UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Anno Accademico 2014/2015
Corso di Laurea in Ingegneria Industriale
Corsi di Analisi Matematica I (Prof. A. Villani, R. Cirmi e F. Faraci)
PROVA D'ESAME DEL GIORNO 6 FEBBRAIO 2015
PRIMA PROVA SCRITTA (COMPITO A)

COGNOME e NOME:	
FIRMA:	
MATRICOLA:	

Non sono consentiti formulari, appunti, libri e calcolatori; non è consentito comunicare con i colleghi; ogni mezzo di comunicazione elettronico deve essere tenuto spento. Verrà escluso dalla prova lo studente che, ad una verifica, fosse sprovvisto di un documento di riconoscimento. Durante la prova non è possibile uscire dall'aula prima di avere consegnato definitivamente il compito.

Rispondere ai seguenti quesiti. Il punteggio viene attribuito nel modo seguente: **punti 20** se vi sono almeno cinque risposte corrette; **punti 2** per ciascuna risposta esatta in aggiunta alle prime cinque; **punti -1** per ciascuna risposta errata; **punti 0** per ogni risposta non data. Tempo disponibile: **90 minuti**.

1) Il dominio della funzione reale di variabile reale $\sqrt{\log_{2x-3}(x^2 - 3x + 3)}$ è l'insieme

- a) $]\frac{3}{2}, +\infty[$;
- b) $]\frac{3}{2}, +\infty[\setminus \{2\}$;
- c) $[1, +\infty[\setminus \{2\}$;
- d) $[1, \frac{3}{2}[\cup]2, +\infty[$.

2) Il derivato $D E$ dell'insieme $E = \left\{ \frac{(-1)^n 3n^2 + 2n^2}{n^2 + (-1)^{n+1}} : n \in \mathbb{N}^+ \right\} \cap]-\frac{1}{2}, +\infty[$ è l'insieme

- a) $\{-\frac{1}{2}, 5\}$;
- b) $\{5\}$;
- c) $\{-1, 5\}$;
- d) $\{0, \frac{5}{3}\}$.

3) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile due volte. La derivata seconda della funzione $f(f^2(x))$ è uguale a

- a) $2 \left\{ [2f''(f^2(x))f^2(x) + f'(f^2(x))] [f'(x)]^2 + f'(f^2(x))f(x)f''(x) \right\}$;
- b) $2 \left\{ 2f''(f^2(x))f^2(x) + f'(f^2(x))f'(x) \right\}$;
- c) $2 \left\{ [2f''(f^2(x))f(x) + f'(f^2(x))] f(x) [f'(x)]^2 + f'(f^2(x))f(x)f''(x) \right\}$;
- d) $2 \left\{ 2f''(f^2(x))f(x) [f'(x)]^2 + f'(f^2(x)) \left[[f'(x)]^2 + f(f^2(x))f''(x) \right] \right\}$.

4) Il massimo assoluto della funzione $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x^3}{3} - 3x + |5x - 1|}$ nell'intervallo $] - 3, 3]$

- a) non esiste;
- b) è un numero maggiore di 1;
- c) è uguale a $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3 \cdot 125}}$;
- d) viene preso in un punto dell'intervallo $[-2\sqrt{2}, 0]$.

5) Il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(1 + \operatorname{sen}(\operatorname{sen} \frac{1}{x}))^5 - 1}{\operatorname{arctg} \frac{2x}{x^2 + 1}}$

- a) è uguale a 1;
- b) è uguale a $+\infty$;
- c) è uguale a $\frac{5}{2}$;
- d) è uguale a 5.

6) Data la serie (*) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n + 1}{n^{x+1}}$, $x \in \mathbb{R}$, è vero che

- a) la (*) diverge a $+\infty$ per ogni $x \geq 0$;
- b) la (*) diverge a $+\infty$ solo se $x > 1$;
- c) la (*) converge se $x \in]0, 1[$;
- d) la (*) diverge a $-\infty$ per ogni $x < 0$.

7) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione limitata. L'affermazione: " $\sup_{x \in]-\infty, 0[} f(x) < \sup_{x \in]0, +\infty[} f(x)$ " equivale all'affermazione

- a) $\exists \beta \in \mathbb{R} : [\exists \bar{x} \in]-\infty, 0[: f(\bar{x}) < \beta \text{ e } \exists \bar{x} \in]0, +\infty[: f(\bar{x}) > \beta]$;
- b) $\exists \beta \in \mathbb{R} : [f(x) < \beta \ \forall x \in]-\infty, 0[\text{ e } \exists \bar{x} \in]0, +\infty[: f(\bar{x}) > \beta]$;
- c) $\exists \beta \in \mathbb{R} : [f(x) < \beta \ \forall x \in]-\infty, 0[\text{ e } f(x) > \beta \ \forall x \in]0, +\infty[]$;
- d) $\exists \beta, \gamma \in \mathbb{R} : [\beta < \gamma, f(x) < \beta \ \forall x \in]-\infty, 0[\text{ e } f(x) > \gamma \ \forall x \in]0, +\infty[]$.

8) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita come segue:

$$f(x) = \begin{cases} e^x - x - 2 & \text{se } x \leq 0 \\ -\cos x & \text{se } x > 0 \end{cases}.$$

Quali delle seguenti affermazioni è falsa?

- a) f è convessa nell'intervallo $] -\infty, \frac{\pi}{2}[$;
- b) f ha minimo assoluto;
- c) nel punto $x_0 = 0$ esiste la derivata terza $f'''(0)$;
- d) il grafico di f ha un asintoto obliquo.

9) L'integrale $\int_0^1 \frac{|2x-1|}{x^2-5x+6} dx$ è uguale a

- a) $\left[\log|x^2-5x+6| + \log\left(\frac{x-3}{x-2}\right)^4 \right]_{\frac{1}{2}}^1 + \left[\log|x^2-5x+6| - \log\left(\frac{x-3}{x-2}\right)^4 \right]_0^{\frac{1}{2}}$;
- b) $[\log|x^2-5x+6| + 4\log|x-3| - 3\log|x-2|]_{\frac{1}{2}}^1 - [\log|x^2-5x+6| + 4\log|x-3| - 3\log|x-2|]_0^{\frac{1}{2}}$;
- c) $F(1) - 2F\left(\frac{1}{2}\right) + F(0)$, essendo $F(x) = \log|x^2-5x+6| + \log\left(\frac{x-3}{x-2}\right)^4$;
- d) $|F(1) - F(0)|$, essendo $F(x) = \log|x^2-5x+6| + \log\left(\frac{x-3}{x-2}\right)^4$.

10) Sia $\{a_n\}$ una successione limitata inferiormente. La condizione "La successione $\{a_n\}$ è crescente"

- a) è necessaria e sufficiente;
- b) è necessaria ma non sufficiente;
- c) è sufficiente ma non necessaria;
- d) non è né necessaria né sufficiente

affinché la successione $\{a_n\}$ sia convergente.

11) L'integrale indefinito $\int x^3 \sin 7x dx$ è uguale a

- a) $\frac{x^4}{4} \sin 7x - \frac{x^3}{7} \cos 7x + c$;
- b) $7x^2 [x \cos 7x - 3 \sin 7x] + 14 \cdot 21 \int x \cos 7x dx + c$;
- c) $-\frac{x^2}{7} [x \cos 7x - \frac{3}{7} \sin 7x] - \frac{6}{49} \int x \sin 7x dx + c$;
- d) $\frac{7}{4} x^4 \cos 7x - x^3 \sin 7x - 21 \int x^2 \cos 7x dx + c$.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Anno Accademico 2014/2015
Corso di Laurea in Ingegneria Industriale
Corsi di Analisi Matematica I (Proff. A. Villani, R. Cirimi e F. Faraci)
PROVA D'ESAME DEL GIORNO 6 FEBBRAIO 2015
PRIMA PROVA SCRITTA (COMPITO B)

COGNOME e NOME:	
FIRMA:	
MATRICOLA:	

Non sono consentiti formulari, appunti, libri e calcolatori; non è consentito comunicare con i colleghi; ogni mezzo di comunicazione elettronico deve essere tenuto spento. Verrà escluso dalla prova lo studente che, ad una verifica, fosse sprovvisto di un documento di riconoscimento. Durante la prova non è possibile uscire dall'aula prima di avere consegnato definitivamente il compito.

Rispondere ai seguenti quesiti. Il punteggio viene attribuito nel modo seguente: **punti 20** se vi sono almeno cinque risposte corrette; **punti 2** per ciascuna risposta esatta in aggiunta alle prime cinque; **punti -1** per ciascuna risposta errata; **punti 0** per ogni risposta non data. Tempo disponibile: **90 minuti**.

1) Il dominio della funzione reale di variabile reale $\sqrt{\log_{2x-5}(x^2 - 6x + 6)}$ è l'insieme

- a) $]3, 5]$;
- b) $]5, +\infty[$;
- c) $[5, +\infty[$;
- d) $]3 + \sqrt{3}, +\infty[\setminus \{5\}$.

2) Il derivato $D E$ dell'insieme $E = \left\{ \frac{(-1)^n 3n^2 + 2n^2}{n^2 + (-1)^n n + 1} : n \in \mathbb{N}^+ \right\} \cap]-\frac{3}{2}, +\infty[$ è l'insieme

- a) $\{-\frac{3}{2}, 5\}$;
- b) $\{5\}$;
- c) $\{-1, 5\}$;
- d) $\{-\frac{3}{2}, -1, 5\}$.

3) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile due volte. La derivata seconda della funzione $f^2(f(x))$ è uguale a

- a) $2 \left\{ [f'(f(x))]^2 f'(x) + f(f(x)) [f''(f(x)) [f'(x)]^2 + f'(f(x)) f''(x)] \right\}$;
- b) $2 \left\{ [f'(f(x))]^2 [f'(x)]^2 + f(f(x)) [f''(f(x)) f'(x) + f'(f(x)) f''(x)] \right\}$;
- c) $2 \left\{ [f'(f(x))]^2 + f(f(x)) f''(f(x)) \right\} [f'(x)]^2 + f(f(x)) f'(f(x)) f''(x)$;
- d) $2 \left\{ f'(f(x)) [f'(x)]^2 + f(f(x)) f''(x) \right\}$.

4) Il massimo assoluto della funzione $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x^3}{3} - 3x + |5x - 1|}$ nell'intervallo $[-6, 3]$

- a) viene preso nel punto $\frac{1}{5}$;
- b) viene preso nel punto 3;
- c) è un numero minore di 1;
- d) è uguale a 2^{23} .

5) Il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(1 + \sin^2(\sin \frac{1}{x}))^5 - 1}{\operatorname{arctg} \frac{2x}{x^2 + 1}}$

- a) è uguale a 0;
- b) è uguale a $+\infty$;
- c) è uguale a $\frac{5}{2}$;
- d) è uguale a 5.

6) Data la serie (*) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n + 1}{n^{x+1}}$, $x \in [-1, 1]$, è vero che

- a) la (*) converge se $x \in]-1, 1[$;
 - b) la (*) non è regolare per $x = -1$;
 - c) la (*) diverge se e solo se $x \in]-1, 0[$;
 - d) la (*) diverge se e solo se $x \in [-1, 0]$.
-

7) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione limitata. L'affermazione: " $\inf_{x \in]-\infty, 0[} f(x) > \inf_{x \in]0, +\infty[} f(x)$ " equivale all'affermazione

- a) $\exists \beta \in \mathbb{R} : [f(x) \geq \beta \ \forall x \in]-\infty, 0[\text{ e } \exists \bar{x} \in]0, +\infty[: f(\bar{x}) < \beta]$;
 - b) $\exists \beta \in \mathbb{R} : [\exists \bar{x} \in]-\infty, 0[: f(\bar{x}) > \beta \text{ e } \exists \bar{x} \in]0, +\infty[: f(\bar{x}) < \beta]$;
 - c) $\exists \beta \in \mathbb{R} : [f(x) > \beta \ \forall x \in]-\infty, 0[\text{ e } \exists \bar{x} \in]0, +\infty[: f(\bar{x}) = \beta]$;
 - d) $\exists \beta, \gamma \in \mathbb{R} : [\beta > \gamma, f(x) \geq \beta \ \forall x \in]-\infty, 0[\text{ e } f(x) \leq \gamma \ \forall x \in]0, +\infty[]$.
-

8) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita come segue:

$$f(x) = \begin{cases} e^x - x - 2 & \text{se } x \leq 0 \\ -\cos x & \text{se } x > 0 \end{cases}.$$

Quali delle seguenti affermazioni è falsa?

- a) f è convessa solo nell'intervallo $] -\infty, \frac{\pi}{2}[$;
 - b) f ha un unico zero nell'intervallo $] -\infty, 0[$;
 - c) f è uniformemente continua in $]0, 2\pi[$;
 - d) esiste la retta tangente al grafico di f nel punto $(0, -1)$.
-

9) L'integrale $\int_0^2 \frac{|2x-3|}{x^2-5x+6} dx$ è uguale a

- a) $\left[\log|x^2-5x+6| + \log\left(\frac{x-3}{x-2}\right)^2 \right]_{\frac{3}{2}}^2 + \left[\log|x^2-5x+6| - \log\left(\frac{x-3}{x-2}\right)^2 \right]_0^{\frac{3}{2}}$;
 - b) $\left[\log|x^2-5x+6| + \log\left(\frac{x-3}{x-2}\right)^2 \right]_{\frac{3}{2}}^2 - \left[\log|x^2-5x+6| + \log\left(\frac{x-3}{x-2}\right)^2 \right]_0^{\frac{3}{2}}$;
 - c) $F(2) + 2F\left(\frac{3}{2}\right) - F(0)$, essendo $F(x) = \log|x^2-5x+6| + \log\left(\frac{x-3}{x-2}\right)^2$;
 - d) $|F(2) - F(0)|$, essendo $F(x) = \log|x^2-5x+6| + \log\left(\frac{x-3}{x-2}\right)^2$.
-

10) Sia $\{a_n\}$ una successione limitata superiormente. La condizione "La successione $\{a_n\}$ è crescente"

- a) è necessaria e sufficiente;
- b) è necessaria ma non sufficiente;
- c) è sufficiente ma non necessaria;
- d) non è né necessaria né sufficiente

affinché la successione $\{a_n\}$ sia convergente.

11) L'integrale indefinito $\int x^3 \sin 9x dx$ è uguale a

- a) $\frac{x^4}{4} \sin 9x - \frac{x^3}{9} \cos 9x + c$;
- b) $-\frac{x^3}{9} \cos 9x + \frac{1}{27} [x^2 \sin 9x - \frac{2}{9} \int x \sin 9x dx] + c$;
- c) $-\frac{x^3}{9} \cos 9x + \frac{1}{27} [x^2 \sin 9x - 2 \int x \sin 9x dx] + c$;
- d) $\frac{x^4}{4} \sin 9x - \int \frac{x^4}{36} \cos 9x dx + c$.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Anno Accademico 2014/2015
Corso di Laurea in Ingegneria Industriale
Corsi di Analisi Matematica I (Proff. A. Villani, R. Cirmi e F. Faraci)
PROVA D'ESAME DEL GIORNO 6 FEBBRAIO 2015
PRIMA PROVA SCRITTA (COMPITO C)

COGNOME e NOME:	
FIRMA:	
MATRICOLA:	

Non sono consentiti formulari, appunti, libri e calcolatori; non è consentito comunicare con i colleghi; ogni mezzo di comunicazione elettronico deve essere tenuto spento. Verrà escluso dalla prova lo studente che, ad una verifica, fosse sprovvisto di un documento di riconoscimento. Durante la prova non è possibile uscire dall'aula prima di avere consegnato definitivamente il compito.

Rispondere ai seguenti quesiti. Il punteggio viene attribuito nel modo seguente: **punti 20** se vi sono almeno cinque risposte corrette; **punti 2** per ciascuna risposta esatta in aggiunta alle prime cinque; **punti -1** per ciascuna risposta errata; **punti 0** per ogni risposta non data. Tempo disponibile: **90 minuti**.

1) Il dominio della funzione reale di variabile reale $\sqrt{\log_{2x+3}(x^2 - 3x + 3)}$ è l'insieme

- a) $[2, +\infty[$;
- b) $] -1, +\infty[\setminus \{2\}$;
- c) $[-1, +\infty[\setminus \{2\}$;
- d) $] -1, 1] \cup [2, +\infty[$.

2) Il derivato $D E$ dell'insieme $E = \left\{ \frac{(-1)^n 3n^2 + 2n^2}{n^2 + (-1)^n n + 1} : n \in \mathbb{N}^+ \right\} \cap] -\infty, \frac{3}{2}[$ è l'insieme

- a) $\left\{ -1, \frac{3}{2} \right\}$;
- b) $\{-1\}$;
- c) $\{-1, 5\}$;
- d) $\left\{ -1, \frac{3}{2}, 5 \right\}$.

3) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile due volte. La derivata seconda della funzione $f(f(x^2))$ è uguale a

- a) $2x^2 \left\{ \left[f''(f(x^2)) [f'(x^2)]^2 + f'(f(x^2)) f''(x^2) \right] + f'(f(x^2)) f'(x^2) \right\}$;
- b) $2 \left\{ 2x^2 f''(f(x^2)) [f'(x^2)]^2 + f'(f(x^2)) [2x f''(x^2) + f'(x^2)] \right\}$;
- c) $2 \left\{ 2x^2 \left[f''(f(x^2)) [f'(x^2)]^2 + f'(f(x^2)) f''(x^2) \right] + f'(f(x^2)) f'(x^2) \right\}$;
- d) $2 \left\{ 2x^2 \left[f''(f(x^2)) [f'(x^2)]^2 + f'(f(x^2)) f'(x^2) \right] + f'(f(x^2)) f''(x^2) \right\}$.

4) Il massimo assoluto della funzione $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x^3}{3} - 3x + |5x - 1|}$ nell'intervallo $] -6, 3]$

- a) viene preso nel punto $\frac{1}{5}$;
- b) viene preso nel punto 3;
- c) è uguale a 2^{23} ;
- d) non esiste.

5) Il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(1 + \operatorname{sen}(\operatorname{sen} \frac{1}{x}))^5 - 1}{\operatorname{arctg} \frac{x^2}{x^3 + 1}}$

- a) è uguale a 1;
- b) è uguale a $+\infty$;
- c) è uguale a $\frac{5}{2}$;
- d) è uguale a 5.

6) Data la serie (*) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n + 1}{n^{x+1}}$, $x \geq 0$, è vero che

- a) la (*) diverge se $x \geq 1$;
- b) la (*) diverge se $x \in \{0\} \cup]1, +\infty[$;
- c) la (*) converge solo se $x \in]0, 1[$;
- d) la (*) converge solo se $x \in [0, 1[$.

7) Siano $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ due funzioni limitate. L'affermazione: “ $\sup_{x \in \mathbb{R}} f(x) < \sup_{x \in \mathbb{R}} g(x)$ ” equivale all'affermazione

- a) $\exists \beta \in \mathbb{R} : [\exists \bar{x} \in \mathbb{R} : f(\bar{x}) < \beta < g(\bar{x})]$;
- b) $\exists \beta \in \mathbb{R} : [\exists \bar{x} \in \mathbb{R} : f(\bar{x}) < \beta \text{ e } \exists \bar{x} \in \mathbb{R} : g(\bar{x}) > \beta]$;
- c) $\exists \beta \in \mathbb{R} : [f(x) \leq \beta \ \forall x \in \mathbb{R} \text{ e } \exists \bar{x} \in \mathbb{R} : g(\bar{x}) > \beta]$;
- d) $\exists \beta, \gamma \in \mathbb{R} : [\beta < \gamma, \exists \bar{x} \in \mathbb{R} : f(\bar{x}) < \beta \text{ e } g(x) > \gamma \ \forall x \in \mathbb{R}]$.

8) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita come segue:

$$f(x) = \begin{cases} e^x - x - 2 & \text{se } x \leq 0 \\ -\cos x & \text{se } x > 0 \end{cases}.$$

Quali delle seguenti affermazioni è falsa?

- a) f è integrabile secondo Riemann in $[-1, 2\pi]$;
- b) f ha massimo assoluto nell'intervallo $] -2, +\infty[$;
- c) esiste la derivata seconda $f''(0)$;
- d) esiste $a < 0$ tale che $f|_{[a, \pi]}$ è iniettiva.

9) L'integrale $\int_0^1 \frac{|2x-1|}{x^2-9x+20} dx$ è uguale a

- a) $\left[\log|x^2-9x+20| + \log\left(\frac{x-5}{x-4}\right)^8 \right]_{\frac{1}{2}}^1 - \left[\log|x^2-9x+20| + \log\left(\frac{x-5}{x-4}\right)^8 \right]_0^{\frac{1}{2}}$;
- b) $[\log|x^2-9x+20| + 8\log|x-5| - 7\log|x-4|]_{\frac{1}{2}}^1 - [\log|x^2-9x+20| + 8\log|x-5| - 7\log|x-4|]_0^{\frac{1}{2}}$;
- c) $F(1) - 2F\left(\frac{1}{2}\right) + F(0)$, essendo $F(x) = \log|x^2-9x+20| - \log\left(\frac{x-5}{x-4}\right)^8$;
- d) $|F(1) - F(0)|$, essendo $F(x) = \log|x^2-9x+20| + \log\left(\frac{x-5}{x-4}\right)^8$.

10) Sia $\{a_n\}$ una successione limitata inferiormente. La condizione “La successione $\{a_n\}$ è strettamente crescente”

- a) è necessaria e sufficiente;
- b) è necessaria ma non sufficiente;
- c) è sufficiente ma non necessaria;
- d) non è né necessaria né sufficiente

affinché la successione $\{a_n\}$ sia convergente.

11) L'integrale indefinito $\int x^3 \sin 9x dx$ è uguale a

- a) $3x^2 \sin 9x - \frac{x^4 \cos 9x}{4 \cdot 9} + \int \frac{x^3}{27} \sin 9x dx + c$;
- b) $\frac{x^2}{9} \left[-x \cos 9x + \frac{\sin 9x}{3} \right] + \frac{2}{27} \int x \sin 9x dx + c$;
- c) $-\frac{x^3}{9} \cos 9x + \frac{1}{27} \left[x^2 \sin 9x - 2 \int x \sin 9x dx \right] + c$;
- d) $\frac{x^4}{4} \sin 9x - x^3 \frac{\cos 9x}{9}$.

