Q1 Nel campo ordinato $\mathbb{Q}$ dei numeri razionali l'insieme $\{x \in \mathbb{Q} : x > 0, 3 \leq x < 9\}$

- a) ha minimo e massimo
- b) non ha né minimo né massimo
- c) ha minimo ma non ha massimo
- d) ha massimo ma non ha minimo

Q2 Il numero complesso coniugato di $\frac{3-2i}{1-3i}$ è

- a) $\frac{3+2i}{1-3i}$
- b) $\frac{3+2i}{-8}$
- c) $\frac{3+2i}{1+3i}$
- d) $\frac{9+7i}{8}$

Q3 Il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{sen}(\pi x \operatorname{sen} \frac{1}{x})$

- a) non esiste
- b) è uguale a 0
- c) è uguale a -1
- d) è uguale a 1

Q4 La serie $\sum_{n=1}^{\infty} \left[\cos \frac{1}{n} - \cos \frac{1}{n+1} \right]$

- a) converge ed ha per somma un numero $s \in]1, 2[$
- b) converge ed ha per somma un numero $s \in]-1, 0[$
- c) non è regolare
- d) diverge negativamente

Q5 Sia $f : [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$. La derivabilità della funzione $z \rightarrow f(z)$ nel punto $z_0 = 4$

- a) è condizione necessaria e sufficiente
 - b) è condizione sufficiente ma non necessaria
 - c) è condizione necessaria ma non sufficiente
 - d) non è né condizione necessaria né sufficiente
- per la derivabilità della funzione $x \rightarrow f(x^2)$ nel punto $x_0 = 2$

Q6 L'insieme immagine della funzione reale di variabile reale $x^{\frac{1}{x}}$ è

- a) $]0, 1]$
- b) $[1, +\infty[$
- c) $\left] 0, e^{\frac{1}{e}} \right]$
- d) $[e^{2-e}, +\infty[$

E1 Trovare tutti i valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ per i quali la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{n^2 2^{n+\alpha}}{3^n} - (-1)^n \left(1 - 3^{-\frac{1}{n}} \right)^\alpha \right]$$

- a) converge;
- b) converge assolutamente.

E2 Data la funzione reale di variabile reale

$$f(x) = \arcsen(1 + \sen x) ,$$

- trovarne il dominio e provare che il grafico è simmetrico rispetto alla retta $x = \frac{\pi}{2}$;
- calcolarne, in tutti i punti in cui esistono, le derivate prima e seconda, trovarne i punti a tangente verticale e studiarne la monotonia e la convessità;
- disegnare il grafico di f .

E3 Calcolare l'integrale $\int_1^{\log^2 5} \frac{1 + \frac{1}{2}\sqrt{x}}{x(xe^{\sqrt{x}} + 2)} dx$.

D1 Una funzione $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ si dice strettamente convessa nell'intervallo se ... (completare la definizione).

D2 Scrivere la definizione di funzione integrale.

D3 Che cosa vuol dire che il campo ordinato $(\mathbb{R}, +, \cdot, \leq)$ è completo?

P1 Enunciare e dimostrare il teorema sull'iniettività delle funzioni strettamente monotone.

P2 Enunciare e dimostrare il primo teorema di de L'Hôpital nel caso del limite per $x \rightarrow x_0 \in \mathbb{R}$.

P3 Provare che ogni successione limitata ha una sottosuccessione convergente.