ESEMPIO 3

- Q1** Disporre in ordine crescente i seguenti numeri reali: $x_1 = \sqrt{3}$, $x_2 = (+0,819)^3$, $x_3 = \sqrt[3]{5}$, $x_4 = (+0,89)^2$.
- $x_2 < x_4 < x_1 < x_3$
 - $x_2 < x_4 < x_3 < x_1$
 - $x_3 < x_2 < x_4 < x_1$
 - $x_4 < x_3 < x_2 < x_1$

- Q2** Siano A , B e C tre insiemi. L'insieme D , costituito dagli elementi che appartengono ad almeno due dei tre insiemi A , B e C , è uguale a
- $(A \cup B \cup C) \setminus (A \cap B \cap C)$
 - $[(A \cap B) \setminus C] \cup [(A \cap C) \setminus B] \cup [(B \cap C) \setminus A]$
 - $(A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C)$
 - $(A \cup B) \cup (A \cup C) \cup (B \cup C)$

- Q3** Dire che la successione $\{a_n\}$ è convergente a 5 equivale a dire che
- $\forall \varepsilon > 0 \implies$ l'insieme $\{n \in \mathbb{N} : |a_n - 5| < \varepsilon\}$ è infinito
 - $\forall \varepsilon > 0 \implies$ l'insieme $\{n \in \mathbb{N} : |a_n - 5| \geq \varepsilon\}$ è finito
 - 5 è l'unico punto di accumulazione per l'insieme $\{a_n : n \in \mathbb{N}\}$
 - esistono due sottosuccessioni $\{a_{k_n}\}$ e $\{a_{h_n}\}$, con $\{k_n : n \in \mathbb{N}\} \cap \{h_n : n \in \mathbb{N}\} = \emptyset$, tali che

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_{k_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} a_{h_n} = 5$$

- Q4** L'equazione $x^7 - \frac{7}{3}x^3 - 2 = 0$, nel campo reale,
- ha un'unica soluzione $\bar{x}$ e risulta $\bar{x} < 0$
 - ha un'unica soluzione $\bar{x}$ e risulta $\bar{x} > 0$
 - ha esattamente due soluzioni distinte, ognuna di molteplicità 2
 - ha almeno tre soluzioni distinte

- Q5** Il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[(2x)^{\frac{1}{x}} + \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right]$
- è uguale a 0
 - è uguale a 2
 - è uguale a 1
 - non esiste

- Q6** L'integrale $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{sen} x - \cos x}{\operatorname{sen} x + \cos x} dx$ è uguale a
- 0
 - $\log 2$
 - $-\log 2$
 - $+\infty$

ESEMPIO 3

E1 Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[2^{\left(\frac{n}{n+\alpha}\right)^{n^2}} - 1 \right]$$

al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{-1, -2, -3, \dots\}$.

E2 Data la funzione reale di variabile reale

$$F(x) = \int_0^x \operatorname{arctg} \left(\sqrt{t^2 + 2t + 9} - t - 1 \right) dt ,$$

- trovarne il dominio, calcolarne le derivate prima e seconda e provare che F è strettamente crescente e concava in tutto il suo dominio;
- trovare i limiti di $F(x)$ per $x \rightarrow \pm\infty$ e provare che non vi sono asintoti (suggerimento: usare i criteri di convergenza per gli integrali impropri);
- disegnare il grafico di F .

E3 Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{2\operatorname{sen}^2 x - 1}{2\operatorname{sen}^2 x + 1} dx .$$

- D1** Si dice che la funzione $f : X (\subseteq \mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$ è uniformemente continua nell'insieme X se ... (completare la definizione)
- D2** Sia $f : X (\subseteq \mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$ e sia $x_0 \in X$. Si dice che x_0 è un punto di minimo locale per f se ... (completare la definizione)
- D3** L'insieme dei numeri reali $\mathbb{R}$ è l'insieme di tutti i simboli del tipo ... , con la convenzione di considerare uguali ... (completare)

P1 Enunciare e dimostrare il criterio del confronto per le serie a termini non negativi.

P2 Enunciare e dimostrare il teorema di Rolle.

P3 Provare che una successione convergente è limitata.