Tutti i quesiti dei compiti D, E e F del 6 febbraio 2015 si trovano in uno dei compiti A, B e C

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Anno Accademico 2014 - 2015
Corso di Laurea in Ingegneria Industriale
Corsi di Analisi Matematica I (A.Villani, R. Cirimi e F.Faraci)
PROVA D'ESAME DEL GIORNO 6 FEBBRAIO 2015
SECONDA PROVA SCRITTA - COMPITO A

COGNOME e NOME:	
FIRMA:	
MATRICOLA:	

Non sono consentiti formulari, appunti, libri e calcolatori; non è consentito comunicare con i colleghi; ogni mezzo di comunicazione elettronico deve essere tenuto spento. Verrà **escluso dalla prova lo studente** che, ad una verifica, fosse **sprovvisto di un documento di riconoscimento**. Durante la prova non è possibile uscire dall'aula prima di avere consegnato definitivamente il compito. Si possono consegnare **al massimo due fogli a quadri in bella copia**; in entrambi devono essere apposti nome e cognome a stampatello e la firma del candidato. Alla fine della prova **il presente foglio deve essere riconsegnato** debitamente compilato.

Rispondere ai seguenti quesiti. Il **requisito minimo** per superare la prova, con la conferma del voto della prima prova scritta quale voto finale dell'esame, è di rispondere in maniera corretta ad un quesito di tipo **D** e ad uno di tipo **T**. Le ulteriori risposte corrette, se valutate positivamente, comportano un incremento del voto finale dell'esame fino ad un massimo di quattro punti. Tempo disponibile: **90 minuti**.

Quesiti di tipo D (definizioni)

1) Sia $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ ($A \subseteq \mathbb{R}$, $A \neq \emptyset$). Un punto $x_0 \in A$ si dice di *punto di minimo relativo o locale* per la funzione f se ... (completare la definizione).

2) Sia $\{a_n\}$ una successione di numeri reali. Si dice che la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$$

diverge negativamente se ... (completare la definizione).

3) Sia $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ ($A \subseteq \mathbb{R}$, $A \neq \emptyset$) Si dice che f è *dotata di primitive in A* se ... (completare la definizione).

Quesiti di tipo T (teoremi)

1) Dimostrare che ogni successione convergente é limitata. É vero il viceversa? Giustificare la risposta.

2) Enunciare e dimostrare il teorema di derivazione della funzione composta.

3) Dimostrare la formula fondamentale del calcolo degli integrali definiti.

Quesiti di tipo E (esercizi)

1) Studiare la funzione

$$f(x) = x \left(1 + \frac{1}{\log x} \right)$$

e tracciarne il grafico.

2) Calcolare

$$\int \frac{e^{2x} + e^x + 3}{e^x + 8} dx.$$

3) Studiare, al variare del parametro reale $x > 0$, il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^{n^2-n}}{2n}.$$

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Anno Accademico 2014/2015
Corso di Laurea in Ingegneria Industriale
Corsi di Analisi Matematica I (Prof. A. Villani, R. Cirmi e F. Faraci)
PROVA D'ESAME DEL GIORNO 20 FEBBRAIO 2015
PRIMA PROVA SCRITTA (COMPITO A)

COGNOME e NOME:	
FIRMA:	
MATRICOLA:	

Non sono consentiti formulari, appunti, libri e calcolatori; non è consentito comunicare con i colleghi; ogni mezzo di comunicazione elettronico deve essere tenuto spento. Verrà escluso dalla prova lo studente che, ad una verifica, fosse sprovvisto di un documento di riconoscimento. Durante la prova non è possibile uscire dall'aula prima di avere consegnato definitivamente il compito.

Rispondere ai seguenti quesiti. Il punteggio viene attribuito nel modo seguente: **punti 20** se vi sono almeno cinque risposte corrette; **punti 2** per ciascuna risposta esatta in aggiunta alle prime cinque; **punti -1** per ciascuna risposta errata; **punti 0** per ogni risposta non data. Tempo disponibile: **90 minuti**.

1) Il dominio della funzione reale di variabile reale $2^{2x^2+9x-4} + \sqrt{\log_{4-2x}(2x^2 + 9x - 4)}$ è l'insieme

- a) $]-\infty, -\frac{1}{2}] \cup [5, +\infty[;$
 b) $]-\infty, -5[\cup]\frac{3}{2}, +\infty[;$
 c) $]-\infty, -5] \cup]\frac{-9+\sqrt{113}}{4}, \frac{3}{2}[;$
 d) $]-\infty, -5] \cup [\frac{1}{2}, \frac{3}{2}[.$

2) Il derivato $D E$ dell'insieme $E = \left\{(-1)^n \frac{2n^2}{n^2+n+1} : n \in \mathbb{N}^+\right\} \cap]-\infty, -1[$ è l'insieme

- a) $\{-2\};$
 b) $\{-2, 2\};$
 c) $\{-2, -1, 2\};$
 d) $\{-2, -1\}.$

3) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile due volte. La derivata seconda della funzione $f(e^{f(x)})$ è uguale a

- a) $f''(e^{f(x)}) [e^{f(x)} f'(x)]^2 + f'(e^{f(x)}) e^{f(x)} [f'(x)]^2 + f''(x);$
 b) $e^{f(x)} [f'(x)]^2 [f''(e^{f(x)}) + f'(e^{f(x)})] + f'(e^{f(x)}) e^{f(x)} f''(x);$
 c) $f''(e^{f(x)}) e^{f(x)} f''(x);$
 d) $e^{f(x)} f'(x) [f''(e^{f(x)}) + [f'(x)]^2] + f'(e^{f(x)}) e^{f'(x)} f''(x).$

4) In quali dei seguenti intervalli la funzione $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^4-6x^2+8x+3}$ ha massimo assoluto:

(1) $]-\infty, 0];$ (2) $]-3, 0];$ (3) $[3, 103[;$ (4) $]3, 103]$?

- a) (1) e (3);
 b) (1), (2) e (3);
 c) (1), (2) e (4);
 d) (2), (3) e (4).

5) Il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(1 + \operatorname{sen}(\operatorname{sen} \frac{1}{x}))^5 - 1}{\log \frac{x+3}{x}}$

- a) è uguale a 1;
 b) è uguale a $+\infty$;
 c) è uguale a $\frac{5}{3}$;
 d) è uguale a 5.

6) Data la serie (*) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n} + 1}{n^{x+2}}$, $x \in \mathbb{R}$, è vero che

- a) la (*) diverge a $+\infty$ per ogni $x < 0$;
- b) la (*) converge se $x \in [-1, 1]$;
- c) la (*) converge se $x \in]-1, 1]$;
- d) la (*) non è regolare se $x < -1$.

7) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione limitata. L'affermazione: " $\sup_{x \in]-\infty, 0[} f(x) < \sup_{x \in [0, +\infty[} f(x)$ " equivale all'affermazione

- a) $f(x) < f(0) \quad \forall x \in]-\infty, 0[$ e $\exists \bar{x} \in [0, +\infty[: f(\bar{x}) > f(0)$;
- b) $\exists \beta \in \mathbb{R} : [f(x) < \beta \quad \forall x \in]-\infty, 0[$ e $\exists \bar{x} \in [0, +\infty[: f(\bar{x}) \geq \beta]$;
- c) $\exists \beta \in \mathbb{R} : [f(x) < \beta \quad \forall x \in]-\infty, 0[$ e $f(x) > \beta \quad \forall x \in [0, +\infty[]$;
- d) $\exists \beta, \gamma \in \mathbb{R} : [\beta < \gamma, f(x) < \beta \quad \forall x \in]-\infty, 0[$ e $\exists \bar{x} \in [0, +\infty[: f(\bar{x}) \geq \gamma]$.

8) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita come segue:

$$f(x) = \begin{cases} -\cos x & \text{se } x \leq 0 \\ e^x - x - 2 & \text{se } x > 0 \end{cases}.$$

Quali delle seguenti affermazioni è falsa?

- a) f è convessa nell'intervallo $] -\frac{\pi}{2}, +\infty, [$;
- b) f ha minimo assoluto;
- c) nel punto $x_0 = 0$ esiste la derivata terza $f'''(0)$;
- d) il grafico di f non ha asintoti.

9) L'integrale $\int_0^1 \frac{|2x-1|}{x^2-x+6} dx$ è uguale a

- a) $\left[\log(x^2 - x + 6) + \frac{2}{\sqrt{23}} \operatorname{arctg} \frac{2x-1}{\sqrt{23}} \right]_{\frac{1}{2}}^1 - \left[\log(x^2 - 5x + 6) + \frac{2}{\sqrt{23}} \operatorname{arctg} \frac{2x-1}{\sqrt{23}} \right]_0^{\frac{1}{2}}$;
- b) $2 \log \frac{24}{23}$;
- c) $F(1) + 2F\left(\frac{1}{2}\right) - F(0)$, essendo $F(x) = \log(x^2 - x + 6)$;
- d) $|F(1) - F(0)|$, essendo $F(x) = \log(x^2 - x + 6)$.

10) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile in $\mathbb{R}$. La condizione " $f'(x) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$ "

- a) è necessaria e sufficiente;
- b) è necessaria ma non sufficiente;
- c) è sufficiente ma non necessaria;
- d) non è né necessaria né sufficiente

affinché la funzione f sia strettamente crescente in $\mathbb{R}$.

11) L'integrale indefinito $\int \frac{e^{4x}}{e^{2x} + \sqrt{e^{2x} + 5}} dx$ è uguale a

- a) $\left[\int \frac{t(t^2-5)}{t^2+t-5} dt \right]_{t=\sqrt{e^{2x}+5}}$;
- b) $\left[\int \frac{z^4}{z^2+\sqrt{z^2+5}} dz \right]_{z=e^x}$;
- c) $\frac{1}{2} \left[\int \frac{t^3(t^2-5)}{t^2+t-5} dt \right]_{t=\sqrt{e^{2x}+5}}$;
- d) $\frac{1}{4} \left[\int \frac{z^2}{z+\sqrt{z+5}} dz \right]_{z=e^{2x}}$.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Anno Accademico 2014/2015
Corso di Laurea in Ingegneria Industriale
Corsi di Analisi Matematica I (Proff. A. Villani, R. Cirimi e F. Faraci)
PROVA D'ESAME DEL GIORNO 20 FEBBRAIO 2015
PRIMA PROVA SCRITTA (COMPITO B)

COGNOME e NOME:	
FIRMA:	
MATRICOLA:	

Non sono consentiti formulari, appunti, libri e calcolatori; non è consentito comunicare con i colleghi; ogni mezzo di comunicazione elettronico deve essere tenuto spento. Verrà escluso dalla prova lo studente che, ad una verifica, fosse sprovvisto di un documento di riconoscimento. Durante la prova non è possibile uscire dall'aula prima di avere consegnato definitivamente il compito.

Rispondere ai seguenti quesiti. Il punteggio viene attribuito nel modo seguente: **punti 20** se vi sono almeno cinque risposte corrette; **punti 2** per ciascuna risposta esatta in aggiunta alle prime cinque; **punti -1** per ciascuna risposta errata; **punti 0** per ogni risposta non data. Tempo disponibile: **90 minuti**.

1) Il dominio della funzione reale di variabile reale $\sqrt[5]{2x^2 + x - 9} + \sqrt{\log_{6-2x}(2x^2 + x - 9)}$ è l'insieme

- a) $] -\infty, -\frac{5}{2}] \cup] \frac{-1+\sqrt{73}}{4}, \frac{5}{2} [$;
- b) $] -\infty, -\frac{5}{2}] \cup [2, \frac{5}{2} [$;
- c) $] -\infty, -\frac{5}{2} [\cup]2, \frac{5}{2} [$;
- d) $] -\infty, 2] \cup] \frac{5}{2}, +\infty [$.

2) Il derivato $D E$ dell'insieme $E = \left\{ (-1)^n \frac{2n^2}{n^2+n+1} : n \in \mathbb{N}^+ \right\} \cap]1, +\infty [$ è l'insieme

- a) $\{-2, 2\}$;
- b) $\{-2, 1, 2\}$;
- c) $\{1, 2\}$;
- d) $\{2\}$.

3) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile due volte. La derivata seconda della funzione $e^{f(f(x))}$ è uguale a

- a) $e^{f(f(x))} f''(f(x)) f'(x)$;
- b) $e^{f(f(x))} \left\{ [f'(x)]^2 [f'(f(x))]^2 + f''(f(x))] + f'(f(x)) f''(x) \right\}$;
- c) $e^{f(f(x))} \left\{ f'(x) [f'(f(x))]^2 + f'(x) f''(f(x))] + f'(f(x)) f''(x) \right\}$;
- d) $e^{f(f(x))} \left\{ [f'(x)]^2 [f'(f(x)) + f''(f(x))] + f'(f(x)) f''(f(x)) \right\}$.

4) In quali dei seguenti intervalli la funzione $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^4-6x^2+8x+3}$ ha minimo assoluto:

(1) $] -\infty, 0]$; (2) $] -3, 0]$; (3) $[-3, 0[$; (4) $[-3, 103]$?

- a) (1) e (4) ;
- b) solo (4) ;
- c) (3) e (4) ;
- d) (2), (3) e (4) .

5) Il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left(1 + \operatorname{sen} \left(\operatorname{sen} \frac{\log x}{x^2}\right)\right)^5 - 1}{\frac{\log^2 x}{x + \log x}}$

- a) è uguale a 0 ;
- b) è uguale a 1 ;
- c) è uguale a $\frac{5}{2}$;
- d) è uguale a $+\infty$.

6) Data la serie (*) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n} + 1}{n^{x+2}}$, $x \in]-\infty, 1]$, è vero che

- a) esistono valori di x per cui la (*) non è regolare;
- b) la (*) converge se e solo se $x \in [0, 1]$;
- c) la (*) converge se e solo se $x \in]-1, 1]$;
- d) la (*) converge se e solo se $x \in [-1, 1]$.

7) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione limitata. L'affermazione: " $\inf_{x \in]-\infty, 0]} f(x) > \inf_{x \in [0, +\infty[} f(x)$ " equivale all'affermazione

- a) $\exists \beta \in \mathbb{R} : [f(x) > \beta \ \forall x \in]-\infty, 0]$ e $\exists \bar{x} \in [0, +\infty[: f(\bar{x}) \leq \beta$];
- b) $\exists \beta \in \mathbb{R} : [f(x) \geq \beta \ \forall x \in]-\infty, 0]$ e $\exists \bar{x} \in [0, +\infty[: f(\bar{x}) < f(0)$];
- c) $\exists \beta, \gamma \in \mathbb{R} : [\beta > \gamma, f(x) \geq \beta \ \forall x \in]-\infty, 0]$ e $f(x) \leq \gamma \ \forall x \in [0, +\infty[$];
- d) $\exists \beta, \gamma \in \mathbb{R} : [\beta > \gamma, f(x) \geq \beta \ \forall x \in]-\infty, 0]$ e $\exists \bar{x} \in [0, +\infty[: f(\bar{x}) \leq \gamma$].

8) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita come segue:

$$f(x) = \begin{cases} -\cos x & \text{se } x \leq 0 \\ e^x - x - 2 & \text{se } x > 0 \end{cases}.$$

Quali delle seguenti affermazioni è falsa?

- a) f è convessa solo nell'intervallo $] -\frac{\pi}{2}, +\infty, [$;
- b) f ha un unico zero nell'intervallo $[0, +\infty[$;
- c) esiste la retta tangente al grafico di f nel punto $(0, -1)$;
- d) f è uniformemente continua nell'intervallo $] -\pi, \pi[$.

9) L'integrale $\int_0^3 \frac{|2x-5|}{x^2-5x+9} dx$ è uguale a

- a) $\log \frac{48}{11}$;
- b) $\log 27 - \log \left(\frac{11}{4}\right)^2$;
- c) $F(3) - 2F\left(\frac{5}{2}\right) + F(0)$, essendo $F(x) = \log(x^2 - 5x + 9) + \frac{2}{\sqrt{11}} \arctg \frac{2x-5}{\sqrt{11}}$;
- d) $|F(3) - F(0)|$, essendo $F(x) = \log(x^2 - 5x + 9)$.

10) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile in $\mathbb{R}$. La condizione " $f'(x) \geq 0 \ \forall x \in \mathbb{R}$ "

- a) è necessaria e sufficiente;
- b) è necessaria ma non sufficiente;
- c) è sufficiente ma non necessaria;
- d) non è né necessaria né sufficiente

affinché la funzione f sia crescente in $\mathbb{R}$.

11) L'integrale indefinito $\int \frac{e^{4x}}{e^{4x} + \sqrt{e^{2x} + 5}} dx$ è uguale a

- a) $\frac{1}{2} \left[\int \frac{t^2-5}{(t^2-5)^2+t} dt \right]_{t=\sqrt{e^{2x}+5}}$;
- b) $\frac{1}{2} \left[\int \frac{z}{z^2+\sqrt{z+5}} dz \right]_{z=e^{2x}}$;
- c) $\frac{1}{4} \left[\int \frac{t^2(t^2-5)}{(t^2-5)^2+t} dt \right]_{t=\sqrt{e^{2x}+5}}$;
- d) $\left[\int \frac{z^2}{z^2+\sqrt{z+5}} dz \right]_{z=e^{2x}}$.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Anno Accademico 2014/2015
Corso di Laurea in Ingegneria Industriale
Corsi di Analisi Matematica I (Prof. A. Villani, R. Cirmi e F. Faraci)
PROVA D'ESAME DEL GIORNO 20 FEBBRAIO 2015
PRIMA PROVA SCRITTA (COMPITO C)

COGNOME e NOME:	
FIRMA:	
MATRICOLA:	

Non sono consentiti formulari, appunti, libri e calcolatori; non è consentito comunicare con i colleghi; ogni mezzo di comunicazione elettronico deve essere tenuto spento. Verrà escluso dalla prova lo studente che, ad una verifica, fosse sprovvisto di un documento di riconoscimento. Durante la prova non è possibile uscire dall'aula prima di avere consegnato definitivamente il compito.

Rispondere ai seguenti quesiti. Il punteggio viene attribuito nel modo seguente: **punti 20** se vi sono almeno cinque risposte corrette; **punti 2** per ciascuna risposta esatta in aggiunta alle prime cinque; **punti -1** per ciascuna risposta errata; **punti 0** per ogni risposta non data. Tempo disponibile: **90 minuti**.

1) Il dominio della funzione reale di variabile reale $\sqrt[3]{2x^2 - 9x - 4} + \sqrt{\log_{2x+5}(2x^2 - 9x - 4)}$ è l'insieme

- a) $]-\infty, -2[\cup]5, +\infty[;$
 b) $]-\infty, -5] \cup [\frac{1}{2}, +\infty[;$
 c) $]-2, -\frac{1}{2}] \cup [5, +\infty[;$
 d) $]-2, \frac{9-\sqrt{113}}{4}[\cup [5, +\infty[.$

2) Il derivato $D E$ dell'insieme $E = \left\{ (-1)^n \frac{2n^2}{n^2+n+1} : n \in \mathbb{N}^+ \right\} \cap]-3, +\infty[$ è l'insieme

- a) $\{-3\};$
 b) $\{-3, -2\};$
 c) $\{-3, -2, 2\};$
 d) $\{-2, 2\}.$

3) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile due volte. La derivata seconda della funzione $f(f(e^x))$ è uguale a

- a) $e^{2x} \left\{ f''(f(e^x)) [f'(e^x)]^2 + f'(f(e^x)) f''(e^x) + f'(f(e^x)) f'(e^x) \right\};$
 b) $e^x f'(e^x) \left\{ f''(f(e^x)) f'(e^x) e^x + f'(f(e^x)) \right\} + f'(f(e^x)) f''(e^x) e^{2x};$
 c) $e^x \left\{ f''(f(e^x)) [f'(e^x)]^2 + f'(f(e^x)) f''(e^x) e^x + f'(f(e^x)) f'(e^x) \right\};$
 d) $f''(f(e^x)) f''(e^x) e^x.$

4) In quali dei seguenti intervalli la funzione $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^4-6x^2+8x+3}$ ha massimo assoluto:

(1) $]-\infty, -5[;$ (2) $]-\infty, 0[;$ (3) $[-3, 0[;$ (4) $[3, 10[$?

- a) (1) e (3);
 b) (1), (2) e (3);
 c) (2) e (3);
 d) (2), (3) e (4).

5) Il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(1 + \operatorname{sen}^2(\operatorname{sen} 3^{-x}))^5 - 1}{\operatorname{arctg} 2^{x-x^2}}$

- a) è uguale a 0;
 b) è uguale a $+\infty$;
 c) è uguale a $\frac{5}{2}$;
 d) è uguale a 5.

6) Data la serie (*) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n} + 1}{n^{x+2}}$, $x \in \mathbb{R}$, è vero che

- a) la (*) non è regolare per $x = -1$;
- b) la (*) diverge a $+\infty$ se $|x| \geq 1$;
- c) la (*) diverge a $+\infty$ se $x \in]-\infty, -1] \cup]1, +\infty[$;
- d) la (*) converge per ogni $x \in [-1, 1]$.

7) Siano $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ due funzioni limitate. L'affermazione: " $\inf_{x \in \mathbb{R}} f(x) > \inf_{x \in \mathbb{R}} g(x)$ " equivale all'affermazione

- a) $\exists \beta \in \mathbb{R} : [f(x) > \beta \ \forall x \in \mathbb{R} \ \text{e} \ \exists \bar{x} \in [0, +\infty[: g(\bar{x}) < \beta]$;
- b) $\exists \beta \in \mathbb{R} : [f(x) \geq \beta \ \forall x \in \mathbb{R} \ \text{e} \ \exists \bar{x} \in \mathbb{R} : g(\bar{x}) \leq \beta]$;
- c) $\exists \beta, \gamma \in \mathbb{R} : [\beta > \gamma, f(x) \geq \beta \ \forall x \in \mathbb{R} \ \text{e} \ g(x) \leq \gamma \ \forall x \in \mathbb{R}]$;
- d) $\exists \beta, \gamma \in \mathbb{R} : [\beta > \gamma, f(x) \geq \beta \ \forall x \in \mathbb{R} \ \text{e} \ \exists \bar{x} \in \mathbb{R} : g(\bar{x}) \leq \gamma]$.

8) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita come segue:

$$f(x) = \begin{cases} -\cos x & \text{se } x \leq 0 \\ e^x - x - 2 & \text{se } x > 0 \end{cases}.$$

Quali delle seguenti affermazioni è falsa?

- a) esiste $a < 0$ tale che la restrizione $f|_{[a, +\infty[}$ è iniettiva;
- b) f ha un unico zero nell'intervallo $[0, +\infty[$;
- c) f è derivabile due volte in tutto $\mathbb{R}$;
- d) f è integrabile secondo Riemann in $[-\pi, 2]$.

