UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Anno Accademico 2013/2014
Corso di Laurea in Ingegneria Industriale
Corsi di Analisi Matematica I (Proff. A. Villani e F. Faraci)
ESERCITAZIONE DEL GIORNO 28 GENNAIO 2014
PRIMA PROVA SCRITTA

COGNOME e NOME:	
FIRMA:	
MATRICOLA:	

Non sono consentiti formulari, appunti, libri e calcolatori; non è consentito comunicare con i colleghi; ogni mezzo di comunicazione elettronico deve essere tenuto spento. Verrà escluso dalla prova lo studente che, ad una verifica, fosse sprovvisto di un documento di riconoscimento. Durante la prova non è possibile uscire dall'aula prima di avere consegnato definitivamente il compito.

Rispondere ai seguenti quesiti. Il punteggio viene attribuito nel modo seguente: **punti 20** se vi sono almeno cinque risposte corrette; **punti 2** per ciascuna risposta esatta in aggiunta alle prime cinque; **punti -1** per ciascuna risposta errata; **punti 0** per ogni risposta non data. Tempo disponibile: **90 minuti**.

1) Disporre in ordine crescente i seguenti numeri reali: $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2}{3}}$, $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$, $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}}$, $\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{2}{3}}$.

- a) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} < \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}} < \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2}{3}} < \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{2}{3}}$;
- b) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}} < \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} < \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2}{3}} < \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{2}{3}}$;
- c) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} < \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}} < \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{2}{3}} < \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2}{3}}$;
- d) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}} < \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2}{3}} < \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{2}{3}} < \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$.

2) Disporre in ordine crescente i seguenti numeri reali: $2e^{\frac{1}{2}}$, e^2 , $3e^{\frac{1}{2}}$, $3e^{\frac{1}{3}}$.

- a) $3e^{\frac{1}{3}} < 2e^{\frac{1}{2}} < e^2 < 3e^{\frac{1}{2}}$;
- b) $3e^{\frac{1}{3}} < 2e^{\frac{1}{2}} < 3e^{\frac{1}{2}} < e^2$;
- c) $2e^{\frac{1}{2}} < e^2 < 3e^{\frac{1}{3}} < 3e^{\frac{1}{2}}$;
- d) $2e^{\frac{1}{2}} < 3e^{\frac{1}{3}} < 3e^{\frac{1}{2}} < e^2$.

3) Quali tra le seguenti funzioni, definite in $\mathbb{R}$, hanno primitive in $\mathbb{R}$:

$$(1) f_1(x) = \begin{cases} \frac{e^{x^2}-1}{x} & \text{se } x > 0 \\ e^x - 1 & \text{se } x \leq 0 \end{cases}, \quad (2) f_2(x) = \begin{cases} \frac{e^x-1}{x} & \text{se } x > 0 \\ e^x - 1 & \text{se } x \leq 0 \end{cases},$$

$$(3) f_3(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{se } x > 0 \\ x & \text{se } x \leq 0 \end{cases}, \quad (4) f_4(x) = \begin{cases} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases} ?$$

- a) (1), (3) e (4);
- b) (1) e (4);
- c) (3) e (4);
- d) solo (4).

4) Quali tra le seguenti funzioni, definite in $\mathbb{R}$, hanno primitive in $\mathbb{R}$:

$$(1) f_1(x) = \begin{cases} x^x & \text{se } x > 0 \\ x+1 & \text{se } x \leq 0 \end{cases}, \quad (2) f_2(x) = \begin{cases} 2x \operatorname{sen} \frac{1}{x} - \cos \frac{1}{x} & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases},$$

$$(3) f_3(x) = \begin{cases} \frac{\operatorname{sen} x}{2x} & \text{se } x > 0 \\ \left(\frac{1}{2}\right)^x & \text{se } x \leq 0 \end{cases}, \quad (4) f_4(x) = \begin{cases} x & \text{se } x > 0 \\ x^2 & \text{se } x \leq 0 \end{cases} ?$$

- a) (1), (2) e (4);
- b) (1), (2) e (3);
- c) (1) e (4);
- d) solo (4).

5) Dire in quali dei seguenti intervalli è uniformemente continua la funzione $f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x+2} & \text{se } x < 0 \\ 2^x & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$:

(1) $[1, +\infty[$, (2) $[-1, 1]$, (3) $] - \infty, -1]$, (4) $[1, 2014[$.

- a) (1);
 - b) (2), (3) e (4);
 - c) (3) e (4);
 - d) solo (4).
-

6) Dire in quali dei seguenti intervalli è uniformemente continua la funzione $f(x) = \begin{cases} x\sqrt{x} + 1 & \text{se } x \geq 0 \\ \cos x^2 & \text{se } x < 0 \end{cases}$:

(1) $[1, +\infty[$, (2) $[-1, 1]$, (3) $] - \infty, -1]$, (4) $[1, 2014[$.

- a) (1) e (2);
 - b) (1) e (3);
 - c) (2) e (4);
 - d) (3) e (4).
-

7) Dati gli insiemi $A = \left\{ \frac{n}{n+3} : n \in \mathbb{N} \right\}$ e $B = \left\{ \frac{1}{\cos \frac{n\pi}{3n+1}} : n \in \mathbb{N} \right\}$, è vero che:

- a) A e B sono separati, ma non contigui;
 - b) A e B sono separati e contigui;
 - c) A e B non sono separati;
 - d) A e B non sono disgiunti.
-

8) Dati gli insiemi $A = \{2^x : x \in] - \infty, 0[\cap \mathbb{Q}\}$ e $B = \left\{ \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{\frac{n+1}{4}} : n \in \mathbb{N}^+ \right\}$, è vero che:

- a) A e B sono separati, ma non contigui;
 - b) A e B sono separati e contigui;
 - c) A e B non sono separati;
 - d) A e B non sono disgiunti.
-

9) Disporre in ordine di infinito crescente per $x \rightarrow +\infty$ le seguenti funzioni reali di variabile reale:

(1) $\log(x + 2^x)$, (2) $\sqrt[4]{x + \sin x}$, (3) $2^{x+\log x}$, (4) $4^{\sqrt{x}}$.

- a) (1), (2), (3), (4);
 - b) (2), (1), (3), (4);
 - c) (2), (1), (4), (3);
 - d) (1), (2), (4), (3).
-

10) Disporre in ordine di infinito crescente per $x \rightarrow +\infty$ le seguenti funzioni reali di variabile reale:

(1) $\left(\frac{5}{4}\right)^{x\sqrt{x}}$, (2) $5^{x+\log x}$, (3) $\left(\frac{5}{4}\right)^{x+\sqrt{x}}$, (4) $\log(5^x + 1)$.

- a) (3), (4), (1), (2);
- b) (3), (1), (4), (2);
- c) (4), (2), (3), (1);
- d) (4), (3), (2), (1).