UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA	COGNOME e NOME:	
Facoltà di Ingegneria	FIRMA:	
docenti: A.O.Caruso – A.Villani	MATRICOLA:	
C.D.L. IN INGEGNERIA INDUSTRIALE (A-SALA)	REGOLARITÀ STUDI:	☐ In Regola ☐ Ripetente ☐ Fuori Corso
Anno Accademico 2011/2012	PROGRAMMA DEL PROF.:	
PROVA D'ESAME DI ANALISI MATEMATICA 1 DEL 19/06/2012 B	CORSO SEGUITO NELL'A.A.:	

Non sono consentiti formulari, appunti, libri e calcolatori; non è consentito comunicare con i colleghi; ogni mezzo di comunicazione elettronico deve essere tenuto spento; su richiesta saranno dati chiarimenti solamente sull'interpretazione del testo; tempo disponibile: due ore e mezza (2,5 ore); verrà escluso dalla prova lo studente che, ad una verifica, fosse sprovvisto di un documento di riconoscimento. Durante la prova non è possibile uscire dall'aula, a meno che si decida di ritirarsi, o si abbia una effettiva necessità (ed in tal caso, uscendo uno per volta, è necessario lasciare gli oggetti personali e l'elaborato sulla cattedra prima di uscire dall'aula). Per svolgere i calcoli è possibile utilizzare i fogli a quadri di cui si ha bisogno, e che è possibile prendere dalla cattedra; **vanno però consegnati al massimo due fogli a quadri in bella copia, in entrambi i quali devono essere apposti nome e cognome sia a stampatello che in firma autografa**: questi saranno gli unici fogli ad essere corretti; si ricorda poi che è possibile utilizzare solamente penne con inchiostro indelebile; il non attenersi alle suddette regole può comportare l'annullamento della prova d'esame; verranno in ogni caso considerati nulli gli elaborati privi dei dati sufficienti a riconoscere il candidato. **Il presente foglio deve comunque essere riconsegnato debitamente compilato, anche nel caso in cui si decida di ritirarsi, al fine di consentire il riconoscimento dello studente ritirato.** Per superare la prova occorre svolgere correttamente il numero minimo di risposte nel seguito indicate; in caso di esito positivo, lo studente potrà aver registrato l'esame con un votazione massima 30/30; lo studente che abbia conseguito una votazione non inferiore a 26/30 potrà, a richiesta, proseguire l'esame con un colloquio orale tramite il quale il voto finale potrà essere rimodulato nell'intero intervallo 18/30 $\rightarrow$ 30/30 e lode.

Quesiti (svolgere almeno quattro quesiti; voto min. 21/30 - voto max. 27/30; pt. -1 per due quesiti errati)

- 1) Sia f la funzione reale di variabile reale definita ponendo $f(x) = x^2 |e^x - 1| \forall x \in \mathbb{R}$. Allora
- a) f non è derivabile nel punto $x_0 = 0$;
 - b) f è derivabile nel punto $x_0 = 0$, ma non esiste la derivata seconda $f''(0)$;
 - c) f è dotata di derivate di qualunque ordine nel punto $x_0 = 0$;
 - d) nessuna delle precedenti affermazioni è corretta.
-
- 2) Sia $\{b_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ una successione di numeri reali. La condizione: “Esistono due successioni reali $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ e $\{c_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ entrambe convergenti e tali che $a_n \leq b_n \leq c_n \forall n \in \mathbb{N}$ ”
- a) è necessaria e sufficiente,
 - b) è necessaria ma non sufficiente,
 - c) è sufficiente ma non necessaria,
 - d) non è né necessaria né sufficiente,
- affinché la successione $\{b_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ sia limitata.
-
- 3) L'insieme immagine della funzione reale di variabile reale f definita ponendo $f(x) = x^{\log x} \forall x \in]0, +\infty[$ è
- a) $]1, +\infty[$;
 - b) $[1, +\infty[$;
 - c) $\left[\left(\frac{1}{e}\right)^{\frac{1}{e}}, +\infty\right[$;
 - d) $[e^e, +\infty[$.
-
- 4) La serie
- $$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{e}\right)^n$$
- a) converge ed ha per somma un numero $s > \frac{3}{2}$;
 - b) converge ed ha per somma un numero $s < 1$;
 - c) diverge positivamente;
 - d) converge semplicemente ma non assolutamente.
-
- 5) Quali dei seguenti integrali hanno valore finito:

$$I_1 = \int_0^1 \frac{\arctg \sqrt{x}}{x} dx \quad , \quad I_2 = \int_1^2 \frac{\arctg \sqrt{x}}{x} dx \quad \text{e} \quad I_3 = \int_1^{+\infty} \frac{\arctg \sqrt{x}}{x} dx \quad ?$$

- a) I_1 e I_2 ;
- b) I_2 e I_3 ;
- c) solamente I_2 ;
- d) nessuno dei tre.

6) Sia $a \in \mathbb{R}$ un parametro reale e sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita come segue

$$f(x) = \begin{cases} -3^x + a & \text{se } x < 1 \\ \sqrt{x-1} & \text{se } x \geq 1 \end{cases}.$$

Quali delle seguenti affermazioni è vera ?

- a) non esiste alcun valore di a per il quale f è continua;
- b) esistono infiniti valori di a per i quali il punto $x_0 = 1$ è un punto di massimo locale;
- c) esistono infiniti valori di a per i quali il punto $x_0 = 1$ è un punto di minimo assoluto;
- d) esistono valori di a per i quali f è monotona in qualche intervallo del tipo $] -\infty, b]$, con $b > 1$.

Esercizi (svolgere almeno un esercizio; voto min. 21/30 - voto max. 27/30)

1) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{dx}{(\sqrt{x} + 1)(x + 2\sqrt{x} + 2)}.$$

2) Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\cos \frac{1}{n} + \sin \frac{1}{n} \right)^n.$$

3) Studiare la funzione reale di variabile reale

$$f(x) = e^{\left| \frac{e^x - 1}{e^x} \right|}$$

e disegnarne un grafico qualitativo. In particolare, evidenziare la eventuale presenza di punti angolosi ed asintoti.

Definizioni (dare almeno una definizione; pt. -1 per ogni definizione mancante o errata)

1) Un insieme $K \subseteq \mathbb{R}$ si dice *limitato superiormente* se ...; se $K \subseteq \mathbb{R}$ è limitato superiormente si chiama *estremo superiore* di K ... (completare le definizioni).

2) Scrivere la definizione di *funzione primitiva* di una funzione.

3) Si dice che la la funzione $f : [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ è *strettamente convessa* in $[0, +\infty[$ se ... (completare la definizione).

Teoremi (dimostrare almeno un teorema; pt. +1 (risp. +3) per due (risp. tre) dimostrazioni corrette)

1) La serie geometrica $1 + h + h^2 + h^3 + \dots$ ($h \in \mathbb{R}$) converge se e soltanto se ..., nel qual caso la sua somma è uguale a ... (completare l'enunciato e svolgere la dimostrazione).

2) Enunciare e dimostrare il teorema sul limite di una successione crescente..

3) Dimostrare che una funzione continua in un intervallo chiuso e limitato è integrabile secondo Riemann.