9) L'integrale $\int_0^3 \frac{|2x-3|}{x^2-3x+5} dx$ è uguale a

- a) $\left[\log(x^2 - 3x + 5) + \frac{2}{\sqrt{11}} \operatorname{arctg} \frac{2x-3}{\sqrt{11}} \right]_{\frac{3}{2}}^3 - \left[\log(x^2 - 3x + 5) + \frac{2}{\sqrt{11}} \operatorname{arctg} \frac{2x-3}{\sqrt{11}} \right]_0^{\frac{3}{2}}$;
- b) $\log\left(\frac{11}{4}\right)^2$;
- c) $\log\left(\frac{11}{4}\right)^2 + 2 \operatorname{arctg} 5$;
- d) $F(3) - 2F\left(\frac{3}{2}\right) + F(0)$, essendo $F(x) = \log(x^2 - 3x + 5)$.

10) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua in $\mathbb{R}$. La condizione "La funzione f è derivabile in $\mathbb{R}$ e risulta $f'(x) \geq 0 \ \forall x \in \mathbb{R}$ "

- a) è necessaria e sufficiente;
- b) è necessaria ma non sufficiente;
- c) è sufficiente ma non necessaria;
- d) non è né necessaria né sufficiente

affinché la funzione f sia crescente in $\mathbb{R}$.

11) L'integrale indefinito $\int \frac{e^{5x}}{e^{2x} + \sqrt{e^x + 5}} dx$ è uguale a

- a) $\left[\int \frac{2t(t^2-5)^4}{(t^2-5)^2+t} dt \right]_{t=\sqrt{e^x+5}}$;
- b) $\frac{1}{5} \left[\int \frac{z^4}{z^2+\sqrt{z+5}} dz \right]_{z=e^x}$;
- c) $\left[\int \frac{(t^2-5)^5}{(t^2-5)^2+t} dt \right]_{t=\sqrt{e^x+5}}$;
- d) $\frac{1}{2} \left[\int \frac{z^2}{z+\sqrt{\sqrt{z+5}}} dz \right]_{z=e^{2x}}$.

Tutti i quesiti dei compiti D, E e F del 20 febbraio 2015 si trovano in uno dei compiti A, B e C

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Anno Accademico 2014 - 2015
Corso di Laurea in Ingegneria Industriale
Corsi di Analisi Matematica I (A.Villani, R. Cirimi e F.Faraci)
PROVA D'ESAME DEL GIORNO 20 FEBBRAIO 2015
SECONDA PROVA SCRITTA - COMPITO A

COGNOME e NOME:	
FIRMA:	
MATRICOLA:	

Non sono consentiti formulari, appunti, libri e calcolatori; non è consentito comunicare con i colleghi; ogni mezzo di comunicazione elettronico deve essere tenuto spento. Verrà **escluso dalla prova lo studente** che, ad una verifica, fosse **sprovvisto di un documento di riconoscimento**. Durante la prova non è possibile uscire dall'aula prima di avere consegnato definitivamente il compito. Si possono consegnare **al massimo due fogli a quadri in bella copia**; in entrambi devono essere apposti nome e cognome a stampatello e la firma del candidato. Alla fine della prova **il presente foglio deve essere riconsegnato** debitamente compilato.

Rispondere ai seguenti quesiti. Il **requisito minimo** per superare la prova, con la conferma del voto della prima prova scritta quale voto finale dell'esame, è di rispondere in maniera corretta ad un quesito di tipo **D** e ad uno di tipo **T**. Le ulteriori risposte corrette, se valutate positivamente, comportano un incremento del voto finale dell'esame fino ad un massimo di quattro punti. Tempo disponibile: **90 minuti**.

Quesiti di tipo D (definizioni)

- 1) Sia $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ ($A \subseteq \mathbb{R}$, $A \neq \emptyset$). Si dice che f non è *limitata inferiormente in* A se ... (completare la definizione).

- 2) Sia $\{a_n\}$ una successione di numeri reali. Si dice che $\{a_n\}$ *converge a* -1 se ... (completare la definizione).

- 3) Siano $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ e $x_0 \in (a, b)$ Si dice che f ($A \subseteq \mathbb{R}$, $A \neq \emptyset$) Si dice che f è *derivabile in* x_0 se ... (completare la definizione) e si chiama *derivata di* f *in* x_0 ... (completare la definizione).

Quesiti di tipo T (teoremi)

- 1) Enunciare e dimostrare il criterio del confronto per le serie numeriche.

- 2) Enunciare e dimostrare il corollario al Teorema di Lagrange sulle funzioni costanti in un intervallo.

- 3) Enunciare e dimostrare il teorema sull'integrabilità secondo Riemann delle funzioni continue.

Quesiti di tipo E (esercizi)

- 1) Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{x+1}{x} e^{-\frac{1}{x}}$$

e tracciarne il grafico.

- 2) Determinare $F(x)$ primitiva in $]1, +\infty[$ della funzione

$$f(x) = \frac{1}{(x+1)^2} \log(x-1)$$

e tale che $F(2) = 0$.

- 3) Studiare, al variare del parametro reale x , il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(n^{\sqrt[3]{n}} + \frac{1}{n} \right) x^{2n} .$$

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Anno Accademico 2014/2015
Corso di Laurea in Ingegneria Industriale
Corsi di Analisi Matematica I (Proff. A. Villani, R. Cirmi e F. Faraci)
PROVA D'ESAME DEL GIORNO 6 MARZO 2015
PRIMA PROVA SCRITTA (COMPITO A)

COGNOME e NOME:	
FIRMA:	
MATRICOLA:	

Non sono consentiti formulari, appunti, libri e calcolatori; non è consentito comunicare con i colleghi; ogni mezzo di comunicazione elettronico deve essere tenuto spento. Verrà escluso dalla prova lo studente che, ad una verifica, fosse sprovvisto di un documento di riconoscimento. Durante la prova non è possibile uscire dall'aula prima di avere consegnato definitivamente il compito.

Rispondere ai seguenti quesiti. Il punteggio viene attribuito nel modo seguente: **punti 20** se vi sono almeno cinque risposte corrette; **punti 2** per ciascuna risposta esatta in aggiunta alle prime cinque; **punti -1** per ciascuna risposta errata; **punti 0** per ogni risposta non data. Tempo disponibile: **90 minuti**.

1) Il dominio della funzione reale di variabile reale $\sqrt[4]{\log_{4-2x}(2x^2 + 9x - 3) - \log_{4-2x} 2}$ è l'insieme

- a) $]-\infty, -5] \cup \left] \frac{-9+\sqrt{113}}{4}, \frac{3}{2} \right[$;
- b) $]-\infty, -5[\cup \left] \frac{3}{2}, +\infty \right[$;
- c) $]-\infty, -\frac{1}{2}] \cup [5, +\infty[$;
- d) $]-\infty, -5] \cup \left[\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right[$.

2) Il derivato DE dell'insieme $E = (]-2, -1[\setminus (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q})) \cup]-1, 2] \cup \{3\}$ è l'insieme

- a) $[-2, 2]$;
- b) $(]-2, -1[\setminus (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q})) \cup]-1, 2]$;
- c) $E \cup \{-2, -1\}$;
- d) $]-2, -1[\cup]-1, 2]$.

3) La derivata della funzione $\arcsen \sqrt{x^2 - \frac{1}{x^2}}$ è uguale a:

- a) $\sqrt{\frac{x^2}{1+x^2-x^4}} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^4-1}} \cdot (x + \frac{1}{x^3})$;
- b) $2\sqrt{\frac{x^2}{1+x^2-x^4}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^4-1}} \cdot (x^2 + \frac{1}{x^2})$;
- c) $\sqrt{\frac{x^2}{1+x^2-x^4}} \cdot \frac{|x|}{\sqrt{x^4-1}} \cdot (x + \frac{1}{x^3})$;
- d) $\frac{|x|}{\sqrt{1+x^2-x^4}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x^4-1}} \cdot (x^2 + \frac{1}{x^2})$.

4) La restrizione della funzione $4x^3 - 6x^2 - 9x + 2$ all'insieme $[0, \sqrt{3}] \cap \mathbb{Q}$

- a) ha minimo e massimo (assoluti);
- b) ha minimo ma non ha massimo;
- c) ha massimo ma non ha minimo;
- d) non ha né massimo né minimo.

5) Il limite $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(1 + \operatorname{tg}^2(\operatorname{tg} 3^{x-x^2}))^3 - 1}{5^{5^x} - 1}$

- a) è uguale a 3;
- b) è uguale a $\frac{3}{5}$;
- c) è uguale a 0;
- d) è uguale a $+\infty$.

- 6) La serie $\frac{1}{9} - \frac{1}{3} + \frac{1}{81} - \frac{1}{27} + \frac{1}{729} - \frac{1}{243} + \dots$
- a) converge e la sua somma è un numero minore di zero;
 - b) converge e la sua somma è un numero maggiore di $\frac{1}{9}$;
 - c) non è regolare;
 - d) non verifica nessuna delle precedenti condizioni.
-

- 7) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione limitata. L'affermazione: “ $\sup_{x \in]-\infty, 0]} f(x) > \sup_{x \in [0, +\infty[} f(x)$ ” equivale all'affermazione
- a) $\exists \{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}, \exists \{b_n\}_{n \in \mathbb{N}} : a_n \leq 0 \forall n \in \mathbb{N}, b_n \geq 0 \forall n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow \infty} f(a_n) > \lim_{n \rightarrow \infty} f(b_n)$;
 - b) $\exists \{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}, \exists \{b_n\}_{n \in \mathbb{N}} : a_n \leq 0 \forall n \in \mathbb{N}, b_n \geq 0 \forall n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow \infty} f(a_n) > \sup_{n \in \mathbb{N}} f(b_n)$;
 - c) $\exists \beta \in \mathbb{R}, \exists \{a_n\}_{n \in \mathbb{N}} : a_n \leq 0 \forall n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow \infty} f(a_n) \geq \beta > f(b) \forall b \geq 0$;
 - d) $\exists \beta \in \mathbb{R}, \exists \{a_n\}_{n \in \mathbb{N}} : a_n \leq 0 \forall n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow \infty} f(a_n) > \beta \geq f(b) \forall b \geq 0$.
-

- 8) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita come segue:

$$f(x) = \begin{cases} e^{\frac{1}{x}} & \text{se } x < 0 \\ \frac{x^2}{1+x} & \text{se } x \geq 0 \end{cases}.$$

Quali delle seguenti affermazioni è falsa?

- a) f è convessa nell'intervallo $] -\frac{1}{2}, +\infty, [$;
 - b) f ha minimo assoluto;
 - c) nel punto $x_0 = 0$ esiste la derivata seconda $f''(0)$;
 - d) il grafico di f ha un asintoto orizzontale.
-

- 9) L'integrale $\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{(2 + \cos 2x)^2} dx$ è uguale a

- a) $-\frac{1}{2} + \frac{1}{5}$;
 - b) $\frac{1}{2} - \frac{1}{5}$;
 - c) $\frac{1}{2} + \frac{1}{5}$;
 - d) $1 - \frac{2}{5}$.
-

- 10) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. La condizione “ $\exists \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(\sqrt[3]{x}) - f(0)}{\sqrt[3]{x}} = \ell \in \mathbb{R}$ ”

- a) è necessaria e sufficiente;
- b) è necessaria ma non sufficiente;
- c) è sufficiente ma non necessaria;
- d) non è né necessaria né sufficiente

affinché la funzione f sia derivabile nel punto $x_0 = 0$.

- 11) Data la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita ponendo $f(x) = \begin{cases} \cos x - 2 & \text{se } x \leq 0 \\ \sin x - 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}$, quali delle seguenti affermazioni è vera?

- a) l'integrale $\int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$ è uguale a zero;
- b) una primitiva di f in $\mathbb{R}$ è la funzione G così definita: $G(x) = \begin{cases} \sin x - 2x - 1 & \text{se } x \leq 0 \\ -\cos x - x & \text{se } x > 0 \end{cases}$;
- c) la funzione f non ha primitive in $\mathbb{R}$;
- d) una primitiva di f in $\mathbb{R}$ è la funzione H così definita: $H(x) = \begin{cases} \sin x - 2x & \text{se } x \leq 0 \\ -\cos x - x & \text{se } x > 0 \end{cases}$.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Anno Accademico 2014/2015
Corso di Laurea in Ingegneria Industriale
Corsi di Analisi Matematica I (Proff. A. Villani, R. Cirmi e F. Faraci)
PROVA D'ESAME DEL GIORNO 6 MARZO 2015
PRIMA PROVA SCRITTA (COMPITO B)

COGNOME e NOME:	
FIRMA:	
MATRICOLA:	

Non sono consentiti formulari, appunti, libri e calcolatori; non è consentito comunicare con i colleghi; ogni mezzo di comunicazione elettronico deve essere tenuto spento. Verrà escluso dalla prova lo studente che, ad una verifica, fosse sprovvisto di un documento di riconoscimento. Durante la prova non è possibile uscire dall'aula prima di avere consegnato definitivamente il compito.

Rispondere ai seguenti quesiti. Il punteggio viene attribuito nel modo seguente: **punti 20** se vi sono almeno cinque risposte corrette; **punti 2** per ciascuna risposta esatta in aggiunta alle prime cinque; **punti -1** per ciascuna risposta errata; **punti 0** per ogni risposta non data. Tempo disponibile: **90 minuti**.

1) Il dominio della funzione reale di variabile reale $\sqrt[6]{\log_{6-2x}(2x^2 + x - 7) - \log_{6-2x} 3}$ è l'insieme

- a) $] -\infty, -\frac{5}{2}[\cup] 2, \frac{5}{2}[;$
 b) $] -\infty, -\frac{5}{2}] \cup [2, \frac{5}{2}[;$
 c) $] -\infty, -\frac{5}{2}] \cup] \frac{-1+\sqrt{73}}{4}, \frac{5}{2}[;$
 d) $] -\infty, 2] \cup] \frac{5}{2}, +\infty[.$

2) Il derivato DE dell'insieme $E = (]-2, -1[\setminus (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q})) \cup (]-1, 2] \setminus \mathbb{Q})$ è l'insieme

- a) $] -2, -1[\cup] -1, 2];$
 b) $[-2, 2];$
 c) $E \cup \{-2, -1\};$
 d) $] -2, 2] \setminus \{-1, 2\}.$

3) La derivata della funzione $\arccos \sqrt{x^2 - \frac{1}{x^2}}$ è uguale a:

- a) $\frac{1}{\sqrt{x^4-1}} \cdot \frac{-|x|}{2\sqrt{x^4-1}} \cdot (x^2 + \frac{1}{x^2});$
 b) $\frac{1}{\sqrt{1+x^2-x^4}} \cdot \frac{-2|x|}{\sqrt{x^4-1}} \cdot (x^2 + \frac{1}{x^2});$
 c) $-\frac{x}{\sqrt{1+x^2-x^4}} \cdot \sqrt{\frac{x^2}{x^4-1}} \cdot (x + \frac{1}{x^3});$
 d) $-\frac{|x|}{\sqrt{1+x^2-x^4}} \cdot \sqrt{\frac{x^2}{x^4-1}} \cdot (x + \frac{1}{x^3}).$

4) La restrizione della funzione $4x^3 - 6x^2 - 9x + 2$ all'insieme $[-\sqrt{3}, 1] \cap (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q})$

- a) ha minimo e massimo (assoluti);
 b) ha minimo ma non ha massimo;
 c) ha massimo ma non ha minimo;
 d) non ha né massimo né minimo.

5) Il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{1 + \arctg(\arctg 7^{-3x})} - 1}{\text{tg } 3^{-x^2+1}}$

- a) è uguale a $+\infty$;
 b) è uguale a 0;
 c) è uguale a $\frac{1}{3}$;
 d) è uguale a $\frac{7}{3}$.

6) La serie $-\frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{13} + \frac{1}{15} - \dots$

- a) converge assolutamente;
- b) converge, ma non converge assolutamente;
- c) non è regolare;
- d) non verifica nessuna delle precedenti condizioni.

7) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione limitata. L'affermazione: " $\inf_{x \in]-\infty, 0]} f(x) < \inf_{x \in [0, +\infty[} f(x)$ " equivale all'affermazione

- a) $\exists \{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}, \exists \{b_n\}_{n \in \mathbb{N}} : a_n \leq 0 \forall n \in \mathbb{N}, b_n \geq 0 \forall n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow \infty} f(a_n) < \inf_{n \in \mathbb{N}} f(b_n)$;
- b) $\exists \{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}, \exists \{b_n\}_{n \in \mathbb{N}} : a_n \leq 0 \forall n \in \mathbb{N}, b_n \geq 0 \forall n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow \infty} f(a_n) < \lim_{n \rightarrow \infty} f(b_n)$;
- c) $\exists \beta \in \mathbb{R}, \exists \{a_n\}_{n \in \mathbb{N}} : a_n \leq 0 \forall n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow \infty} f(a_n) < \beta \leq f(b) \forall b \geq 0$;
- d) $\exists \beta \in \mathbb{R}, \exists \{a_n\}_{n \in \mathbb{N}} : a_n \leq 0 \forall n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow \infty} f(a_n) \leq \beta < f(b) \forall b \geq 0$.

8) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita come segue:

$$f(x) = \begin{cases} e^{\frac{1}{x}} & \text{se } x < 0 \\ \frac{x^2}{1+x} & \text{se } x \geq 0 \end{cases}.$$

Quali delle seguenti affermazioni è falsa?

- a) f è convessa solo nell'intervallo $[0, +\infty[$;
- b) f ha un unico zero in $\mathbb{R}$;
- c) esiste la retta tangente al grafico di f nel punto $(0, 0)$;
- d) f è uniformemente continua in $] -e, e[$.

9) L'integrale $\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{(2 - \cos 2x)^2} dx$ è uguale a

- a) $-\frac{1}{6} - \frac{1}{3}$;
- b) $\frac{1}{6} + \frac{1}{3}$;
- c) $-\frac{1}{6} + \frac{1}{3}$;
- d) $\frac{1}{3}$.

10) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. La condizione " $\exists \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x^2) - f(0)}{x^2} = \ell \in \mathbb{R}$ "

- a) è necessaria e sufficiente;
- b) è necessaria ma non sufficiente;
- c) è sufficiente ma non necessaria;
- d) non è né necessaria né sufficiente

affinché la funzione f sia derivabile nel punto $x_0 = 0$.

11) Data la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita ponendo $f(x) = \begin{cases} \cos x - 2 & \text{se } x \leq 0 \\ \sin x - 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}$, quali delle seguenti affermazioni è vera?

- a) l'integrale $\int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$ è uguale a un numero minore di -7 ;
- b) una primitiva di f in $\mathbb{R}$ è la funzione G così definita: $G(x) = \begin{cases} \sin x - 2x + 1 & \text{se } x \leq 0 \\ -\cos x - x & \text{se } x > 0 \end{cases}$;
- c) la funzione f non ha primitive in $\mathbb{R}$;
- d) una primitiva di f in $\mathbb{R}$ è la funzione H così definita: $H(x) = \begin{cases} \sin x - 2x & \text{se } x \leq 0 \\ -\cos x - x & \text{se } x > 0 \end{cases}$.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Anno Accademico 2014/2015
Corso di Laurea in Ingegneria Industriale
Corsi di Analisi Matematica I (Proff. A. Villani, R. Cirmi e F. Faraci)
PROVA D'ESAME DEL GIORNO 6 MARZO 2015
PRIMA PROVA SCRITTA (COMPITO C)

COGNOME e NOME:	
FIRMA:	
MATRICOLA:	

Non sono consentiti formulari, appunti, libri e calcolatori; non è consentito comunicare con i colleghi; ogni mezzo di comunicazione elettronico deve essere tenuto spento. Verrà escluso dalla prova lo studente che, ad una verifica, fosse sprovvisto di un documento di riconoscimento. Durante la prova non è possibile uscire dall'aula prima di avere consegnato definitivamente il compito.

Rispondere ai seguenti quesiti. Il punteggio viene attribuito nel modo seguente: **punti 20** se vi sono almeno cinque risposte corrette; **punti 2** per ciascuna risposta esatta in aggiunta alle prime cinque; **punti -1** per ciascuna risposta errata; **punti 0** per ogni risposta non data. Tempo disponibile: **90 minuti**.

1) Il dominio della funzione reale di variabile reale $\sqrt[8]{\log_{2x+5}(2x^2 - 9x - 2) - \log_{2x+5} 3}$ è l'insieme

- a) $] -\infty, -5] \cup [\frac{1}{2}, +\infty[;$
- b) $] -\infty, -2[\cup]5, +\infty[;$
- c) $] -2, \frac{9-\sqrt{113}}{4}[\cup]5, +\infty[;$
- d) $] -2, -\frac{1}{2}] \cup]5, +\infty[.$

2) Il derivato $D E$ dell'insieme $E =]-2, -1[\cup (]-1, 2] \setminus \mathbb{Q})$ è l'insieme

- a) $] -2, 2[;$
- b) $[-2, 2];$
- c) $E \cup \{-2, -1\};$
- d) $] -2, -1[\cup]-1, 2].$

3) La derivata della funzione $\arctg \sqrt{x + \frac{1}{x^2}}$ è uguale a:

- a) $\frac{x^2}{x^3+x^2+1} \cdot \frac{x}{2\sqrt{x^3+1}} \cdot (1 - \frac{2}{x^3});$
- b) $\frac{x^2}{x^2+x^3+1} \cdot \frac{|x|}{2\sqrt{x^3+1}} \cdot (1 - \frac{2}{x^3});$
- c) $\frac{x^2}{x^3+x^2+1} \cdot \frac{x}{2\sqrt{x^3+1}} \cdot (1 - \frac{2}{|x|^3});$
- d) $\frac{x^2}{x^3+x^2+1} \cdot \frac{|x|}{\sqrt{x^3+1}} \cdot (1 + \frac{2}{x^3}).$

4) La restrizione della funzione $4x^3 - 6x^2 - 9x + 2$ all'insieme $[-\sqrt{3}, 1] \cap \mathbb{Q}$

- a) ha minimo e massimo (assoluti);
- b) ha minimo ma non ha massimo;
- c) ha massimo ma non ha minimo;
- d) non ha né massimo né minimo.

5) Il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{1 + \arcsen(\arcsen 2^{2x-x^2})} - 1}{\text{sen } 3^{-x}}$

- a) è uguale a $+\infty$;
- b) è uguale a 0;
- c) è uguale a $\frac{1}{3}$;
- d) è uguale a $\frac{2}{3}$.

6) La serie $-\frac{1}{16} + \frac{1}{9} - \frac{1}{36} + \frac{1}{25} - \frac{1}{64} + \frac{1}{49} - \dots$

- a) converge assolutamente;
- b) converge, ma non converge assolutamente;
- c) non è regolare;
- d) non verifica nessuna delle precedenti condizioni.

