

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Anno Accademico 2012/2013
Corso di Laurea in Ingegneria Industriale
Corso di Analisi Matematica I (A-E) (Prof. A. Villani)
PROVA D'ESAME DEL GIORNO
SECONDA PROVA SCRITTA

COGNOME e NOME:	
FIRMA:	
MATRICOLA:	

Non sono consentiti formulari, appunti, libri e calcolatori; non è consentito comunicare con i colleghi; ogni mezzo di comunicazione elettronico deve essere tenuto spento. Verrà escluso dalla prova lo studente che, ad una verifica, fosse sprovvisto di un documento di riconoscimento. Durante la prova non è possibile uscire dall'aula prima di avere consegnato definitivamente il compito. Si possono consegnare **al massimo due fogli a quadri in bella copia**; in entrambi devono essere apposti nome e cognome a stampatello e la firma del candidato. Alla fine della prova **il presente foglio deve essere riconsegnato** debitamente compilato.

**Rispondere ai seguenti quesiti.** Il **requisito minimo** per superare la prova, con la conferma del voto della prima prova scritta quale voto finale dell'esame, è di rispondere in maniera corretta ad un quesito di tipo **D** e ad uno di tipo **T**. Le ulteriori risposte corrette, se valutate positivamente, comportano un incremento del voto finale dell'esame fino ad un massimo di tre punti. Tempo disponibile: **90 minuti**.

**Quesiti di tipo D ( definizioni )**

- 1) Si dice che un punto  $c \in \mathbb{R}$  è un *punto di frontiera* per un insieme  $X \subseteq \mathbb{R}$  se ... (completare la definizione).  
\_\_\_\_\_
- 2) Data una funzione  $f : ] - \infty, 0[ \rightarrow \mathbb{R}$ , dire che “il limite di  $f(x)$  per  $x$  che tende a  $-\infty$  è uguale a 7” vuol dire che ... (completare la definizione).  
\_\_\_\_\_
- 3) Scrivere l'enunciato del teorema di Lagrange.

**Quesiti di tipo T ( teoremi )**

- 1) Enunciare e dimostrare il teorema di Bolzano-Weierstrass.  
\_\_\_\_\_
- 2) Enunciare e dimostrare il teorema di derivazione della funzione prodotto  $fg$ .  
\_\_\_\_\_
- 3) Enunciare e dimostrare il teorema fondamentale del calcolo integrale.

**Quesiti di tipo E ( esercizi )**

- 1) Trovare l'estremo inferiore e l'estremo superiore del seguente sottoinsieme di  $\mathbb{R}$ :

$$A = \left\{ (x^5 - x^4)^{2013} : x \in [0, \sqrt{3}] \cap \mathbb{Q} \right\},$$

precisando se si tratta, rispettivamente, di minimo e di massimo. Giustificare quanto asserito.  
\_\_\_\_\_

- 2) Calcolare l'integrale

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \operatorname{sen} x \cos x |2 \cos x - 1|^5 dx.$$

- 3) Studiare la funzione reale di variabile reale

$$f(x) = \operatorname{arctg} \frac{x-1}{x}$$

e disegnarne il grafico.