente;

– <u>fortemente monotona</u> se è ~~fortemente~~ crescente oppure ~~fortemente~~ crescente.



non e' una funzione monotona ;

infatti non e' ~~crescente~~ non decrescente (perché vi e' una coppia di elementi del dominio A di f

x_1 e x_2, tali che $x_1 < x_2$ ma

$f(x_1) > f(x_2)$) ; analogamente non

è ~~decrescente~~ non crescente (perché $\exists\, x_3, x_1 \in A$ tali che $x_3 < x_1$ ma $f(x_3) < f(x_1)$).

UNA FUNZIONE FORTEMENTE MONOTONA È INIETTIVA.

Infatti, se, per esempio, f è ~~fortemente~~ crescente, i corrispondenti di due qualsiasi elementi $\underbrace{\text{distinti}}^{x_1 \text{ e } x_2}$ del dominio di f, sono distinti perché tra $f(x_1)$ e $f(x_2)$ vi è la stessa relazione di disuguaglianza che vi è tra x_1 e x_2. Invece, se f è ~~fortemente~~ decrescente, tra $f(x_2)$ e $f(x_1$

$$\underbrace{f:[-5,4]\to \mathbb{R}}$$

La precedente funzione è iniettiva perché ogni retta parallela all'asse x incontra il suo grafico in un solo punto oppure non lo incontra, ma non è né ~~crescente~~ non decrescente (perché $f(1) > f(2)$) né ~~decrescente~~ non crescente (perché $f(1) < f(0)$)

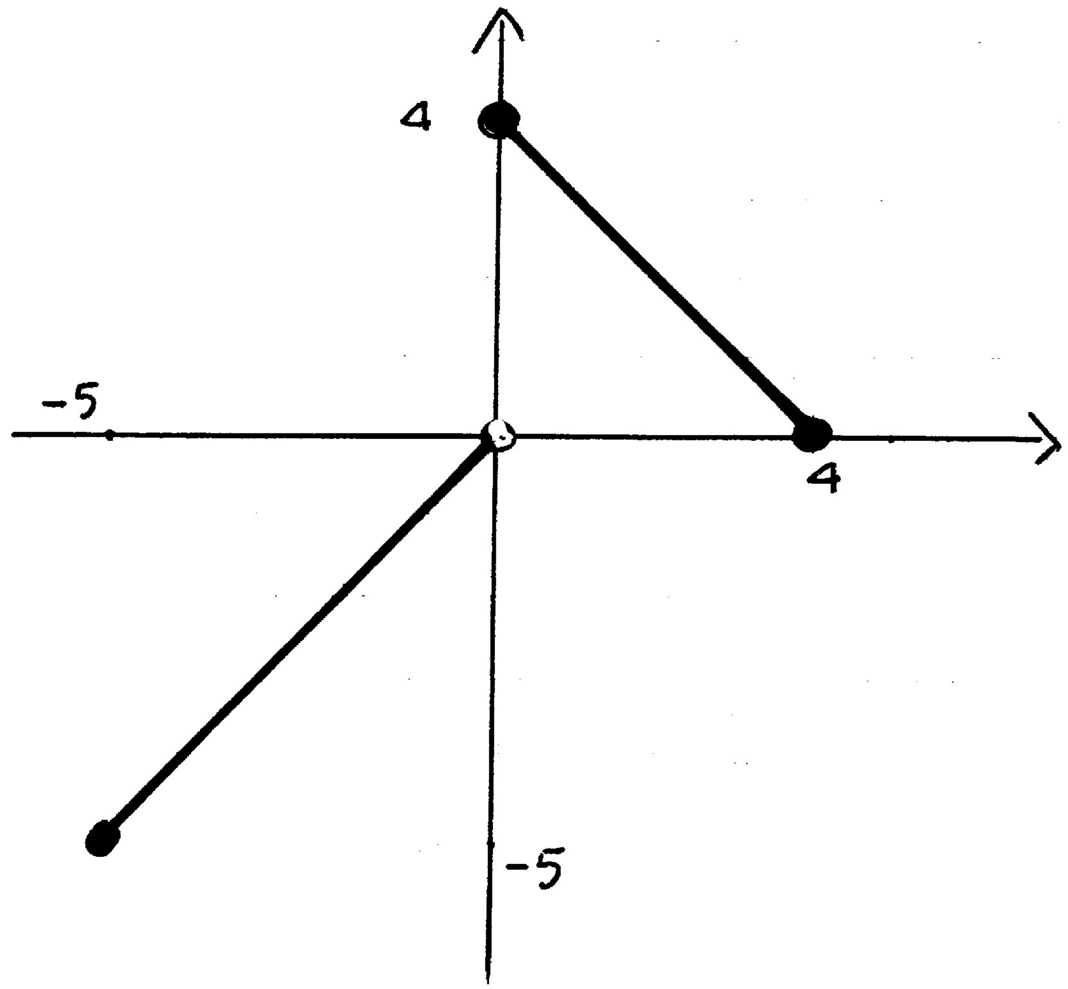
ESERCIZIO. Trovare la legge della precedente funzione.

Pag. 155:

correggere il grafico scambiando la pallina nera del punto $(0, 0)$ con la pallina bianca del punto $(0, 4)$:

vi è la relazione di disuguaglianza contraria a quella che c'è tra x_1 e x_2

Una funzione reale di variabile reale può però essere iniettiva senza essere fortemente monotona, come mostra il seguente esempio



Pag. 217, righe 4 e **9:**

sostituire $f(x) \geq [g(x)]^n$ con $f(x) > [g(x)]^n$