7) Siano $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ due funzioni limitate. L'affermazione: “ $\sup_{x \in \mathbb{R}} f(x) > \sup_{x \in \mathbb{R}} g(x)$ ” equivale all'affermazione

- a) $\exists \{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}, \exists \{b_n\}_{n \in \mathbb{N}} : \lim_{n \rightarrow \infty} f(a_n) > \lim_{n \rightarrow \infty} g(b_n)$;
- b) $\exists \{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}, \exists \{b_n\}_{n \in \mathbb{N}} : \lim_{n \rightarrow \infty} f(a_n) > \sup_{n \in \mathbb{N}} g(b_n)$;
- c) $\exists \beta \in \mathbb{R}, \exists \{a_n\}_{n \in \mathbb{N}} : \lim_{n \rightarrow \infty} f(a_n) \geq \beta > g(b) \quad \forall b \in \mathbb{R}$;
- d) $\exists \beta \in \mathbb{R}, \exists \{a_n\}_{n \in \mathbb{N}} : \lim_{n \rightarrow \infty} f(a_n) > \beta \geq g(b) \quad \forall b \in \mathbb{R}$.

8) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita come segue:

$$f(x) = \begin{cases} e^{\frac{1}{x}} & \text{se } x < 0 \\ \frac{x^2}{1+x} & \text{se } x \geq 0 \end{cases}.$$

Quali delle seguenti affermazioni è falsa?

- a) esiste $a < 0$ tale che la restrizione $f|_{]-\infty, a]}$ è iniettiva;
- b) il grafico di f non ha asintoti obliqui;
- c) f è derivabile in tutto $\mathbb{R}$;
- d) f è integrabile secondo Riemann in $[-\frac{1}{e}, 2]$.

9) L'integrale $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos 2x}{(2 - \sin 2x)^2} dx$ è uguale a

- a) $-\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$;
- b) $-\frac{1}{4} + \frac{1}{6}$;
- c) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$;
- d) $\frac{1}{4} - \frac{1}{6}$.

10) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. La condizione “ $\exists \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x^3) - f(0)}{x^3} = \ell \in \mathbb{R}$ ”

- a) è necessaria e sufficiente;
- b) è necessaria ma non sufficiente;
- c) è sufficiente ma non necessaria;
- d) non è né necessaria né sufficiente

affinché la funzione f sia derivabile nel punto $x_0 = 0$.

11) Data la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita ponendo $f(x) = \begin{cases} \cos x - 2 & \text{se } x \leq 0 \\ \sin x + x & \text{se } x > 0 \end{cases}$, quali delle seguenti affermazioni è vera?

- a) l'integrale $\int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$ è uguale a un numero maggiore di $\frac{\pi^2}{2}$;
- b) una primitiva di f in $\mathbb{R}$ è la funzione G così definita: $G(x) = \begin{cases} \sin x - 2x + 1 & \text{se } x \leq 0 \\ -\cos x + \frac{x^2}{2} + 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}$;
- c) la funzione f non ha primitive in $\mathbb{R}$;
- d) una primitiva di f in $\mathbb{R}$ è la funzione H così definita: $H(x) = \begin{cases} \sin x - 2x & \text{se } x \leq 0 \\ -\cos x + \frac{x^2}{2} & \text{se } x > 0 \end{cases}$.

Tutti i quesiti dei compiti D, E e F del 6 marzo 2015 si trovano in uno dei compiti A, B e C

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Anno Accademico 2014 - 2015
Corso di Laurea in Ingegneria Industriale
Corsi di Analisi Matematica I (A.Villani, R. Cirimi e F.Faraci)
PROVA D'ESAME DEL GIORNO 6 MARZO 2015
SECONDA PROVA SCRITTA

COGNOME e NOME:	
FIRMA:	
MATRICOLA:	

Non sono consentiti formulari, appunti, libri e calcolatori; non è consentito comunicare con i colleghi; ogni mezzo di comunicazione elettronico deve essere tenuto spento. Verrà **escluso dalla prova lo studente** che, ad una verifica, fosse **sprovvisto di un documento di riconoscimento**. Durante la prova non è possibile uscire dall'aula prima di avere consegnato definitivamente il compito. Si possono consegnare **al massimo due fogli a quadri in bella copia**; in entrambi devono essere apposti nome e cognome a stampatello e la firma del candidato. Alla fine della prova **il presente foglio deve essere riconsegnato** debitamente compilato.

Rispondere ai seguenti quesiti. Il **requisito minimo** per superare la prova, con la conferma del voto della prima prova scritta quale voto finale dell'esame, è di rispondere in maniera corretta ad un quesito di tipo **D** e ad uno di tipo **T**. Le ulteriori risposte corrette, se valutate positivamente, comportano un incremento del voto finale dell'esame fino ad un massimo di quattro punti. Tempo disponibile: **90 minuti**.

Quesiti di tipo D (definizioni)

- 1) Sia $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ ($A \subseteq \mathbb{R}$, $A \neq \emptyset$). Si dice che f è *limitata in A* se ... (completare la definizione).

- 2) Sia $\{a_n\}$ una successione di numeri reali. Si dice che $\{a_n\}$ *diverge positivamente* se ... (completare la definizione).

- 3) Sia $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ ($A \subseteq \mathbb{R}$, $A \neq \emptyset$). Si dice che f è *invertibile (o iniettiva) in A* se ... (completare la definizione).

Quesiti di tipo T (teoremi)

- 1) Dimostrare che ogni successione monotona è regolare.

- 2) Enunciare e dimostrare il teorema di Rolle.

- 3) Enunciare e dimostrare il teorema fondamentale del calcolo integrale.

Quesiti di tipo E (esercizi)

- 1) Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{|x^2 - 2x|}{x} - \log(x + 1)$$

e tracciarne il grafico.

- 2) Determinare $F(x)$ primitiva in $]0, +\infty[$ della funzione

$$f(x) = \frac{1}{x^2} \arctan(x + 1)$$

e tale che $F(1) = 0$.

- 3) Studiare, al variare del parametro reale x , il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n+1)^x}{n^2 + \sqrt[3]{n}}$$

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Anno Accademico 2014/2015
Corso di Laurea in Ingegneria Industriale
Corsi di Analisi Matematica I (Prof. A. Villani, R. Cirmi e F. Faraci)
PROVA D'ESAME DEL GIORNO 17 APRILE 2015
PRIMA PROVA SCRITTA (COMPITO A)

COGNOME e NOME:	
FIRMA:	
MATRICOLA:	

Non sono consentiti formulari, appunti, libri e calcolatori; non è consentito comunicare con i colleghi; ogni mezzo di comunicazione elettronico deve essere tenuto spento. Verrà escluso dalla prova lo studente che, ad una verifica, fosse sprovvisto di un documento di riconoscimento. Durante la prova non è possibile uscire dall'aula prima di avere consegnato definitivamente il compito.

Rispondere ai seguenti quesiti. Il punteggio viene attribuito nel modo seguente: **punti 20** se vi sono almeno cinque risposte corrette; **punti 2** per ciascuna risposta esatta in aggiunta alle prime cinque; **punti -1** per ciascuna risposta errata; **punti 0** per ogni risposta non data. Tempo disponibile: **90 minuti**.

1) Il dominio della funzione reale di variabile reale $\sqrt{\frac{|2-3x|-x^2}{2^x+x^2+1}}$ è l'insieme

- a) $\left[\frac{-3-\sqrt{17}}{2}, \frac{-3+\sqrt{17}}{2}\right]$;
- b) $\left[0, \frac{-3+\sqrt{17}}{2}\right] \cup [1, 2]$;
- c) $\left[\frac{-3-\sqrt{17}}{2}, \frac{-3+\sqrt{17}}{2}\right] \cup [1, 2]$;
- d) $\left[\frac{-3-\sqrt{17}}{2}, 2\right]$.

2) Il derivato $D E$ dell'insieme $E = \left\{(-1)^n \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{2n} : n \in \mathbb{N}^+\right\} \cap [-2, +\infty[$ è l'insieme

- a) $\{-e^2\} \cup [-2, +\infty[$;
- b) $\{-2, e^2\}$;
- c) $\{e^2\}$;
- d) $\{-e^2, e^2\}$.

3) La derivata della funzione $\arcsin \sqrt{\frac{1}{x^2} - x^2}$ è uguale a:

- a) $-\sqrt{\frac{x^2}{x^4+x^2-1}} \cdot \frac{x}{\sqrt{1-x^4}} \cdot \left(x + \frac{1}{x^3}\right)$;
- b) $-2\sqrt{\frac{x^2}{x^4+x^2-1}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^4}} \cdot \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)$;
- c) $-\sqrt{\frac{x^2}{x^4+x^2-1}} \cdot \frac{|x|}{\sqrt{1-x^4}} \cdot \left(x + \frac{1}{x^3}\right)$;
- d) $-\frac{|x|}{\sqrt{x^4+x^2-1}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{1-x^4}} \cdot \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)$.

4) La restrizione della funzione $2x^3 + 3\sqrt{3}x^2 - 36x + 1$ all'insieme $[0, 3\sqrt{3}] \cap \mathbb{Q}$

- a) ha minimo e massimo (assoluti);
- b) ha minimo ma non ha massimo;
- c) ha massimo ma non ha minimo;
- d) non ha né massimo né minimo.

5) Il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5 \arcsin 2^{2x-x^2} - 1}{\operatorname{sen} 3^{-x}}$

- a) è uguale a $\log 5$;
- b) è uguale a $\frac{2}{3} \log 5$;
- c) è uguale a 0;
- d) è uguale a $+\infty$.

6) Quali delle seguenti serie sono convergenti:

$$(1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+5}{n^2 \sqrt{n+3}}, \quad (2) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{e+1}{3} \right)^{n+3}, \quad (3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{1 + \log^5 n}, \quad (4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{1 + \log^5 n} ?$$

- a) (1) e (2);
 b) (1), (3) e (4);
 c) (1) e (4);
 d) (2) e (4).
-

7) La successione $\left\{ \sqrt{n^2 - 2n + 3} - n \right\}_{n \in \mathbb{N}^+}$

- a) è crescente;
 b) è decrescente, ma non è strettamente decrescente;
 c) è decrescente e divergente;
 d) è decrescente e convergente.
-

8) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita come segue:

$$f(x) = \begin{cases} e^{\frac{1}{x}} & \text{se } x < 0 \\ \frac{x}{1+x^2} & \text{se } x \geq 0 \end{cases}.$$

Quali delle seguenti affermazioni è falsa?

- a) f è convessa nell'intervallo $[-\frac{1}{2}, 0]$;
 b) f non ha massimo assoluto;
 c) f è derivabile in $\mathbb{R}$;
 d) il grafico di f ha asintoti orizzontali.
-

9) L'integrale $\int_0^1 \frac{|2x-1|}{(x^2-x+6)^2} dx$ è uguale a

- a) $-\frac{1}{3}$;
 b) $-\frac{1}{3} + \frac{8}{23}$;
 c) 0;
 d) $\frac{1}{3} + \frac{8}{23}$.
-

10) Sia $\{a_n\}$ una successione limitata inferiormente. La condizione "La successione $\{a_n\}$ è convergente"

- a) è necessaria e sufficiente;
 b) è necessaria ma non sufficiente;
 c) è sufficiente ma non necessaria;
 d) non è né necessaria né sufficiente

affinché la successione $\{a_n\}$ sia limitata superiormente.

11) Data la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita ponendo $f(x) = \begin{cases} \cos x - 2 & \text{se } x \leq 0 \\ \sin x - 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}$, quali delle seguenti affermazioni è vera?

- a) l'integrale definito $\int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$ è uguale a zero;
 b) l'integrale indefinito $\int f(x) dx$ è uguale a $G(x) + c$, essendo $G(x) = \begin{cases} \sin x - 2x - 1 & \text{se } x \leq 0 \\ -\cos x - x & \text{se } x > 0 \end{cases}$;
 c) l'integrale definito $\int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$ è uguale a $1 - 3\pi$;
 d) l'integrale indefinito $\int f(x) dx$ è uguale a $H(x) + c$, essendo $H(x) = \begin{cases} \sin x - 2x & \text{se } x \leq 0 \\ -\cos x - x & \text{se } x > 0 \end{cases}$.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Anno Accademico 2014/2015
Corso di Laurea in Ingegneria Industriale
Corsi di Analisi Matematica I (Prof. A. Villani, R. Cirmi e F. Faraci)
PROVA D'ESAME DEL GIORNO 17 APRILE 2015
PRIMA PROVA SCRITTA (COMPITO B)

COGNOME e NOME:	
FIRMA:	
MATRICOLA:	

Non sono consentiti formulari, appunti, libri e calcolatori; non è consentito comunicare con i colleghi; ogni mezzo di comunicazione elettronico deve essere tenuto spento. Verrà escluso dalla prova lo studente che, ad una verifica, fosse sprovvisto di un documento di riconoscimento. Durante la prova non è possibile uscire dall'aula prima di avere consegnato definitivamente il compito.

Rispondere ai seguenti quesiti. Il punteggio viene attribuito nel modo seguente: **punti 20** se vi sono almeno cinque risposte corrette; **punti 2** per ciascuna risposta esatta in aggiunta alle prime cinque; **punti -1** per ciascuna risposta errata; **punti 0** per ogni risposta non data. Tempo disponibile: **90 minuti**.

1) Il dominio della funzione reale di variabile reale $\sqrt{\frac{|2+3x|-x^2}{3^x+x^2+1}}$ è l'insieme

- a) $\left[-2, \frac{3+\sqrt{17}}{2}\right]$;
- b) $] -\infty, -2] \cup \left[\frac{3-\sqrt{17}}{2}, \frac{3+\sqrt{17}}{2}\right]$;
- c) $\left[0, \frac{3+\sqrt{17}}{2}\right]$;
- d) $[-2, -1] \cup \left[\frac{3-\sqrt{17}}{2}, \frac{3+\sqrt{17}}{2}\right]$.

2) Il derivato $D E$ dell'insieme $E = \left\{(-1)^n \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{2n} : n \in \mathbb{N}^+\right\} \cap]-\infty, 2[$ è l'insieme

- a) $\{-e^2, 2\}$;
- b) $\{-e^2, e^2\}$;
- c) $\{-e^2\}$;
- d) $] -\infty, 2] \cup \{e^2\}$.

3) La derivata della funzione $\arccos \sqrt{\frac{1}{x^2} - x^2}$ è uguale a:

- a) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \cdot \frac{|x|}{2\sqrt{1-x^4}} \cdot \left(\frac{1}{x^2} + x^2\right)$;
- b) $\frac{1}{\sqrt{x^4+x^2-1}} \cdot \frac{2|x|}{\sqrt{1-x^4}} \cdot \left(\frac{1}{x^2} + x^2\right)$;
- c) $\frac{x}{\sqrt{x^4+x^2-1}} \cdot \sqrt{\frac{x^2}{1-x^4}} \cdot \left(\frac{1}{x^3} + x\right)$;
- d) $\frac{|x|}{\sqrt{x^4+x^2-1}} \cdot \sqrt{\frac{x^2}{1-x^4}} \cdot \left(\frac{1}{x^3} + x\right)$.

4) La restrizione della funzione $2x^3 + 3\sqrt{3}x^2 - 36x + 1$ all'insieme $[0, 3\sqrt{3}] \cap (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q})$

- a) ha minimo e massimo (assoluti) ;
- b) ha minimo ma non ha massimo ;
- c) ha massimo ma non ha minimo ;
- d) non ha né massimo né minimo .

5) Il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^{\arctg 7^{-3x}} - 1}{\operatorname{tg} 3^{-x^2+1}}$

- a) è uguale a $\log 2$;
- b) è uguale a $\frac{7}{3} \log 2$;
- c) è uguale a $+\infty$;
- d) è uguale a 0 .

6) Quali delle seguenti serie sono convergenti:

$$(1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n - \sqrt{n} + 1}{n^3 + 1}, \quad (2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\pi^{n+1}}{4^n}, \quad (3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+2}}{\log(n+1)}, \quad (4) \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg} \frac{1}{2n+1} ?$$

- a) (1) e (2);
 b) (1), (2) e (3);
 c) (2), (3) e (4);
 d) (2) e (4).

7) La successione $\left\{ \sqrt{n^2 - 2n + 3} - n \right\}_{n \in \mathbb{N}^+}$

- a) è crescente ed il suo minimo è uguale a $\sqrt{2} - 1$;
 b) è decrescente ed il suo estremo superiore è uguale a 0;
 c) è decrescente ed il suo estremo inferiore è uguale a -1 ;
 d) non è monotona.

8) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita come segue:

$$f(x) = \begin{cases} e^{\frac{1}{x}} & \text{se } x < 0 \\ \frac{x}{1+x^2} & \text{se } x \geq 0 \end{cases}.$$

Quali delle seguenti affermazioni è falsa?

- a) f è convessa solo nell'intervallo $[-\frac{1}{2}, 0]$;
 b) f ha un unico zero in $\mathbb{R}$;
 c) il grafico di f ha punti angolosi;
 d) f è uniformemente continua in $]-\frac{1}{2}, \sqrt{3}[$.

9) L'integrale $\int_0^3 \frac{|2x-5|}{(x^2-5x+9)^2} dx$ è uguale a

- a) $\frac{1}{9} - \frac{5}{81}$;
 b) $-\frac{2}{9}$;
 c) $\frac{4}{9} + \frac{8}{11}$;
 d) $-\frac{4}{9} + \frac{8}{11}$.

10) Sia $\{a_n\}$ una successione crescente. La condizione "Esiste una sottosuccessione $\{a_{k_n}\}$ convergente"

- a) è necessaria e sufficiente;
 b) è necessaria ma non sufficiente;
 c) è sufficiente ma non necessaria;
 d) non è né necessaria né sufficiente

affinché la successione $\{a_n\}$ sia convergente.

11) Data la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita ponendo $f(x) = \begin{cases} \cos x - 2 & \text{se } x \leq 0 \\ \sin x - 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}$, quali delle seguenti affermazioni è vera?

- a) l'integrale definito $\int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$ è un numero positivo;
 b) l'integrale indefinito $\int f(x) dx$ è uguale a $G(x) + c$, essendo $G(x) = \begin{cases} \sin x - 2x + 1 & \text{se } x \leq 0 \\ -\cos x - x - 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}$;
 c) l'integrale definito $\int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$ è uguale a $2 - 3\pi$;
 d) l'integrale indefinito $\int f(x) dx$ è uguale a $H(x) + c$, essendo $H(x) = \begin{cases} \sin x - 2x & \text{se } x \leq 0 \\ -\cos x - x & \text{se } x > 0 \end{cases}$.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Anno Accademico 2014/2015
Corso di Laurea in Ingegneria Industriale
Corsi di Analisi Matematica I (Prof. A. Villani, R. Cirmi e F. Faraci)
PROVA D'ESAME DEL GIORNO 17 APRILE 2015
PRIMA PROVA SCRITTA (COMPITO C)

COGNOME e NOME:	
FIRMA:	
MATRICOLA:	

Non sono consentiti formulari, appunti, libri e calcolatori; non è consentito comunicare con i colleghi; ogni mezzo di comunicazione elettronico deve essere tenuto spento. Verrà escluso dalla prova lo studente che, ad una verifica, fosse sprovvisto di un documento di riconoscimento. Durante la prova non è possibile uscire dall'aula prima di avere consegnato definitivamente il compito.

Rispondere ai seguenti quesiti. Il punteggio viene attribuito nel modo seguente: **punti 20** se vi sono almeno cinque risposte corrette; **punti 2** per ciascuna risposta esatta in aggiunta alle prime cinque; **punti -1** per ciascuna risposta errata; **punti 0** per ogni risposta non data. Tempo disponibile: **90 minuti**.

1) Il dominio della funzione reale di variabile reale $\sqrt{\frac{|3+4x|-x^2}{3^{x+2}+1}}$ è l'insieme

- a) $] -3, -1[\cup [2 - \sqrt{7}, 2 + \sqrt{7}]$;
- b) $[-3, 2 + \sqrt{7}]$;
- c) $[-3, -1] \cup [2 - \sqrt{7}, 2 + \sqrt{7}]$;
- d) $[0, 2 + \sqrt{7}]$.

2) Il derivato $D E$ dell'insieme $E = \left\{ (-1)^n \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{2n} : n \in \mathbb{N}^+ \right\} \cap] -10, +\infty[$ è l'insieme

- a) $\{-e^2, e^2\}$;
- b) $\{-10, -e^2, e^2\}$;
- c) $\{-10, e^2\}$;
- d) $[-10, +\infty[$.

3) La derivata della funzione $\arcsen\left(\sqrt{x} - \frac{1}{x}\right)$ è uguale a:

- a) $\frac{x\sqrt{x+2}}{2x\sqrt{x^2-x^3+2x\sqrt{x-1}}}$;
- b) $\frac{2x}{\sqrt{x^2-x^3+2x\sqrt{x-1}}} \cdot \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2}\right)$;
- c) $\frac{|x|}{\sqrt{x^2-x^3+2x\sqrt{x-1}}} \cdot \frac{x\sqrt{x+2}}{2x^2}$;
- d) $\sqrt{\frac{x^2}{x^2-x^4+2x\sqrt{x-1}}} \cdot \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2}\right)$.

4) La restrizione della funzione $2x^3 + 3\sqrt{3}x^2 - 36x + 1$ all'insieme $[-3\sqrt{3}, 0] \cap \mathbb{Q}$

- a) ha minimo e massimo (assoluti) ;
- b) ha minimo ma non ha massimo ;
- c) ha massimo ma non ha minimo ;
- d) non ha né massimo né minimo .

5) Il limite $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2^{\text{tg } 3^{x-x^2}} - 1}{5^{5^x} - 1}$

- a) è uguale a $+\infty$;
- b) è uguale a 0 ;
- c) è uguale a $\frac{\log 2}{\log 5}$;
- d) è uguale a $3 \frac{\log 2}{\log 5}$.

6) Quali delle seguenti serie sono convergenti:

$$(1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+5}{n\sqrt{n+3}}, \quad (2) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\pi-1}{3}\right)^{n+3}, \quad (3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1-2^n}{n^{10}}, \quad (4) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{n}} ?$$

- a) (1) e (3);
 b) (1), (2) e (4);
 c) (2) e (4);
 d) (3) e (4).
-

7) La successione $\left\{\sqrt{n^2 - 2n + 3} - n\right\}_{n \in \mathbb{N}}$

- a) è divergente a $+\infty$;
 b) è decrescente e convergente a -2 ;
 c) è limitata inferiormente;
 d) non è regolare.
-

8) Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita come segue:

$$f(x) = \begin{cases} e^{\frac{1}{x}} & \text{se } x < 0 \\ \frac{x}{1+x^2} & \text{se } x \geq 0 \end{cases}.$$

Quali delle seguenti affermazioni è falsa?

