Q1 Il dominio della funzione reale di variabile reale $\log_{2x+7}(\sqrt{x^2-1}-x)$ è

- a) $] -\frac{7}{2}, 1] \setminus \{-3\}$
- b) $] -\frac{7}{2}, -1] \setminus \{-3\}$
- c) $] -\frac{7}{2}, -1[\setminus \{-3\}$
- d) $] -3, -1[$

Q2 Sia $X \subseteq \mathbb{R}$. Dire che: “5 non è un punto interno dell’insieme X ” vuol dire che

- a) $\exists \delta > 0 :]5 - \delta, 5 + \delta[\subseteq \mathbb{R} \setminus X$
- b) $\exists \delta > 0 :]5 - \delta, 5 + \delta[\cap (\mathbb{R} \setminus X) \neq \emptyset$
- c) $\forall \delta > 0 \implies]5 - \delta, 5 + \delta[\subseteq \mathbb{R} \setminus X$
- d) $\forall \delta > 0 \implies]5 - \delta, 5 + \delta[\cap (\mathbb{R} \setminus X) \neq \emptyset$

Q3 Siano $f, g :]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$. La condizione “entrambe le funzioni f e g sono convergenti per $x \rightarrow +\infty$ ”

- a) è necessaria e sufficiente
 - b) è necessaria ma non sufficiente
 - c) è sufficiente ma non necessaria
 - d) non è né necessaria né sufficiente
- affinché esista il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)g(x)$.

Q4 La derivata di una funzione pari $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

- a) non può esistere nel punto $x_0 = 0$
- b) esiste sicuramente nel punto $x_0 = 0$ e risulta $f'(0) = 0$
- c) se esiste nel punto $x_0 = 0$, deve necessariamente essere uguale a zero in tale punto
- d) è una funzione pari

Q5 La serie $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \operatorname{tg}^p \frac{1}{n}$ ($p \in]0, +\infty[$)

- a) converge semplicemente per ogni $p > 0$
- b) converge semplicemente solo se $p > 1$
- c) converge assolutamente solo se $p > 2$
- d) non converge mai assolutamente

Q6 L’integrale $\int_{-1}^1 |x|e^{|x|} dx$ è uguale a

- a) 0
- b) $\left[\frac{1}{2}x^2 e^x \right]_{-1}^1$
- c) $2 \left[(x-1)e^x \right]_0^1$
- d) $2 \left[\frac{1}{2}e^{x^2} \right]_0^1$

ESEMPIO 4

E1 Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^{\beta} \left[\frac{1}{n} - \operatorname{tg} \frac{1}{n} \right]$$

al variare del parametro $\beta \in \mathbb{R}$.

E2 Data la funzione reale di variabile reale

$$f(x) = \log \frac{1-x}{1-2x} - \frac{1}{2(1-x)}$$

- trovarne il dominio, i limiti alla frontiera e gli asintoti;
- studiarne la monotonia e la convessità, determinandone il numero degli zeri e, per ciascuno di essi, un intervallo di ampiezza $\frac{1}{2}$ che lo contiene;
- disegnare il grafico di f .

E3 Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\int_x^{x^2} \sqrt{t^2 + \operatorname{sen} t} dt}{x^4 + \operatorname{sen} x^2} .$$

D1 Si dice che il punto $x_0 \in [0, +\infty[$ è di massimo assoluto per la funzione $f : [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ se ... (completare la definizione)

D2 Si dice che la funzione $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ è convessa nell'intervallo I se ... (completare la definizione)

D3 Si dice che la serie $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ è un riordinamento della serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ se ... (completare la definizione)

P1 Enunciare e dimostrare il teorema sul limite della funzione composta.

P2 Enunciare e dimostrare il teorema di Fermat sui punti di estremo locale.

P3 Enunciare e dimostrare il teorema fondamentale del calcolo integrale.