- a) esiste $a > 0$ tale che la restrizione $f|_{[a, +\infty[}$ è iniettiva;
 b) il grafico di f non ha asintoti obliqui;
 c) f non ha punti di massimo locale;
 d) f è integrabile secondo Riemann in $[-\frac{1}{2}, \sqrt{3}]$.
-

9) L'integrale $\int_0^3 \frac{|2x-3|}{(x^2-3x+5)^2} dx$ è uguale a

- a) 0;
 b) $-\frac{2}{5}$;
 c) $-\frac{2}{5} + \frac{8}{11}$;
 d) $\frac{2}{5} + \frac{8}{11}$.
-

10) Sia $\{a_n\}$ una successione crescente. La condizione "Esiste una sottosuccessione $\{a_{k_n}\}$ convergente"

- a) è necessaria e sufficiente;
 b) è necessaria ma non sufficiente;
 c) è sufficiente ma non necessaria;
 d) non è né necessaria né sufficiente

affinché la successione $\{a_n\}$ sia limitata.

11) Data la funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita ponendo $f(x) = \begin{cases} \cos x - 1 & \text{se } x \leq 0 \\ \sin x + x & \text{se } x > 0 \end{cases}$, quali delle seguenti affermazioni è vera?

- a) l'integrale definito $\int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$ è uguale a zero;
 b) l'integrale indefinito $\int f(x) dx$ è uguale a $G(x) + c$, essendo $G(x) = \begin{cases} \sin x - x + 1 & \text{se } x \leq 0 \\ -\cos x + \frac{x^2}{2} + 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}$;
 c) l'integrale definito $\int_{-\pi}^0 f(x) dx$ è un numero positivo;
 d) l'integrale indefinito $\int f(x) dx$ è uguale a $H(x) + c$, essendo $H(x) = \begin{cases} \sin x - x & \text{se } x \leq 0 \\ -\cos x + \frac{x^2}{2} + 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}$.

Tutti i quesiti dei compiti D, E e F del 17 aprile 2015 si trovano in uno dei compiti A, B e C

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Anno Accademico 2014 - 2015
Corso di Laurea in Ingegneria Industriale
Corsi di Analisi Matematica I (A.Villani, R. Cirimi e F.Faraci)
PROVA D'ESAME DEL GIORNO 17 APRILE 2015
SECONDA PROVA SCRITTA - COMPITO A

COGNOME e NOME:	
FIRMA:	
MATRICOLA:	

Non sono consentiti formulari, appunti, libri e calcolatori; non è consentito comunicare con i colleghi; ogni mezzo di comunicazione elettronico deve essere tenuto spento. Verrà **escluso dalla prova lo studente** che, ad una verifica, fosse **sprovvisto di un documento di riconoscimento**. Durante la prova non è possibile uscire dall'aula prima di avere consegnato definitivamente il compito. Si possono consegnare **al massimo due fogli a quadri in bella copia**; in entrambi devono essere apposti nome e cognome a stampatello e la firma del candidato. Alla fine della prova **il presente foglio deve essere riconsegnato** debitamente compilato.

Rispondere ai seguenti quesiti. Il **requisito minimo** per superare la prova, con la conferma del voto della prima prova scritta quale voto finale dell'esame, è di rispondere in maniera corretta ad un quesito di tipo **D** e ad uno di tipo **T**. Le ulteriori risposte corrette, se valutate positivamente, comportano un incremento del voto finale dell'esame fino ad un massimo di quattro punti. Tempo disponibile: **90 minuti**.

Quesiti di tipo D (definizioni)

1) Sia $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ ($A \subseteq \mathbb{R}$, $A \neq \emptyset$). Si dice che la la funzione f ha un *minimo assoluto in A* se ... (completare la definizione).

2) Sia $\{a_n\}$ una successione di numeri reali. Si dice che la successione $\{a_n\}$ *è convergente* se ... (completare la definizione). Si dice che la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$$

è convergente se ... (completare la definizione).

3) Sia $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ ($A \subseteq \mathbb{R}$, $A \neq \emptyset$) Si dice che f è *decescente in A* se ... (completare la definizione).

Quesiti di tipo T (teoremi)

1) Enunciare e dimostrare il Teorema di esistenza degli zeri.

2) Siano $f, g : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ due funzioni derivabili in un punto $x_0 \in (a, b)$. Allora *la funzione prodotto fg* ... (completare l'enunciato del teorema e svolgerne la dimostrazione).

3) Svolgere lo studio completo della serie geometrica.

Quesiti di tipo E (esercizi)

1) Studiare la funzione

$$f(x) = xe^{-\frac{1}{x}}$$

e tracciarne il grafico.

2) Calcolare

$$\int \frac{\log(3x + 2)}{(3x + 1)^2} dx.$$

3) Studiare, al variare del parametro reale x , il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{3^{-nx}}{\sqrt{n^3 + 3}} + \frac{1}{2^{n+1}} \right).$$

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Anno Accademico 2014 - 2015
Corso di Laurea in Ingegneria Industriale
Corsi di Analisi Matematica I (A.Villani, R. Cirimi e F.Faraci)
PROVA D'ESAME DEL GIORNO 17 APRILE 2015
SECONDA PROVA SCRITTA - COMPITO B

COGNOME e NOME:	
FIRMA:	
MATRICOLA:	

Non sono consentiti formulari, appunti, libri e calcolatori; non è consentito comunicare con i colleghi; ogni mezzo di comunicazione elettronico deve essere tenuto spento. Verrà **escluso dalla prova lo studente** che, ad una verifica, fosse **sprovvisto di un documento di riconoscimento**. Durante la prova non è possibile uscire dall'aula prima di avere consegnato definitivamente il compito. Si possono consegnare **al massimo due fogli a quadri in bella copia**; in entrambi devono essere apposti nome e cognome a stampatello e la firma del candidato. Alla fine della prova **il presente foglio deve essere riconsegnato** debitamente compilato.

Rispondere ai seguenti quesiti. Il **requisito minimo** per superare la prova, con la conferma del voto della prima prova scritta quale voto finale dell'esame, è di rispondere in maniera corretta ad un quesito di tipo **D** e ad uno di tipo **T**. Le ulteriori risposte corrette, se valutate positivamente, comportano un incremento del voto finale dell'esame fino ad un massimo di quattro punti. Tempo disponibile: **90 minuti**.

Quesiti di tipo D (definizioni)

1) Sia $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ ($A \subseteq \mathbb{R}$, $A \neq \emptyset$). Si dice che la la funzione f ha un *massimo assoluto in A* se ... (completare la definizione).

2) Sia $\{a_n\}$ una successione di numeri reali. Si dice che la successione $\{a_n\}$ *diverge positivamente* se ... (completare la definizione). Si dice che la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$$

diverge positivamente se ... (completare la definizione).

3) Sia $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ ($A \subseteq \mathbb{R}$, $A \neq \emptyset$) Si dice che f è *crescente in A* se ... (completare la definizione).

Quesiti di tipo T (teoremi)

1) Dimostrare il Teorema di Bolzano-Weirstrass sui punti di accumulazione di un insieme..

2) Siano $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ due successioni convergenti. Allora *la successione prodotto* $\{a_n b_n\}$... (completare l'enunciato del teorema e svolgerne la dimostrazione).

3) Dimostrare che la serie armonica é divergente.

Quesiti di tipo E (esercizi)

1) Studiare la funzione

$$f(x) = x e^{\frac{1}{x}}$$

e tracciarne il grafico.

2) Calcolare

$$\int \frac{\log(2x+1)}{(2x+3)^2} dx.$$

3) Studiare, al variare del parametro reale x , il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{2^{-nx}}{\sqrt[3]{n^4+3}} - \frac{1}{3^{n+1}} \right).$$

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Anno Accademico 2014/2015
Corso di Laurea in Ingegneria Industriale
Corsi di Analisi Matematica I (Proff. A. Villani, R. Cirmi e F. Faraci)
PROVA D'ESAME DEL GIORNO 26 GIUGNO 2015
PRIMA PROVA SCRITTA (COMPITO A)

COGNOME e NOME:	
FIRMA:	
MATRICOLA:	

Non sono consentiti formulari, appunti, libri e calcolatori; non è consentito comunicare con i colleghi; ogni mezzo di comunicazione elettronico deve essere tenuto spento. Verrà escluso dalla prova lo studente che, ad una verifica, fosse sprovvisto di un documento di riconoscimento. Durante la prova non è possibile uscire dall'aula prima di avere consegnato definitivamente il compito.

Rispondere ai seguenti quesiti. Il punteggio viene attribuito nel modo seguente: **punti 20** se vi sono almeno cinque risposte corrette; **punti 2** per ciascuna risposta esatta in aggiunta alle prime cinque; **punti -1** per ciascuna risposta errata; **punti 0** per ogni risposta non data. Tempo disponibile: **90 minuti**.

1) Il dominio della funzione reale di variabile reale $\log \frac{|2x-1|-3}{x^2+2x-3}$ è l'insieme

- a) $]-\infty, -3[\cup]2, +\infty[$;
 b) $]-\infty, -3[\cup [-1, 1[\cup]2, +\infty[$;
 c) $]-\infty, -3[\cup]-1, 1[\cup]2, +\infty[$;
 d) $] -1, 1[$.

2) Dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 4x + 3 > 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} : 2x + 1 > 0\}$ e $C = \{x \in \mathbb{R} : |x + 1| < 4\}$, quali delle seguenti affermazioni è falsa?

- a) $C \setminus B \subseteq A$;
 b) $(B \cup C) \setminus A$ è un intervallo chiuso;
 c) $B \cup C$ non ha il minimo;
 d) $A \cup C = \mathbb{R}$.

3) La derivata seconda della funzione $\arctg \sqrt{2-x^2}$ è uguale a:

- a) $\frac{2x^4-2x^2-6}{(3-x^2)^2\sqrt{2-x^2}}$;
 b) $\frac{2(2x^4+6x^2-3)}{(3-x^2)^2(2-x^2)^{\frac{3}{2}}}$;
 c) $\frac{2x^4-2x^2-6}{(3-x^2)^2(2-x^2)\sqrt{2-x^2}}$;
 d) $\frac{5x^4-9x^2+6}{(3-x^2)^2(2-x^2)^{\frac{3}{2}}}$.

4) La funzione $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x^3-3\sqrt{3}x^2-36x+15}$ è strettamente crescente

- a) nell'intervallo $[-2\sqrt{3}, \sqrt{3}]$;
 b) in ciascuno degli intervalli $] -\infty, -\sqrt{3}]$ e $[2\sqrt{3}, +\infty[$;
 c) nell'intervallo $[-\sqrt{3}, 2\sqrt{3}]$;
 d) nell'intervallo $] -\sqrt{3}, 2\sqrt{3}[$ ma non nell'intervallo $[-\sqrt{3}, 2\sqrt{3}]$.

5) Il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3^{\arcsen 2^{2x-x^2}} - 1}{\sen 2^{1-x^2}}$

- a) è uguale a $\log 3$;
 b) è uguale a $\frac{\log 3}{\log 2}$;
 c) è uguale a 0;
 d) è uguale a $+\infty$.

6) Data la serie (*) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n^3+1} + 3^{2nx} \right)$, $x \in \mathbb{R}$, è vero che:

- a) la (*) converge per ogni $x < 1$;
- b) la (*) converge solo se $x < 0$;
- c) la (*) converge solo se $x < -\frac{1}{9}$;
- d) nessuna delle precedenti risposte è corretta.

7) Date le successioni $\left\{ \frac{n}{n+2} \right\}_{n \in \mathbb{N}^+}$, $\left\{ \frac{n^2}{n^2+2} \right\}_{n \in \mathbb{N}^+}$ e $\left\{ \frac{(-1)^n n^2}{n^2+2} \right\}_{n \in \mathbb{N}^+}$, è vero che:

- a) una sola delle tre successioni è regolare;
- b) tutte e tre le successioni sono regolari;
- c) tutte e tre le successioni hanno lo stesso estremo superiore;
- d) solo due delle tre successioni sono limitate inferiormente.

8) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita come segue:

$$f(x) = \begin{cases} \sin x - 1 & \text{se } x \leq 0 \\ e^x - x - 2 & \text{se } x > 0 \end{cases}.$$

Quali delle seguenti affermazioni è falsa?

- a) vi sono infiniti intervalli, a due a due disgiunti, nei quali f è convessa;
- b) f non ha minimo assoluto;
- c) f non è derivabile nel punto $x_0 = 0$;
- d) il grafico di f non ha asintoti.

9) L'integrale $\int_0^1 \cos \frac{(3x-1)\pi}{2} \sin^3 \frac{|3x-1|\pi}{2} dx$ è uguale a

- a) $\frac{2}{3\pi}$;
- b) $\frac{1}{3\pi}$;
- c) $\frac{1}{6\pi}$;
- d) 0.

10) Trovare la forma algebrica e la forma trigonometrica del numero complesso $\frac{\sqrt{3}(14-2i)}{(1-3i)^2}$

- a) $-\sqrt{3} + \sqrt{3}i$; $\sqrt{3} \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right)$;
- b) $-\sqrt{3} + \sqrt{3}i$; $\sqrt{6} \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right)$;
- c) $-\sqrt{3} - \sqrt{3}i$; $\sqrt{6} \left(\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right)$;
- d) $-\sqrt{3} + \sqrt{3}i$; $\sqrt{6} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) \right)$.

11) Data la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita ponendo $f(x) = \begin{cases} x e^{-x^2} & \text{se } x \leq 0 \\ \sin x - x & \text{se } x > 0 \end{cases}$, quali delle seguenti affermazioni è vera?

- a) l'integrale definito $\int_{-1}^1 f(x) dx$ è uguale a zero;
- b) l'integrale indefinito $\int f(x) dx$ è uguale a $G(x) + c$, essendo $G(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}e^{-x^2} & \text{se } x \leq 0 \\ -\cos x - \frac{x^2}{2} + \frac{1}{2} & \text{se } x > 0 \end{cases}$;
- c) l'integrale definito $\int_{-1}^0 f(x) dx$ è uguale a $-\frac{1}{2} - \frac{1}{2e}$;
- d) l'integrale indefinito $\int f(x) dx$ è uguale a $H(x) + c$, essendo $H(x) = \begin{cases} -e^{-x^2} & \text{se } x \leq 0 \\ -\cos x - \frac{x^2}{2} & \text{se } x > 0 \end{cases}$.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Anno Accademico 2014/2015
Corso di Laurea in Ingegneria Industriale
Corsi di Analisi Matematica I (Proff. A. Villani, R. Cirmi e F. Faraci)
PROVA D'ESAME DEL GIORNO 26 GIUGNO 2015
PRIMA PROVA SCRITTA (COMPITO B)

COGNOME e NOME:	
FIRMA:	
MATRICOLA:	

Non sono consentiti formulari, appunti, libri e calcolatori; non è consentito comunicare con i colleghi; ogni mezzo di comunicazione elettronico deve essere tenuto spento. Verrà escluso dalla prova lo studente che, ad una verifica, fosse sprovvisto di un documento di riconoscimento. Durante la prova non è possibile uscire dall'aula prima di avere consegnato definitivamente il compito.

Rispondere ai seguenti quesiti. Il punteggio viene attribuito nel modo seguente: **punti 20** se vi sono almeno cinque risposte corrette; **punti 2** per ciascuna risposta esatta in aggiunta alle prime cinque; **punti -1** per ciascuna risposta errata; **punti 0** per ogni risposta non data. Tempo disponibile: **90 minuti**.

1) Il dominio della funzione reale di variabile reale $\sqrt{\frac{7-|2x-3|}{x^2+x-6}}$ è l'insieme

- a) $]-3, -2[\cup]2, 5[;$
 b) $]-3, -2] \cup]2, 5];$
 c) $]-\infty, -3[\cup]5, +\infty[;$
 d) $]-3, -2]$.

2) Dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 4x + 3 \geq 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} : 2x + 1 > 0\}$ e $C = \{x \in \mathbb{R} : |x + 1| < 4\}$, quali delle seguenti affermazioni è falsa?

- a) $B \setminus C \subseteq A;$
 b) $(B \cup C) \setminus A$ è un intervallo aperto;
 c) $A \setminus (B \cup C)$ non ha il massimo;
 d) $A \cup C = \mathbb{R}.$

3) La derivata seconda della funzione $\arctg \sqrt{1-x^2}$ è uguale a:

- a) $\frac{2x^4-x^2-2}{(2-x^2)^2(1-x^2)^3};$
 b) $\frac{5x^4-7x^2+2}{(2-x^2)^2(1-x^2)^{\frac{3}{2}}};$
 c) $\frac{2x^4-x^2-2}{(2-x^2)^2(1-x^2)\sqrt{1-x^2}};$
 d) $\frac{-5x^4+7x^2-2}{(x^4-3x^2+2)(1-x^2)}.$

4) La funzione $\arctg(2x^3 - 3\sqrt{3}x^2 - 36x + 18)$ è strettamente decrescente

- a) nell'intervallo $[-\sqrt{3}, 2\sqrt{3}];$
 b) nell'intervallo $]-\sqrt{3}, 2\sqrt{3}[$ ma non nell'intervallo $[-\sqrt{3}, 2\sqrt{3}];$
 c) nell'intervallo $[-2\sqrt{3}, \sqrt{3}];$
 d) in ciascuno degli intervalli $]-\infty, -\sqrt{3}[$ e $[2\sqrt{3}, +\infty[.$

5) Il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^{\arctg 7^{-3x^2}} - 1}{\operatorname{tg} 3^{-x^2+1}}$

- a) è uguale a $\log 2;$
 b) è uguale a $\frac{7}{3} \log 2;$
 c) è uguale a $+\infty;$
 d) è uguale a 0.

6) Data la serie (*) $\sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\frac{3}{\pi} \right)^{n+2} + \frac{n}{n^{3x+1} + 1} \right]$, $x \in \mathbb{R}$, è vero che

- a) la (*) diverge a $+\infty$ per ogni $x \in \mathbb{R}$;
- b) la (*) converge solo se $x > 1$;
- c) la (*) converge solo se $x > \frac{1}{3}$;
- d) nessuna delle precedenti risposte è corretta.

7) Date le successioni $\left\{ \frac{n}{n+2} \right\}_{n \in \mathbb{N}^+}$, $\left\{ \frac{n^2}{(-1)^n n^2 + 2} \right\}_{n \in \mathbb{N}^+}$ e $\left\{ \sqrt{\frac{n}{n+2}} \right\}_{n \in \mathbb{N}^+}$, è vero che:

- a) una sola delle tre successioni è regolare;
- b) una sola delle tre successioni è monotona;
- c) tutte e tre le successioni hanno lo stesso estremo superiore;
- d) una delle tre successioni è una sottosuccessione di una delle altre due.

8) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita come segue:

$$f(x) = \begin{cases} \sin x - 1 & \text{se } x \leq 0 \\ e^x - x - 2 & \text{se } x > 0 \end{cases}.$$

Quali delle seguenti affermazioni è falsa?

- a) f è convessa solo nell'intervallo $[0, +\infty[$;
- b) f ha un unico zero nell'intervallo $[0, +\infty[$;
- c) il grafico di f ha un punto angoloso;
- d) f è uniformemente continua nell'intervallo $] -\pi, \pi[$.

9) L'integrale $\int_0^1 \cos \frac{(4x-1)\pi}{2} \sin^3 \frac{|4x-1|\pi}{2} dx$ è uguale a

- a) 0;
- b) $\frac{1}{2\pi}$;
- c) $\frac{1}{4\pi}$;
- d) $\frac{1}{8\pi}$.

10) Trovare la forma algebrica e la forma trigonometrica del numero complesso $\frac{-2+14i}{\sqrt{3}(1+3i)^2}$

- a) $\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}}i$; $\sqrt{\frac{2}{3}} (\cos(-\frac{\pi}{4}) + i \sin(-\frac{\pi}{4}))$;
- b) $\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}}i$; $\sqrt{\frac{2}{3}} (\cos \frac{\pi}{4} - i \sin \frac{\pi}{4})$;
- c) $\frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{3}}i$; $\sqrt{\frac{2}{3}} (\cos(-\frac{\pi}{4}) + i \sin(-\frac{\pi}{4}))$;
- d) $-\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}}i$; $\sqrt{\frac{2}{3}} (\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4})$.

11) Data la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita ponendo $f(x) = \begin{cases} x \sin x^2 & \text{se } x \leq 0 \\ 1 - e^{2x} & \text{se } x > 0 \end{cases}$, quali delle seguenti affermazioni è vera?

- a) l'integrale definito $\int_{-1}^1 f(x) dx$ è uguale a zero;
- b) l'integrale indefinito $\int f(x) dx$ è uguale a $G(x) + c$, essendo $G(x) = \begin{cases} -\cos x^2 & \text{se } x \leq 0 \\ -\frac{1}{2}e^{2x} - \frac{1}{2} & \text{se } x > 0 \end{cases}$;
- c) l'integrale definito $\int_0^1 f(x) dx$ è uguale a $1 - e^2$;
- d) l'integrale indefinito $\int f(x) dx$ è uguale a $H(x) + c$, essendo $H(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}\cos x^2 & \text{se } x \leq 0 \\ x - \frac{1}{2}e^{2x} & \text{se } x > 0 \end{cases}$.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Anno Accademico 2014/2015
Corso di Laurea in Ingegneria Industriale
Corsi di Analisi Matematica I (Proff. A. Villani, R. Cirmi e F. Faraci)
PROVA D'ESAME DEL GIORNO 26 GIUGNO 2015
PRIMA PROVA SCRITTA (COMPITO C)

COGNOME e NOME:	
FIRMA:	
MATRICOLA:	

Non sono consentiti formulari, appunti, libri e calcolatori; non è consentito comunicare con i colleghi; ogni mezzo di comunicazione elettronico deve essere tenuto spento. Verrà escluso dalla prova lo studente che, ad una verifica, fosse sprovvisto di un documento di riconoscimento. Durante la prova non è possibile uscire dall'aula prima di avere consegnato definitivamente il compito.

Rispondere ai seguenti quesiti. Il punteggio viene attribuito nel modo seguente: **punti 20** se vi sono almeno cinque risposte corrette; **punti 2** per ciascuna risposta esatta in aggiunta alle prime cinque; **punti -1** per ciascuna risposta errata; **punti 0** per ogni risposta non data. Tempo disponibile: **90 minuti**.

1) Il dominio della funzione reale di variabile reale $\frac{\sqrt{x^2 + x - 6}}{\log(|2x - 1| - 3)}$ è l'insieme

- a) $] -\infty, -3[\cup]2, +\infty[;$
- b) $] -\infty, -3[\cup]2, +\infty[;$
- c) $] -\infty, -3[\cup]2, +\infty[\setminus \left\{ \frac{5}{2} \right\};$
- d) $] -\infty, -3[\cup]2, +\infty[\setminus \left\{ \frac{5}{2} \right\}.$

2) Dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 4x + 3 \geq 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} : 2x + 1 > 0\}$ e $C = \{x \in \mathbb{R} : |x + 1| < 4\}$, quali delle seguenti affermazioni è falsa?

- a) $B \setminus A \subseteq C;$
- b) $(A \cup C) \setminus B$ non ha il minimo;
- c) $(A \cup C) \setminus B$ non ha il massimo;
- d) $(B \cup C) \setminus A$ è un insieme limitato.

3) La derivata seconda della funzione $\arctg \sqrt{x^2 - 2}$ è uguale a:

- a) $\frac{-2(2x^4 - 3x^2 + 1)}{(x^2 - 1)^2(x^2 - 2)^{\frac{3}{2}}};$
- b) $\frac{-2(x^4 - x^2 - 1)}{(x^2 - 1)^2(x^2 - 2)};$
- c) $\frac{-2(x^4 - x^2 - 1)}{(x^2 - 1)^2(x^2 - 2)\sqrt{x^2 - 2}};$
- d) $\frac{3x^4 - 6x^2 + 2}{(x^2 - 1)^2(x^2 - 2)^{\frac{3}{2}}}.$

4) La funzione $2^{2x^3 + 3\sqrt{3}x^2 - 36x + 27}$ è strettamente decrescente

- a) nell'intervallo $[-2\sqrt{3}, \sqrt{3}];$
- b) nell'intervallo $[-\sqrt{3}, 2\sqrt{3}];$
- c) in ciascuno degli intervalli $] -\infty, -2\sqrt{3}]$ e $[\sqrt{3}, +\infty[;$
- d) nell'intervallo $] -2\sqrt{3}, \sqrt{3}[$ ma non nell'intervallo $[-2\sqrt{3}, \sqrt{3}].$

5) Il limite $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5^{\operatorname{tg} 3^{x-x^2}} - 1}{2^{3^{1-x^2}} - 1}$

- a) è uguale a 0;
- b) è uguale a $+\infty;$
- c) è uguale a $\frac{\log 5}{\log 2};$
- d) è uguale a $\log \frac{5}{2}.$

6) Data la serie (*) $\sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\frac{2}{\sqrt{5}+1} \right)^n + \frac{n\sqrt{n}}{n^{3x}+1} \right]$, $x \in \mathbb{R}$, è vero che

- a) la (*) converge solo se $x > \frac{1}{2}$;
- b) la (*) converge solo se $x > \frac{3}{2}$;
- c) la (*) diverge a $+\infty$ per ogni $x \leq 3$;
- d) nessuna delle precedenti risposte è corretta.

7) Date le successioni $\{2^{-n}\}_{n \in \mathbb{N}^+}$, $\{(-1)^{n^2} 2^{-n^2}\}_{n \in \mathbb{N}^+}$ e $\left\{ \frac{2^{-n^2}}{n} \right\}_{n \in \mathbb{N}^+}$, è vero che:

- a) tutte e tre le successioni hanno lo stesso estremo inferiore;
- b) solo due delle tre successioni sono regolari;
- c) solo due delle tre successioni sono monotone;
- d) una delle tre successioni è una sottosuccessione di una delle altre due.

8) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita come segue:

$$f(x) = \begin{cases} \sin x - 1 & \text{se } x \leq 0 \\ e^x - x - 2 & \text{se } x > 0 \end{cases}.$$

Quali delle seguenti affermazioni è falsa?

- a) esiste $a < 0$ tale che la restrizione $f|_{[a, +\infty[}$ è iniettiva;
- b) f ha un unico zero nell'intervallo $[0, +\infty[$;
- c) f è derivabile in tutto $\mathbb{R}$;
- d) f è integrabile secondo Riemann in $[-\pi, 2]$.

9) L'integrale $\int_0^1 \cos \frac{(5x-1)\pi}{2} \sin^3 \frac{|5x-1|\pi}{2} dx$ è uguale a

- a) 0;
- b) $\frac{1}{10\pi}$;
- c) $\frac{1}{5\pi}$;
- d) $\frac{2}{5\pi}$.

10) Trovare la forma algebrica e la forma trigonometrica del numero complesso $\frac{2(7+i)}{-\sqrt{5}(3-i)^2}$

- a) $-\frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{5}}i$; $\sqrt{\frac{2}{5}} (\cos(-\frac{3\pi}{4}) + i \sin(-\frac{3\pi}{4}))$;
- b) $-\frac{1}{\sqrt{10}} - \frac{1}{\sqrt{10}}i$; $-\frac{1}{\sqrt{5}} (\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4})$;
- c) $\frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{5}}i$; $\sqrt{\frac{2}{5}} (\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4})$;
- d) $-\frac{2}{\sqrt{5}} - \frac{2}{\sqrt{5}}i$; $\frac{2}{\sqrt{5}} (\cos(-\frac{3\pi}{4}) + i \sin(-\frac{3\pi}{4}))$.

11) Data la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita ponendo $f(x) = \begin{cases} x e^{x^2} & \text{se } x \leq 0 \\ \cos x - 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}$, quali delle seguenti affermazioni è vera?

- a) l'integrale definito $\int_{-1}^1 f(x) dx$ è uguale a zero;
- b) l'integrale indefinito $\int f(x) dx$ è uguale a $G(x) + c$, essendo $G(x) = \begin{cases} e^{x^2} & \text{se } x \leq 0 \\ \sin x - x + 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}$;
- c) l'integrale definito $\int_0^\pi f(x) dx$ è uguale a $-1 - \pi$;
- d) l'integrale indefinito $\int f(x) dx$ è uguale a $H(x) + c$, essendo $H(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} (e^{x^2} + 1) & \text{se } x \leq 0 \\ \sin x - x + 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}$.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Anno Accademico 2014 - 2015
Corso di Laurea in Ingegneria Industriale
Corsi di Analisi Matematica I (A.Villani, R. Cirri, F.Faraci)
PROVA D'ESAME DEL GIORNO 26 GIUGNO 2015
SECONDA PROVA SCRITTA - COMPITO A

COGNOME e NOME:	
FIRMA:	
MATRICOLA:	

Non sono consentiti formulari, appunti, libri e calcolatori; non è consentito comunicare con i colleghi; ogni mezzo di comunicazione elettronico deve essere tenuto spento. Verrà **escluso dalla prova lo studente** che, ad una verifica, fosse **sprovvisto di un documento di riconoscimento**. Durante la prova non è possibile uscire dall'aula prima di avere consegnato definitivamente il compito. Si possono consegnare **al massimo due fogli a quadri in bella copia**; in entrambi devono essere apposti nome e cognome a stampatello e la firma del candidato. Alla fine della prova **il presente foglio deve essere riconsegnato** debitamente compilato.

Rispondere ai seguenti quesiti. Il **requisito minimo** per superare la prova, con la conferma del voto della prima prova scritta quale voto finale dell'esame, è di rispondere in maniera corretta ad un quesito di tipo **D** e ad uno di tipo **T**. Le ulteriori risposte corrette, se valutate positivamente, comportano un incremento del voto finale dell'esame fino ad un massimo di quattro punti. Tempo disponibile: **90 minuti**.

Quesiti di tipo D (definizioni)

- 1) Siano $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ e $x_0 \in (a, b)$. Si dice che f è derivabile in x_0 se ... (completare la definizione) e si chiama derivata di f nel punto x_0 ... (completare la definizione).

- 2) Sia $\{a_n\}$ una successione di numeri reali. Si dice che $\{a_n\}$ è *limitata* se ... (completare la definizione).

- 3) Sia $f : [a, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua . Si dice che f è *integrabile in senso improprio in $[a, +\infty[$* se ... (completare la definizione) e si chiama *integrale improprio di f tra a e $+\infty$* ... (completare la definizione)

Quesiti di tipo T (teoremi)

- 1) Enunciare e dimostrare il criterio del rapporto per le serie numeriche.

- 2) Enunciare e dimostrare il teorema di Weirstrass.

- 3) Enunciare e dimostrare il teorema della media.

Quesiti di tipo E (esercizi)

- 1) Studiare la funzione

$$f(x) = -x - \sqrt{x^2 + x}$$

e tracciarne il grafico.

- 2) Calcolare il seguente integrale

$$\int \frac{1}{x(\log^2 x + 3 \log x + 2)} dx.$$

- 3) Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{n\sqrt{n}}{n^2 - \sqrt[4]{n}}.$$

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Anno Accademico 2014/2015
Corso di Laurea in Ingegneria Industriale
Corsi di Analisi Matematica I (Prof. A. Villani, R. Cirmi e F. Faraci)
PROVA D'ESAME DEL GIORNO 17 LUGLIO 2015
PRIMA PROVA SCRITTA (COMPITO A)

COGNOME e NOME:	
FIRMA:	
MATRICOLA:	

Non sono consentiti formulari, appunti, libri e calcolatori; non è consentito comunicare con i colleghi; ogni mezzo di comunicazione elettronico deve essere tenuto spento. Verrà escluso dalla prova lo studente che, ad una verifica, fosse sprovvisto di un documento di riconoscimento. Durante la prova non è possibile uscire dall'aula prima di avere consegnato definitivamente il compito.

Rispondere ai seguenti quesiti. Il punteggio viene attribuito nel modo seguente: **punti 20** se vi sono almeno cinque risposte corrette; **punti 2** per ciascuna risposta esatta in aggiunta alle prime cinque; **punti -1** per ciascuna risposta errata; **punti 0** per ogni risposta non data. Tempo disponibile: **90 minuti**.

1) Il dominio della funzione reale di variabile reale $\log \frac{|2x-1|+3}{x^2+2x-3}$ è l'insieme

- a) $]-\infty, -3[\cup]1, +\infty[;$
 b) $]-\infty, -3[\cup [-1, 1[\cup]2, +\infty[;$
 c) $]-\infty, -3[\cup]-1, 1[\cup]2, +\infty[;$
 d) $]-3, 1[.$

2) Dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 4x + 3 > 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} : 2x + 1 > 0\}$ e $C = \{x \in \mathbb{R} : |x + 1| < 4\}$, quali delle seguenti affermazioni è falsa?

- a) $C \setminus B \subseteq A;$
 b) $(B \cup C) \setminus A$ è un insieme chiuso;
 c) $B \cup C$ non ha minoranti;
 d) $A \cup B = \mathbb{R}.$

3) La derivata seconda della funzione $\arctg \sqrt{2x-1}$ è uguale a:

- a) $-\frac{1}{2} \frac{3x-1}{x^2(2x-1)^{\frac{3}{2}}};$
 b) $-\frac{1}{2} \frac{3x-1}{x(2x-1)};$
 c) $\frac{1}{2} \frac{3x-1}{x^2(2x-1)^{\frac{3}{2}}};$
 d) $\frac{1}{2x\sqrt{2x-1}}.$

4) La funzione $\frac{1}{2}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + x^2 - x + \frac{1}{2}$ è strettamente crescente

- a) in tutto $\mathbb{R};$
 b) nell'intervallo $]-\infty, -\frac{1}{2}];$
 c) nell'intervallo $[\frac{1}{2}, +\infty[;$
 d) nell'intervallo $]\frac{1}{2}, +\infty[$ ma non nell'intervallo $[\frac{1}{2}, +\infty[.$

5) Disporre in ordine di infinito crescente al tendere di x a $+\infty$ le seguenti funzioni:

$$f_1(x) = 2^{x^2}; \quad f_2(x) = 3^{2x}; \quad f_3(x) = 3^{2^x}; \quad f_4(x) = 2^{3^x}.$$

- a) $f_1, f_4, f_2, f_3;$
 b) $f_1, f_2, f_4, f_3;$
 c) $f_1, f_2, f_3, f_4;$
 d) $f_2, f_1, f_3, f_4.$

6) Data la serie (*) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{(-1)^n n}{n^3 + 1} + 3^{2nx} \right)$, $x \in \mathbb{R}$, è vero che:

- a) la (*) converge per ogni $x < 1$;
- b) la (*) converge solo se $x < 0$;
- c) la (*) converge solo se $x < -\frac{1}{9}$;
- d) nessuna delle precedenti risposte è corretta.

7) Date le successioni $\left\{ \sqrt{\frac{n}{n+2}} \right\}_{n \in \mathbb{N}^+}$, $\left\{ \frac{n^2}{n^2+2} \right\}_{n \in \mathbb{N}^+}$ e $\left\{ \frac{(-1)^n n^2}{n^2+2} \right\}_{n \in \mathbb{N}^+}$, è vero che:

- a) una sola delle tre successioni è regolare;
- b) tutte e tre le successioni sono regolari;
- c) tutte e tre le successioni hanno lo stesso estremo superiore;
- d) solo due delle tre successioni sono limitate inferiormente.

8) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita come segue:

$$f(x) = \begin{cases} \sin x - x - 1 & \text{se } x \leq 0 \\ e^x - x - 2 & \text{se } x > 0 \end{cases}.$$

Quali delle seguenti affermazioni è falsa?

- a) vi sono infiniti intervalli, a due a due disgiunti, nei quali f è convessa;
- b) f non ha minimo assoluto;
- c) f è derivabile nel punto $x_0 = 0$;
- d) il grafico di f non ha asintoti.

9) L'integrale $\int_0^1 \cos \frac{(3x-1)\pi}{2} \sin^2 \frac{|3x-1|\pi}{2} dx$ è uguale a

- a) $\frac{2}{3\pi}$;
- b) $\frac{1}{9\pi}$;
- c) $\frac{2}{9\pi}$;
- d) 0.

10) Trovare il numero complesso coniugato $\bar{z}$ ed il modulo $|z|$ del numero complesso $z = \frac{\sqrt{3}(14-2i)}{(1-3i)^2}$.

- a) $\bar{z} = -\sqrt{3}(1+i)$, $|z| = \sqrt{6}$;
- b) $\bar{z} = -\sqrt{3}(1-i)$, $|z| = \sqrt{6}$;
- c) $\bar{z} = -\sqrt{6}(1+i)$, $|z| = \sqrt{3}$;
- d) $\bar{z} = -\sqrt{3}\frac{1-i}{25}$, $|z| = \frac{\sqrt{6}}{25}$.

11) Data la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita ponendo $f(x) = \begin{cases} x e^{-x^2} & \text{se } x \leq 0 \\ \sin x - x & \text{se } x > 0 \end{cases}$, quali delle seguenti affermazioni è vera?

- a) l'integrale definito $\int_{-1}^1 f(x) dx$ è uguale a zero;
- b) l'integrale indefinito $\int f(x) dx$ è uguale a $G(x) + c$, essendo $G(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}e^{-x^2} & \text{se } x \leq 0 \\ -\cos x - \frac{x^2}{2} - \frac{1}{2} & \text{se } x > 0 \end{cases}$;
- c) l'integrale definito $\int_{-1}^0 f(x) dx$ è uguale a $-\frac{1}{2} + \frac{1}{2e}$;
- d) l'integrale indefinito $\int f(x) dx$ è uguale a $H(x) + c$, essendo $H(x) = \begin{cases} -e^{-x^2} & \text{se } x \leq 0 \\ -\cos x - \frac{x^2}{2} & \text{se } x > 0 \end{cases}$.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Anno Accademico 2014/2015
Corso di Laurea in Ingegneria Industriale
Corsi di Analisi Matematica I (Proff. A. Villani, R. Cirmi e F. Faraci)
PROVA D'ESAME DEL GIORNO 17 LUGLIO 2015
PRIMA PROVA SCRITTA (COMPITO B)

COGNOME e NOME:	
FIRMA:	
MATRICOLA:	

Non sono consentiti formulari, appunti, libri e calcolatori; non è consentito comunicare con i colleghi; ogni mezzo di comunicazione elettronico deve essere tenuto spento. Verrà escluso dalla prova lo studente che, ad una verifica, fosse sprovvisto di un documento di riconoscimento. Durante la prova non è possibile uscire dall'aula prima di avere consegnato definitivamente il compito.

Rispondere ai seguenti quesiti. Il punteggio viene attribuito nel modo seguente: **punti 20** se vi sono almeno cinque risposte corrette; **punti 2** per ciascuna risposta esatta in aggiunta alle prime cinque; **punti -1** per ciascuna risposta errata; **punti 0** per ogni risposta non data. Tempo disponibile: **90 minuti**.

1) Il dominio della funzione reale di variabile reale $\sqrt{\frac{7+|2x-3|}{x^2+x-6}}$ è l'insieme

- a) $] -3, -2[\cup] 2, 5[;$
 b) $] -3, -2[\cup] 2, 5[;$
 c) $] -\infty, -3[\cup] 2, +\infty[;$
 d) $] -3, 2[.$

2) Dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 4x + 3 \geq 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} : 2x + 1 < 0\}$ e $C = \{x \in \mathbb{R} : |x + 1| < 4\}$, quali delle seguenti affermazioni è falsa?

- a) $B \setminus C \subseteq A;$
 b) $(A \cup C) \setminus B$ ha il minimo;
 c) $A \setminus (B \cup C)$ non ha punti isolati;
 d) $A \cup C = A.$

3) La derivata seconda della funzione $\arctg \sqrt{1-2x}$ è uguale a:

- a) $\frac{1}{2} \frac{2-3x}{(1-x)^2(1-2x)^{\frac{3}{2}}};$
 b) $\frac{1}{2} \frac{3x-2}{(1-x)^4(1-2x)^{\frac{5}{2}}};$
 c) $-\frac{1}{2(1-x)\sqrt{1-2x}};$
 d) $\frac{1}{2} \frac{3x-2}{(1-x)^2(1-2x)^{\frac{3}{2}}}.$

4) La funzione $\frac{1}{2}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + x^2 + x + \frac{1}{3}$ è strettamente decrescente

- a) nell'intervallo $] -\infty, -\frac{1}{2}[;$
 b) nell'intervallo $] -\infty, -\frac{1}{2}[$ ma non nell'intervallo $] -\infty, -\frac{1}{2}[;$
 c) nell'intervallo $[-\frac{1}{2}, +\infty[;$
 d) nell'intervallo $] -\frac{1}{2}, +\infty[$ ma non nell'intervallo $[-\frac{1}{2}, +\infty[.$

5) Disporre in ordine di infinito crescente al tendere di x a $+\infty$ le seguenti funzioni:

$$f_1(x) = 5^{x^2}; \quad f_2(x) = 7^{2x}; \quad f_3(x) = x^{50} + 1; \quad f_4(x) = 2^{x^3}.$$

- a) $f_3, f_4, f_1, f_2;$
 b) $f_3, f_1, f_2, f_4;$
 c) $f_2, f_1, f_4, f_3;$
 d) $f_3, f_2, f_1, f_4.$

6) Data la serie (*) $\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{(-1)^{n+1}}{n^2+1} + \frac{n}{n^{3x+1}+1} \right]$, $x \in \mathbb{R}$, è vero che

- a) la (*) diverge a $+\infty$ per ogni $x \in \mathbb{R}$;
- b) la (*) converge solo se $x > 1$;
- c) la (*) converge solo se $x > \frac{1}{3}$;
- d) nessuna delle precedenti risposte è corretta.

7) Date le successioni $\left\{ \frac{n}{n+2} \right\}_{n \in \mathbb{N}^+}$, $\left\{ \frac{n^2}{(-1)^n n^2 + 2} \right\}_{n \in \mathbb{N}^+}$ e $\left\{ \frac{n^2}{n^2 + 2} \right\}_{n \in \mathbb{N}^+}$, è vero che:

- a) una sola delle tre successioni è regolare;
- b) una sola delle tre successioni è monotona;
- c) tutte e tre le successioni hanno lo stesso estremo inferiore;
- d) una delle tre successioni è una sottosuccessione di una delle altre due.

8) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita come segue:

$$f(x) = \begin{cases} \sin x - x - 1 & \text{se } x \leq 0 \\ e^x - x - 2 & \text{se } x > 0 \end{cases}.$$

Quali delle seguenti affermazioni è falsa?

- a) f è convessa solo nell'intervallo $[0, +\infty[$;
- b) f ha esattamente due zeri in $\mathbb{R}$;
- c) il grafico di f non ha punti angolosi;
- d) f è uniformemente continua nell'intervallo $] -\pi, \pi[$.

9) L'integrale $\int_0^1 \cos \frac{(4x-1)\pi}{2} \sin^2 \frac{|4x-1|\pi}{2} dx$ è uguale a

- a) 0;
- b) $\frac{1}{2\pi}$;
- c) $\frac{1}{4\pi}$;
- d) $\frac{1}{8\pi}$.

10) Trovare il numero complesso coniugato $\bar{z}$ ed il modulo $|z|$ del numero complesso $z = \frac{-2+14i}{\sqrt{3}(1+3i)^2}$.

- a) $\bar{z} = \frac{1}{25\sqrt{3}}(1-i)$, $|z| = \frac{1}{25}\sqrt{\frac{2}{3}}$;
- b) $\bar{z} = \frac{1}{\sqrt{3}}(1+i)$, $|z| = \sqrt{\frac{2}{3}}$;
- c) $\bar{z} = \frac{1}{\sqrt{3}}(-1-i)$, $|z| = \sqrt{\frac{2}{3}}$;
- d) $\bar{z} = \frac{\sqrt{3}}{3}(1-i)$, $|z| = \sqrt{3}$.

11) Data la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita ponendo $f(x) = \begin{cases} x \sin x^2 & \text{se } x \leq 0 \\ 1 - e^{2x} & \text{se } x > 0 \end{cases}$, quali delle seguenti affermazioni è vera?

- a) l'integrale definito $\int_{-1}^1 f(x) dx$ è uguale a zero;
- b) l'integrale indefinito $\int f(x) dx$ è uguale a $G(x) + c$, essendo $G(x) = \begin{cases} -\cos x^2 & \text{se } x \leq 0 \\ -\frac{1}{2}e^{2x} - \frac{1}{2} & \text{se } x > 0 \end{cases}$;
- c) l'integrale definito $\int_0^1 f(x) dx$ è uguale a $\frac{1}{2}(3 - e^2)$;
- d) l'integrale indefinito $\int f(x) dx$ è uguale a $H(x) + c$, essendo $H(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}\cos x^2 & \text{se } x \leq 0 \\ x - \frac{1}{2}e^{2x} - \frac{1}{2} & \text{se } x > 0 \end{cases}$.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Anno Accademico 2014/2015
Corso di Laurea in Ingegneria Industriale
Corsi di Analisi Matematica I (Proff. A. Villani, R. Cirmi e F. Faraci)
PROVA D'ESAME DEL GIORNO 17 LUGLIO 2015
PRIMA PROVA SCRITTA (COMPITO C)

COGNOME e NOME:	
FIRMA:	
MATRICOLA:	

Non sono consentiti formulari, appunti, libri e calcolatori; non è consentito comunicare con i colleghi; ogni mezzo di comunicazione elettronico deve essere tenuto spento. Verrà escluso dalla prova lo studente che, ad una verifica, fosse sprovvisto di un documento di riconoscimento. Durante la prova non è possibile uscire dall'aula prima di avere consegnato definitivamente il compito.

Rispondere ai seguenti quesiti. Il punteggio viene attribuito nel modo seguente: **punti 20** se vi sono almeno cinque risposte corrette; **punti 2** per ciascuna risposta esatta in aggiunta alle prime cinque; **punti -1** per ciascuna risposta errata; **punti 0** per ogni risposta non data. Tempo disponibile: **90 minuti**.

1) Il dominio della funzione reale di variabile reale $\frac{\sqrt{x^2 + x - 6}}{\log(|2x - 1| + 3)}$ è l'insieme

- a) $] -\infty, -3[\cup] 2, +\infty[$;
- b) $] -\infty, -3] \cup] 2, +\infty[$;
- c) $] -\infty, -3[\cup] 2, +\infty[\setminus \left\{ \frac{5}{2} \right\}$;
- d) $[-3, 2]$.

2) Dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 4x + 3 \geq 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} : 2x + 1 \geq 0\}$ e $C = \{x \in \mathbb{R} : |x + 1| \geq 4\}$, quali delle seguenti affermazioni è falsa?

- a) $B \setminus A \subseteq C$;
- b) $(A \cup C) \setminus B$ non ha il minimo;
- c) $(A \cup C) \setminus B$ non ha il massimo;
- d) $(B \cup C) \setminus A$ è un insieme limitato.

3) La derivata seconda della funzione $\arctg \sqrt{3x - 1}$ è uguale a:

- a) $\frac{1}{2x\sqrt{3x-1}}$;
- b) $-\frac{1}{4x^2(3x-1)}$;
- c) $-\frac{1}{4} \frac{9x-2}{x^2(3x-1)^{\frac{3}{2}}}$;
- d) $-\frac{1}{2} \frac{9x-2}{x^2(3x-1)^{\frac{3}{2}}}$.

4) La funzione $\frac{1}{2}x^4 - x^3 + x^2 - 3x + 21$ è strettamente decrescente

- a) nell'intervallo $] -\infty, \frac{3}{2}[$ ma non nell'intervallo $] -\infty, \frac{3}{2}]$;
- b) nell'intervallo $] -\infty, \frac{3}{2}]$;
- c) nell'intervallo $[\frac{3}{2}, +\infty[$;
- d) in tutto $\mathbb{R}$.

5) Disporre in ordine di infinito crescente al tendere di x a $+\infty$ le seguenti funzioni:

$$f_1(x) = 4^{3x^2}; \quad f_2(x) = 3^{4x}; \quad f_3(x) = 3^{4^x}; \quad f_4(x) = 4^{3^x}.$$

- a) f_2, f_3, f_1, f_4 ;
- b) f_1, f_2, f_3, f_4 ;
- c) f_1, f_2, f_4, f_3 ;
- d) f_2, f_1, f_4, f_3 .

6) Data la serie (*) $\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{(-1)^n}{n^2 + 2} + \frac{n\sqrt{n}}{n^{3x} + 1} \right]$, $x \in \mathbb{R}$, è vero che

- a) la (*) converge solo se $x > \frac{1}{2}$;
- b) la (*) converge solo se $x > \frac{3}{2}$;
- c) la (*) diverge a $+\infty$ per ogni $x \leq 3$;
- d) nessuna delle precedenti risposte è corretta.

7) Date le successioni $\{2^{-n^2}\}_{n \in \mathbb{N}^+}$, $\{(-1)^{n^2} 2^{-n}\}_{n \in \mathbb{N}^+}$ e $\left\{\frac{2^{-n^2}}{\sqrt{n}}\right\}_{n \in \mathbb{N}^+}$, è vero che:

- a) tutte e tre le successioni hanno lo stesso estremo inferiore;
- b) solo due delle tre successioni sono regolari;
- c) solo due delle tre successioni sono monotone;
- d) una delle tre successioni è una sottosuccessione di una delle altre due.

8) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita come segue:

$$f(x) = \begin{cases} \sin x - x - 1 & \text{se } x \leq 0 \\ e^x - x - 2 & \text{se } x > 0 \end{cases}.$$

Quali delle seguenti affermazioni è falsa?

- a) esiste $a < 0$ tale che la restrizione $f|_{[a, +\infty[}$ è iniettiva;
- b) f ha un unico zero nell'intervallo $] -\infty, 0]$;
- c) f è derivabile in tutto $\mathbb{R}$;
- d) f è integrabile secondo Riemann in $[-\pi, 2]$.

9) L'integrale $\int_0^1 \cos \frac{(5x-1)\pi}{2} \sin^2 \frac{|5x-1|\pi}{2} dx$ è uguale a

- a) 0;
- b) $\frac{1}{15\pi}$;
- c) $\frac{2}{15\pi}$;
- d) $\frac{2}{5\pi}$.

10) Trovare il numero complesso coniugato $\bar{z}$ ed il modulo $|z|$ del numero complesso $z = \frac{2(7+i)}{-\sqrt{5}(3-i)^2}$.

- a) $\bar{z} = -\frac{1}{\sqrt{5}}(1-i)$, $|z| = \sqrt{\frac{2}{5}}$;
- b) $\bar{z} = \frac{1}{\sqrt{5}}(1-i)$, $|z| = \sqrt{\frac{2}{5}}$;
- c) $\bar{z} = -\frac{1}{\sqrt{5}}(1+i)$, $|z| = \sqrt{\frac{1}{5}}$;
- d) $\bar{z} = -\frac{1}{5\sqrt{5}}(1-i)$, $|z| = \frac{1}{5}\sqrt{\frac{1}{5}}$.

11) Data la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita ponendo $f(x) = \begin{cases} x e^{x^2} & \text{se } x \leq 0 \\ \cos x - 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}$, quali delle seguenti affermazioni è vera?

- a) l'integrale definito $\int_{-1}^1 f(x) dx$ è uguale a zero;
- b) l'integrale indefinito $\int f(x) dx$ è uguale a $G(x) + c$, essendo $G(x) = \begin{cases} e^{x^2} & \text{se } x \leq 0 \\ \sin x - x + 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}$;
- c) l'integrale definito $\int_0^\pi f(x) dx$ è uguale a $-\pi$;
- d) l'integrale indefinito $\int f(x) dx$ è uguale a $H(x) + c$, essendo $H(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(e^{x^2} + 1) & \text{se } x \leq 0 \\ \sin x - x + \frac{1}{2} & \text{se } x > 0 \end{cases}$.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Anno Accademico 2014 - 2015
Corso di Laurea in Ingegneria Industriale
Corsi di Analisi Matematica I (A.Villani, R. Cirmi, F.Faraci)
PROVA D'ESAME DEL GIORNO 17 LUGLIO 2015
SECONDA PROVA SCRITTA - COMPITO A

COGNOME e NOME:	
FIRMA:	
MATRICOLA:	

Non sono consentiti formulari, appunti, libri e calcolatori; non è consentito comunicare con i colleghi; ogni mezzo di comunicazione elettronico deve essere tenuto spento. Verrà **escluso dalla prova lo studente** che, ad una verifica, fosse **sprovvisto di un documento di riconoscimento**. Durante la prova non è possibile uscire dall'aula prima di avere consegnato definitivamente il compito. Si possono consegnare **al massimo due fogli a quadri in bella copia**; in entrambi devono essere apposti nome e cognome a stampatello e la firma del candidato. Alla fine della prova **il presente foglio deve essere riconsegnato** debitamente compilato.

Rispondere ai seguenti quesiti. Il **requisito minimo** per superare la prova, con la conferma del voto della prima prova scritta quale voto finale dell'esame, è di rispondere in maniera corretta ad un quesito di tipo **D** e ad uno di tipo **T**. Le ulteriori risposte corrette, se valutate positivamente, comportano un incremento del voto finale dell'esame fino ad un massimo di quattro punti. Tempo disponibile: **90 minuti**.

Quesiti di tipo D (definizioni)

- 1) Siano $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ e $x_0 \in (a, b)$. Si dice che f è derivabile in x_0 se ... (completare la definizione) e si chiama derivata di f nel punto x_0 ... (completare la definizione).

- 2) Sia $\{a_n\}$ una successione di numeri reali. Si dice che $\{a_n\}$ è *limitata inferiormente* se ... (completare la definizione).

- 3) Sia $f :]-\infty, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua . Si dice che f è *integrabile in senso improprio in $]-\infty, 3]$* se ... (completare la definizione) e si chiama *integrale improprio di f tra $-\infty$ e 3* ... (completare la definizione)

Quesiti di tipo T (teoremi)

- 1) Enunciare e dimostrare il teorema del confronto per le funzioni e/o successioni.

- 2) Dimostrare che l'immagine di una funzione continua non costante in un intervallo è un intervallo.

- 3) Enunciare e dimostrare il teorema di derivazione delle funzioni composte.

Quesiti di tipo E (esercizi)

- 1) Studiare la funzione

$$f(x) = 2x - \sqrt{4x^2 - 2x}$$

e tracciarne il grafico.

- 2) Calcolare il seguente integrale

$$\int \frac{\sin x}{\cos^2 x + 3 \cos x + 2} dx.$$

- 3) Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 \sqrt{n}}{n^3 + n^4 \sqrt{n}}.$$

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Anno Accademico 2014/2015
Corso di Laurea in Ingegneria Industriale
Corsi di Analisi Matematica I (Proff. A. Villani, R. Cirmi e F. Faraci)
PROVA D'ESAME DEL GIORNO 16 SETTEMBRE 2015
PRIMA PROVA SCRITTA (COMPITO A)

COGNOME e NOME:	
FIRMA:	
MATRICOLA:	

Non sono consentiti formulari, appunti, libri e calcolatori; non è consentito comunicare con i colleghi; ogni mezzo di comunicazione elettronico deve essere tenuto spento. Verrà escluso dalla prova lo studente che, ad una verifica, fosse sprovvisto di un documento di riconoscimento. Durante la prova non è possibile uscire dall'aula prima di avere consegnato definitivamente il compito.

Rispondere ai seguenti quesiti. Il punteggio viene attribuito nel modo seguente: **punti 20** se vi sono almeno cinque risposte corrette; **punti 2** per ciascuna risposta esatta in aggiunta alle prime cinque; **punti -1** per ciascuna risposta errata; **punti 0** per ogni risposta non data. Tempo disponibile: **90 minuti**.

1) Il dominio della funzione reale di variabile reale $\log(|2x - 1| - 3) - \sqrt{x^2 + 2x - 3}$ è l'insieme

- a) $]-\infty, -3] \cup]2, +\infty[;$
 b) $]-\infty, -3] \cup]-1, 1[\cup]2, +\infty[;$
 c) $]-\infty, -3] \cup [1, +\infty[;$
 d) $]-\infty, -1[\cup [1, +\infty[.$

2) Dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 4x + 3 \geq 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} : 2x + 1 > 0\}$ e $C = \{x \in \mathbb{R} : |x + 1| < 3\}$, quale delle seguenti affermazioni è falsa?

- a) $C \setminus B \subseteq A;$
 b) $B \setminus A$ è un insieme aperto;
 c) l'insieme $(C \setminus B) \setminus A$ è vuoto;
 d) l'insieme $C \setminus (B \setminus A)$ è vuoto.

3) La derivata seconda della funzione $\arctg \sqrt{2x - 3}$ è uguale a:

- a) $-\frac{1}{2} \frac{3x-4}{(x-1)^2(2x-3)};$
 b) $-\frac{1}{2} \frac{3x-1}{(x-1)(2x-3)^{\frac{3}{2}}};$
 c) $-\frac{1}{2} \frac{3x-4}{(x-1)^2(2x-3)^{\frac{3}{2}}};$
 d) $\frac{1}{2(x-1)\sqrt{2x-3}}.$

4) La funzione $\frac{1}{2}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - x + \frac{1}{2}$ è strettamente convessa

- a) in tutto $\mathbb{R};$
 b) nell'intervallo $]-\frac{2}{3}, 1[;$
 c) nell'intervallo $]-\infty, -\frac{2}{3}[$ ma non nell'intervallo $[1, +\infty[;$
 d) in ciascuno dei due intervalli $]-\infty, -\frac{2}{3}]$ e $[1, +\infty[.$

5) Disporre in ordine di infinito crescente al tendere di x a $+\infty$ le seguenti funzioni:

$$f_1(x) = \log(1 + x^4); \quad f_2(x) = \log^4(1 + x); \quad f_3(x) = \sqrt{x^2 + 10^x}; \quad f_4(x) = 4^x.$$

- a) $f_2, f_1, f_4, f_3;$
 b) $f_1, f_2, f_3, f_4;$
 c) $f_1, f_2, f_4, f_3;$
 d) $f_2, f_1, f_3, f_4.$

6) Data la serie (*) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2}{n^3+1} + 3^{2nx} \right)$, $x \in \mathbb{R}$, è vero che:

- a) la (*) converge per ogni $x < 1$;
- b) la (*) converge solo se $x < 0$;
- c) la (*) converge solo se $x < -\frac{1}{9}$;
- d) nessuna delle precedenti risposte è corretta.

7) Date le successioni $\left\{ \sqrt{\frac{n}{n+2}} \right\}_{n \in \mathbb{N}^+}$, $\left\{ \frac{n^2}{n^2+2} \right\}_{n \in \mathbb{N}^+}$ e $\left\{ \frac{(-1)^n n}{n^2+2} \right\}_{n \in \mathbb{N}^+}$, è vero che:

- a) una sola delle tre successioni è regolare;
- b) tutte e tre le successioni sono regolari;
- c) tutte e tre le successioni hanno lo stesso estremo superiore;
- d) solo due delle tre successioni sono limitate inferiormente.

8) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita come segue:

$$f(x) = \begin{cases} \cos x - x - 1 & \text{se } x \leq 0 \\ e^x - x - 2 & \text{se } x > 0 \end{cases}.$$

Quale delle seguenti affermazioni è falsa?

- a) vi sono infiniti intervalli, a due a due disgiunti, nei quali f è convessa;
- b) f ha minimo assoluto;
- c) f non è continua in $\mathbb{R}$;
- d) il grafico di f non ha asintoti.

9) L'integrale $\int_0^1 \cos \frac{(3x-1)\pi}{4} \sin^2 \frac{(3x-1)\pi}{4} dx$ è uguale a

- a) $\frac{4}{9\pi}$;
- b) $\frac{4}{9\pi} \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}} \right)$;
- c) $\frac{4}{3\pi} \left(1 - \frac{1}{2\sqrt{2}} \right)$;
- d) 0.

10) Trovare il numero complesso coniugato $\bar{z}$ ed il modulo $|z|$ del numero complesso $z = \frac{\sqrt{3}(14+2i)}{(1+3i)^2}$.

- a) $\bar{z} = -\sqrt{3}(1+i)$, $|z| = \sqrt{6}$;
- b) $\bar{z} = -\sqrt{3}(1-i)$, $|z| = \sqrt{6}$;
- c) $\bar{z} = -\sqrt{6}(1-i)$, $|z| = \sqrt{3}$;
- d) $\bar{z} = -\sqrt{3} \frac{1+i}{25}$, $|z| = \frac{\sqrt{6}}{25}$.

11) Data la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita ponendo $f(x) = \begin{cases} x e^{-x} & \text{se } x \leq 0 \\ \sin x - x & \text{se } x > 0 \end{cases}$, quale delle seguenti affermazioni è vera?

- a) l'integrale definito $\int_{-1}^1 f(x) dx$ è uguale a zero;
- b) l'integrale indefinito $\int f(x) dx$ è uguale a $G(x) + c$, essendo $G(x) = \begin{cases} -e^{-x} & \text{se } x \leq 0 \\ -\cos x - \frac{x^2}{2} & \text{se } x > 0 \end{cases}$;
- c) l'integrale definito $\int_{-1}^0 f(x) dx$ è uguale a -1 ;
- d) l'integrale indefinito $\int f(x) dx$ è uguale a $H(x) + c$, essendo $H(x) = \begin{cases} -(1+x)e^{-x} & \text{se } x \leq 0 \\ -\cos x - \frac{x^2}{2} + 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}$.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Anno Accademico 2014/2015
Corso di Laurea in Ingegneria Industriale
Corsi di Analisi Matematica I (Proff. A. Villani, R. Cirmi e F. Faraci)
PROVA D'ESAME DEL GIORNO 16 SETTEMBRE 2015
PRIMA PROVA SCRITTA (COMPITO B)

COGNOME e NOME:	
FIRMA:	
MATRICOLA:	

Non sono consentiti formulari, appunti, libri e calcolatori; non è consentito comunicare con i colleghi; ogni mezzo di comunicazione elettronico deve essere tenuto spento. Verrà escluso dalla prova lo studente che, ad una verifica, fosse sprovvisto di un documento di riconoscimento. Durante la prova non è possibile uscire dall'aula prima di avere consegnato definitivamente il compito.

Rispondere ai seguenti quesiti. Il punteggio viene attribuito nel modo seguente: **punti 20** se vi sono almeno cinque risposte corrette; **punti 2** per ciascuna risposta esatta in aggiunta alle prime cinque; **punti -1** per ciascuna risposta errata; **punti 0** per ogni risposta non data. Tempo disponibile: **90 minuti**.

1) Il dominio della funzione reale di variabile reale $\log^2(|2x - 1| - 3) + \sqrt{x^2 + 2x - 3}$ è l'insieme

- a) $]-\infty, -3] \cup]-1, 1[\cup]2, +\infty[$;
- b) $]-\infty, -3] \cup]2, +\infty[$;
- c) $]-\infty, -1[\cup [1, +\infty[$;
- d) $]-\infty, -3] \cup [1, +\infty[$.

2) Dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R} : |x + 1| < 3\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} : 2x + 1 > 0\}$ e $C = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 4x + 3 \geq 0\}$, quale delle seguenti affermazioni è falsa?

- a) l'insieme $(A \setminus B) \setminus C$ è vuoto ;
- b) $B \setminus C$ è un insieme aperto ;
- c) $A \setminus B \subseteq C$;
- d) l'insieme $A \setminus (B \setminus C)$ è vuoto .

3) La derivata seconda della funzione $\arctg \sqrt{2x - 3}$ è uguale a:

- a) $\frac{1}{2(x-1)\sqrt{2x-3}}$;
- b) $-\frac{1}{2} \frac{3x-4}{(x-1)^2(2x-3)}$;
- c) $-\frac{1}{2} \frac{3x-1}{(x-1)(2x-3)^{\frac{3}{2}}}$;
- d) $-\frac{1}{2} \frac{3x-4}{(x-1)^2(2x-3)^{\frac{3}{2}}}$.

4) La funzione $\frac{1}{2}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 5x + 21$ è strettamente convessa

- a) in ciascuno dei due intervalli $]-\infty, -\frac{2}{3}]$ e $[1, +\infty[$;
- b) nell'intervallo $]-\infty, -\frac{2}{3}[$ ma non nell'intervallo $[1, +\infty[$;
- c) nell'intervallo $]-\frac{2}{3}, 1[$;
- d) in tutto $\mathbb{R}$.

5) Disporre in ordine di infinito crescente al tendere di x a $+\infty$ le seguenti funzioni:

$$f_1(x) = \log(1 + x^6) ; \quad f_2(x) = \log^6(1 + x) ; \quad f_3(x) = \sqrt{x^2 + 10^x} ; \quad f_4(x) = 4^x .$$

- a) f_2, f_1, f_4, f_3 ;
- b) f_1, f_2, f_3, f_4 ;
- c) f_2, f_1, f_3, f_4 ;
- d) f_1, f_2, f_4, f_3 .

6) Data la serie (*) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2}{n^3+1} + 5^{2nx} \right)$, $x \in \mathbb{R}$, è vero che:

- a) la (*) converge solo se $x < -\frac{1}{9}$;
- b) la (*) converge solo se $x < 0$;
- c) la (*) converge per ogni $x < 1$;
- d) nessuna delle precedenti risposte è corretta.

7) Date le successioni $\left\{ \sqrt[3]{\frac{n}{n+2}} \right\}_{n \in \mathbb{N}^+}$, $\left\{ \frac{n^2}{n^2+2} \right\}_{n \in \mathbb{N}^+}$ e $\left\{ \frac{(-1)^n n}{n^2+2} \right\}_{n \in \mathbb{N}^+}$, è vero che:

- a) tutte e tre le successioni sono regolari;
- b) una sola delle tre successioni è regolare;
- c) solo due delle tre successioni sono limitate inferiormente;
- d) tutte e tre le successioni hanno lo stesso estremo superiore.

8) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita come segue:

$$f(x) = \begin{cases} \cos x - x + 2 & \text{se } x \leq 0 \\ e^x - x + 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}.$$

Quale delle seguenti affermazioni è falsa?

- a) f non è continua in $\mathbb{R}$;
- b) il grafico di f non ha asintoti;
- c) vi sono infiniti intervalli, a due a due disgiunti, nei quali f è convessa;
- d) f ha minimo assoluto.

9) L'integrale $\int_0^1 \cos \frac{(3x-1)\pi}{4} \sin^2 \frac{(3x-1)\pi}{4} dx$ è uguale a

- a) $\frac{4}{9\pi}$;
- b) $\frac{\sqrt{2}}{3\pi} (2\sqrt{2} - 1)$;
- c) $\frac{\sqrt{2}}{9\pi} (2\sqrt{2} + 1)$;
- d) 0.

10) Trovare il numero complesso coniugato $\bar{z}$ ed il modulo $|z|$ del numero complesso $z = \frac{\sqrt{3}(14+2i)}{(1+3i)^2}$.

- a) $\bar{z} = -\sqrt{3}\frac{1+i}{25}$, $|z| = \frac{\sqrt{6}}{25}$;
- b) $\bar{z} = -\sqrt{6}(1-i)$, $|z| = \sqrt{3}$;
- c) $\bar{z} = -\sqrt{3}(1-i)$, $|z| = \sqrt{6}$;
- d) $\bar{z} = -\sqrt{3}(1+i)$, $|z| = \sqrt{6}$.

11) Data la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita ponendo $f(x) = \begin{cases} x e^{-x} & \text{se } x \leq 0 \\ \sin x - x & \text{se } x > 0 \end{cases}$, quale delle seguenti affermazioni è vera?

- a) l'integrale definito $\int_{-1}^1 f(x) dx$ è uguale a zero;
- b) l'integrale definito $\int_{-1}^0 f(x) dx$ è uguale a -1 ;
- c) l'integrale indefinito $\int f(x) dx$ è uguale a $G(x) + c$, essendo $G(x) = \begin{cases} -e^{-x} & \text{se } x \leq 0 \\ -\cos x - \frac{x^2}{2} & \text{se } x > 0 \end{cases}$;
- d) l'integrale indefinito $\int f(x) dx$ è uguale a $H(x) + c$, essendo $H(x) = \begin{cases} -(1+x)e^{-x} & \text{se } x \leq 0 \\ -\cos x - \frac{x^2}{2} + 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}$.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Anno Accademico 2014/2015
Corso di Laurea in Ingegneria Industriale
Corsi di Analisi Matematica I (Proff. A. Villani, R. Cirimi e F. Faraci)
PROVA D'ESAME DEL GIORNO 16 SETTEMBRE 2015
PRIMA PROVA SCRITTA (COMPITO C)

COGNOME e NOME:	
FIRMA:	
MATRICOLA:	

Non sono consentiti formulari, appunti, libri e calcolatori; non è consentito comunicare con i colleghi; ogni mezzo di comunicazione elettronico deve essere tenuto spento. Verrà escluso dalla prova lo studente che, ad una verifica, fosse sprovvisto di un documento di riconoscimento. Durante la prova non è possibile uscire dall'aula prima di avere consegnato definitivamente il compito.

Rispondere ai seguenti quesiti. Il punteggio viene attribuito nel modo seguente: **punti 20** se vi sono almeno cinque risposte corrette; **punti 2** per ciascuna risposta esatta in aggiunta alle prime cinque; **punti -1** per ciascuna risposta errata; **punti 0** per ogni risposta non data. Tempo disponibile: **90 minuti**.

1) Il dominio della funzione reale di variabile reale $\sqrt{x^2 + 2x - 3} - \log(|2x - 1| - 3)$ è l'insieme

- a) $]-\infty, -1[\cup [1, +\infty[;$
 b) $]-\infty, -3] \cup [1, +\infty[;$
 c) $]-\infty, -3] \cup]-1, 1[\cup]2, +\infty[;$
 d) $]-\infty, -3] \cup]2, +\infty[.$

2) Dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R} : 2x + 1 > 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 4x + 3 \geq 0\}$ e $C = \{x \in \mathbb{R} : |x + 1| < 3\}$, quale delle seguenti affermazioni è falsa?

- a) l'insieme $(C \setminus A) \setminus B$ è vuoto;
 b) l'insieme $C \setminus (A \setminus B)$ è vuoto;
 c) $C \setminus A \subseteq B$;
 d) $A \setminus B$ è un insieme aperto.

3) La derivata seconda della funzione $\arctg \sqrt{2x - 3}$ è uguale a:

- a) $\frac{1}{2(x-1)\sqrt{2x-3}}$;
 b) $-\frac{1}{2} \frac{3x-1}{(x-1)(2x-3)^{\frac{3}{2}}}$;
 c) $-\frac{1}{2} \frac{3x-4}{(x-1)^2(2x-3)^{\frac{3}{2}}}$;
 d) $-\frac{1}{2} \frac{3x-4}{(x-1)^2(2x-3)}$.

4) La funzione $\frac{1}{2}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 3x + 7$ è strettamente convessa

- a) nell'intervallo $]-\frac{2}{3}, 1[;$
 b) in tutto $\mathbb{R}$;
 c) in ciascuno dei due intervalli $]-\infty, -\frac{2}{3}]$ e $[1, +\infty[;$
 d) nell'intervallo $]-\infty, -\frac{2}{3}[$ ma non nell'intervallo $[1, +\infty[.$

5) Disporre in ordine di infinito crescente al tendere di x a $+\infty$ le seguenti funzioni:

$$f_1(x) = \log(1 + x^5); \quad f_2(x) = \log^5(1 + x); \quad f_3(x) = \sqrt{x^2 + 10^x}; \quad f_4(x) = 4^x.$$

- a) f_2, f_1, f_4, f_3 ;
 b) f_1, f_2, f_4, f_3 ;
 c) f_1, f_2, f_3, f_4 ;
 d) f_2, f_1, f_3, f_4 .

6) Data la serie (*) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n^2+1} + 3^{2nx} \right)$, $x \in \mathbb{R}$, è vero che:

- a) la (*) diverge per ogni $x \in \mathbb{R}$;
- b) la (*) converge solo se $x < 0$;
- c) la (*) converge solo se $x < -\frac{1}{9}$;
- d) la (*) converge per ogni $x < 1$.

7) Date le successioni $\left\{ \sqrt{\frac{n}{n+2}} \right\}_{n \in \mathbb{N}^+}$, $\left\{ \frac{n^3}{n^3+2} \right\}_{n \in \mathbb{N}^+}$ e $\left\{ \frac{(-1)^n n}{n^2+2} \right\}_{n \in \mathbb{N}^+}$, è vero che:

- a) tutte e tre le successioni sono regolari;
- b) una sola delle tre successioni è regolare;
- c) tutte e tre le successioni hanno lo stesso estremo superiore;
- d) solo due delle tre successioni sono limitate inferiormente.

8) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita come segue:

$$f(x) = \begin{cases} \cos x - x + 1 & \text{se } x \leq 0 \\ e^x - x & \text{se } x > 0 \end{cases}.$$

Quale delle seguenti affermazioni è falsa?

- a) il grafico di f non ha asintoti;
- b) vi sono infiniti intervalli, a due a due disgiunti, nei quali f è convessa;
- c) f ha minimo assoluto;
- d) f non è continua in $\mathbb{R}$.

9) L'integrale $\int_0^1 \sin^2 \frac{(3x-1)\pi}{4} \cos \frac{(3x-1)\pi}{4} dx$ è uguale a

- a) 0;
- b) $\frac{4}{3\pi} \left(1 - \frac{1}{2\sqrt{2}} \right)$;
- c) $\frac{4}{9\pi} \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}} \right)$;
- d) $\frac{4}{9\pi}$.

10) Trovare il numero complesso coniugato $\bar{z}$ ed il modulo $|z|$ del numero complesso $z = \frac{\sqrt{3}(14+2i)}{(1+3i)^2}$.

- a) $\bar{z} = -\sqrt{3}(1+i)$, $|z| = \sqrt{6}$;
- b) $\bar{z} = -\sqrt{3}\frac{1+i}{25}$, $|z| = \frac{\sqrt{6}}{25}$;
- c) $\bar{z} = -\sqrt{6}(1-i)$, $|z| = \sqrt{3}$;
- d) $\bar{z} = -\sqrt{3}(1-i)$, $|z| = \sqrt{6}$.

11) Data la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita ponendo $f(x) = \begin{cases} x e^{-x} & \text{se } x \leq 0 \\ \sin x - x & \text{se } x > 0 \end{cases}$, quale delle seguenti affermazioni è vera?

- a) l'integrale indefinito $\int f(x) dx$ è uguale a $H(x) + c$, essendo $H(x) = \begin{cases} -(1+x)e^{-x} & \text{se } x \leq 0 \\ -\cos x - \frac{x^2}{2} + 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}$;
- b) l'integrale indefinito $\int f(x) dx$ è uguale a $G(x) + c$, essendo $G(x) = \begin{cases} -e^{-x} & \text{se } x \leq 0 \\ -\cos x - \frac{x^2}{2} & \text{se } x > 0 \end{cases}$;
- c) l'integrale definito $\int_{-1}^0 f(x) dx$ è uguale a -1 ;
- d) l'integrale definito $\int_{-1}^1 f(x) dx$ è uguale a zero.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Anno Accademico 2014 - 2015
Corso di Laurea in Ingegneria Industriale
Corsi di Analisi Matematica I (A.Villani, R. Cirimi e F.Faraci)
PROVA D'ESAME DEL GIORNO 16 SETTEMBRE 2015
SECONDA PROVA SCRITTA - COMPITO A

COGNOME e NOME:	
FIRMA:	
MATRICOLA:	

Non sono consentiti formulari, appunti, libri e calcolatori; non è consentito comunicare con i colleghi; ogni mezzo di comunicazione elettronico deve essere tenuto spento. Verrà **escluso dalla prova lo studente** che, ad una verifica, fosse **sprovvisto di un documento di riconoscimento**. Durante la prova non è possibile uscire dall'aula prima di avere consegnato definitivamente il compito. Si possono consegnare **al massimo due fogli a quadri in bella copia**; in entrambi devono essere apposti nome e cognome a stampatello e la firma del candidato. Alla fine della prova **il presente foglio deve essere riconsegnato** debitamente compilato.

Rispondere ai seguenti quesiti. Il **requisito minimo** per superare la prova, con la conferma del voto della prima prova scritta quale voto finale dell'esame, è di rispondere in maniera corretta ad un quesito di tipo **D** e ad uno di tipo **T**. Le ulteriori risposte corrette, se valutate positivamente, comportano un incremento del voto finale dell'esame fino ad un massimo di quattro punti. Tempo disponibile: **90 minuti**.

Quesiti di tipo D (definizioni)

- 1) Sia $f :] - \infty, -1[\rightarrow \mathbb{R}$. Si dice che “*il limite di $f(x)$ per x che tende a -1 è uguale a $-\infty$* ” se ... (completare la definizione).

- 2) Sia $\{a_n\}$ una successione di numeri reali. Che cosa vuol dire che “*l'estremo inferiore della successione $\{a_n\}$ è uguale -5* ”? Che cosa vuol dire che “*il minimo della successione $\{a_n\}$ è uguale -5* ”?

- 3) Sia $f : [a, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$. Si dice che “*la retta r di equazione $y = mx + p$ è un asintoto per il grafico di f al tendere di x a $+\infty$* ” se ... (completare la definizione).

Quesiti di tipo T (teoremi)

- 1) Enunciare e dimostrare il criterio del confronto per le serie numeriche a termini non negativi.

- 2) Enunciare e dimostrare il corollario del Teorema di Lagrange sulle funzioni strettamente crescenti in un intervallo.

- 3) Mostrare un esempio di funzione $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ limitata ma non integrabile secondo Riemann.

Quesiti di tipo E (esercizi)

- 1) Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{x}{x-1} e^{-\frac{1}{x-1}}$$

e tracciarne il grafico.

- 2) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{1}{(x+3)^2} \log(x+1) \cdot dx$$

- 3) Studiare, al variare del parametro reale x , il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\sqrt{n} + \frac{1}{n} \right) 2^{nx}$$

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Anno Accademico 2014 - 2015
Corso di Laurea in Ingegneria Industriale
Corsi di Analisi Matematica I (A.Villani, R. Cirimi e F.Faraci)
PROVA D'ESAME DEL GIORNO 16 SETTEMBRE 2015
SECONDA PROVA SCRITTA - COMPITO B

COGNOME e NOME:	
FIRMA:	
MATRICOLA:	

Non sono consentiti formulari, appunti, libri e calcolatori; non è consentito comunicare con i colleghi; ogni mezzo di comunicazione elettronico deve essere tenuto spento. Verrà **escluso dalla prova lo studente** che, ad una verifica, fosse **sprovvisto di un documento di riconoscimento**. Durante la prova non è possibile uscire dall'aula prima di avere consegnato definitivamente il compito. Si possono consegnare **al massimo due fogli a quadri in bella copia**; in entrambi devono essere apposti nome e cognome a stampatello e la firma del candidato. Alla fine della prova **il presente foglio deve essere riconsegnato** debitamente compilato.

Rispondere ai seguenti quesiti. Il **requisito minimo** per superare la prova, con la conferma del voto della prima prova scritta quale voto finale dell'esame, è di rispondere in maniera corretta ad un quesito di tipo **D** e ad uno di tipo **T**. Le ulteriori risposte corrette, se valutate positivamente, comportano un incremento del voto finale dell'esame fino ad un massimo di quattro punti. Tempo disponibile: **90 minuti**.

Quesiti di tipo D (definizioni)

- 1) Sia $f :] - \infty, -1[\rightarrow \mathbb{R}$. Si dice che “il limite di $f(x)$ per x che tende a $-\infty$ è uguale a -1 ” se ... (completare la definizione).

- 2) Sia $\{a_n\}$ una successione di numeri reali. Che cosa vuol dire che “l'estremo superiore della successione $\{a_n\}$ è uguale -5 ”? Che cosa vuol dire che “il massimo della successione $\{a_n\}$ è uguale -5 ”?

- 3) Sia $f :]a, b[\rightarrow \mathbb{R}$ e sia $c \in]a, b[$. Si dice che “ c è un punto di discontinuità di prima specie per f ” se ... (completare la definizione).

Quesiti di tipo T (teoremi)

- 1) Enunciare e dimostrare il criterio del confronto asintotico per le serie numeriche a termini positivi.

- 2) Enunciare e dimostrare il corollario del Teorema di Lagrange sulle funzioni decrescenti in un intervallo.

- 3) Mostrare un esempio di funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ continua nel punto $x_0 = 0$, ma non derivabile in tale punto.

Quesiti di tipo E (esercizi)

- 1) Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{x}{x+1} e^{\frac{1}{x+1}}$$

e tracciarne il grafico.

- 2) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{1}{(x+1)^2} \log(x-1) \cdot dx$$

- 3) Studiare, al variare del parametro reale x , il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(n^2 + \frac{1}{n} \right) 3^{nx}$$

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Anno Accademico 2014/2015
Corso di Laurea in Ingegneria Industriale
Corsi di Analisi Matematica I (Proff. A. Villani, R. Cirmi e F. Faraci)
PROVA D'ESAME DEL GIORNO 6 OTTOBRE 2015
PRIMA PROVA SCRITTA (COMPITO A)

COGNOME e NOME:	
FIRMA:	
MATRICOLA:	

Non sono consentiti formulari, appunti, libri e calcolatori; non è consentito comunicare con i colleghi; ogni mezzo di comunicazione elettronico deve essere tenuto spento. Verrà escluso dalla prova lo studente che, ad una verifica, fosse sprovvisto di un documento di riconoscimento. Durante la prova non è possibile uscire dall'aula prima di avere consegnato definitivamente il compito.

Rispondere ai seguenti quesiti. Il punteggio viene attribuito nel modo seguente: **punti 20** se vi sono almeno cinque risposte corrette; **punti 2** per ciascuna risposta esatta in aggiunta alle prime cinque; **punti -1** per ciascuna risposta errata; **punti 0** per ogni risposta non data. Tempo disponibile: **90 minuti**.

1) Il dominio della funzione reale di variabile reale $\sqrt{7 - |2x - 3|} + \log(x^2 + x - 6)$ è l'insieme

- a) $]-\infty, -3[\cup]-2, 2[\cup]5, +\infty[$;
- b) $]-3, -2[\cup]2, 5]$;
- c) $\mathbb{R} \setminus]2, 5[$;
- d) $]2, 5]$.

2) Dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 4x + 3 \geq 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} : |x + 1| < 3\}$ e $C = \{x \in \mathbb{R} : 2x + 1 < 0\}$, quali delle seguenti affermazioni è falsa?

- a) $C \setminus B$ ha il massimo;
- b) l'insieme $C \setminus (B \setminus A)$ è vuoto;
- c) l'insieme $(C \setminus B) \setminus A$ è vuoto;
- d) $C \cap B \subseteq A$;

3) La derivata seconda della funzione $\arctg \sqrt{3 - 2x}$ è uguale a:

- a) $\frac{5-3x}{2(2-x)^2(3-2x)^{\frac{3}{2}}}$;
- b) $-\frac{1}{2(2-x)\sqrt{3-2x}}$;
- c) $\frac{1}{2} \frac{3x-5}{(2-x)^4(3-2x)^{\frac{5}{2}}}$;
- d) $\frac{3x-5}{2(2-x)^2(3-2x)^{\frac{3}{2}}}$.

4) La funzione $\frac{1}{2}x^4 + 3x^3 + 6x^2 + 7x + \frac{1}{5}$ è strettamente concava

- a) nell'intervallo $]-2, -1]$ ma non nell'intervallo $[-2, -1]$;
- b) nell'intervallo $[-2, -1]$;
- c) in tutto $\mathbb{R}$;
- d) in ciascuno dei due intervalli $]-\infty, -2[$ e $]-1, +\infty[$.

5) Disporre in ordine di infinito crescente al tendere di x a $+\infty$ le seguenti funzioni:

$$f_1(x) = \log(1 + 4^x); \quad f_2(x) = \sqrt[3]{1 + x^2}; \quad f_3(x) = \sqrt[3]{x + 10^x}; \quad f_4(x) = 2^x.$$

- a) f_2, f_1, f_4, f_3 ;
- b) f_1, f_2, f_4, f_3 ;
- c) f_1, f_2, f_3, f_4 ;
- d) f_2, f_1, f_3, f_4 .

6) Data la serie (*) $\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{n+1}{n^2+1} + \frac{n}{n^{3x+1}+1} \right]$, $x \in \mathbb{R}$, è vero che

- a) la (*) diverge a $+\infty$ solo se $x < 0$;
- b) la (*) converge solo se $x > 1$;
- c) la (*) converge solo se $x > \frac{1}{3}$;
- d) nessuna delle precedenti risposte è corretta.

7) Date le successioni $\left\{ \frac{n}{n+2} \right\}_{n \in \mathbb{N}^+}$, $\left\{ \frac{n}{(-1)^n n^2 + 2} \right\}_{n \in \mathbb{N}^+}$ e $\left\{ \frac{n^2}{n^2+4} \right\}_{n \in \mathbb{N}^+}$, è vero che:

- a) solo due delle tre successioni sono regolari;
- b) due delle tre le successioni sono monotone;
- c) tutte e tre le successioni hanno lo stesso estremo inferiore;
- d) una delle tre successioni è una sottosuccessione di una delle altre due.

8) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita come segue:

$$f(x) = \begin{cases} \cos x - x - 1 & \text{se } x \leq 0 \\ e^x - x - 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}.$$

Quali delle seguenti affermazioni è vera?

- a) f è convessa solo nell'intervallo $[0, +\infty[$;
- b) f ha esattamente due zeri in $\mathbb{R}$;
- c) il grafico di f ha punti angolosi;
- d) f non è uniformemente continua nell'intervallo $] -\pi, \pi[$.

9) L'integrale $\int_0^1 \cos \frac{(4x-1)\pi}{3} \sin^2 \frac{(4x-1)\pi}{3} dx$ è uguale a

- a) 0;
- b) $3\sqrt{3} \frac{1}{32\pi}$;
- c) $(8 + 3\sqrt{3}) \frac{1}{32\pi}$;
- d) $-\frac{3}{4\pi} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{8}$.

10) Trovare il numero complesso coniugato $\bar{z}$ ed il modulo $|z|$ del numero complesso $z = \frac{2-14i}{\sqrt{3}(1+3i)^2}$.

- a) $\bar{z} = -\frac{1}{25\sqrt{3}}(1-i)$, $|z| = \frac{1}{25}\sqrt{\frac{2}{3}}$;
- b) $\bar{z} = \frac{1}{\sqrt{3}}(1+i)$, $|z| = \sqrt{\frac{2}{3}}$;
- c) $\bar{z} = \frac{\sqrt{3}}{3}(-1-i)$, $|z| = \sqrt{\frac{2}{3}}$;
- d) $\bar{z} = -\frac{\sqrt{3}}{3}(1-i)$, $|z| = \sqrt{3}$.

11) Data la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita ponendo $f(x) = \begin{cases} -x \sin x & \text{se } x \leq 0 \\ 1 - e^{2x} & \text{se } x > 0 \end{cases}$, quali delle seguenti affermazioni è vera?

- a) l'integrale definito $\int_{-1}^1 f(x) dx$ è uguale a zero;
- b) l'integrale indefinito $\int f(x) dx$ è uguale a $G(x) + c$, essendo $G(x) = \begin{cases} -x \cos x & \text{se } x \leq 0 \\ -\frac{1}{2}e^{2x} + \frac{1}{2} & \text{se } x > 0 \end{cases}$;
- c) l'integrale definito $\int_0^1 f(x) dx$ è uguale a $\frac{3}{2} - \frac{e^2}{2}$;
- d) l'integrale indefinito $\int f(x) dx$ è uguale a $H(x) + c$, essendo $H(x) = \begin{cases} x \cos x - \sin x & \text{se } x \leq 0 \\ x - \frac{1}{2}e^{2x} + 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}$.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Anno Accademico 2014/2015
Corso di Laurea in Ingegneria Industriale
Corsi di Analisi Matematica I (Proff. A. Villani, R. Cirimi e F. Faraci)
PROVA D'ESAME DEL GIORNO 6 OTTOBRE 2015
PRIMA PROVA SCRITTA (COMPITO B)

COGNOME e NOME:	
FIRMA:	
MATRICOLA:	

Non sono consentiti formulari, appunti, libri e calcolatori; non è consentito comunicare con i colleghi; ogni mezzo di comunicazione elettronico deve essere tenuto spento. Verrà escluso dalla prova lo studente che, ad una verifica, fosse sprovvisto di un documento di riconoscimento. Durante la prova non è possibile uscire dall'aula prima di avere consegnato definitivamente il compito.

Rispondere ai seguenti quesiti. Il punteggio viene attribuito nel modo seguente: **punti 20** se vi sono almeno cinque risposte corrette; **punti 2** per ciascuna risposta esatta in aggiunta alle prime cinque; **punti -1** per ciascuna risposta errata; **punti 0** per ogni risposta non data. Tempo disponibile: **90 minuti**.

1) Il dominio della funzione reale di variabile reale $\sqrt{7 - |2x - 3|} - \log(x^2 + x - 6)$ è l'insieme

- a) $]-3, -2[\cup]2, 5];$
 b) $]-\infty, -3[\cup [-2, +\infty[;$
 c) $]2, 5];$
 d) $]-\infty, -3[\cup [-2, 2[\cup [5, +\infty[.$

2) Dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 4x + 3 \geq 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} : 2x + 1 < 0\}$ e $C = \{x \in \mathbb{R} : |x + 1| < 3\}$, quali delle seguenti affermazioni è falsa?

- a) $C \cap B \subseteq A;$
 b) $B \setminus C$ ha il massimo;
 c) l'insieme $B \setminus (C \setminus A)$ è vuoto;
 d) l'insieme $(B \setminus C) \setminus A$ è vuoto.

3) La derivata seconda della funzione $\arctg \sqrt{3 - 2x}$ è uguale a:

- a) $\frac{1}{2} \frac{5-3x}{(2-x)^2(3-2x)^{\frac{3}{2}}};$
 b) $\frac{1}{2} \frac{3x-5}{(2-x)^4(3-2x)^{\frac{5}{2}}};$
 c) $-\frac{1}{2(2-x)\sqrt{3-2x}};$
 d) $\frac{1}{2} \frac{3x-5}{(2-x)^2(3-2x)^{\frac{3}{2}}}.$

4) La funzione $\frac{1}{2}x^4 + 3x^3 + 6x^2 + x + \frac{1}{3}$ è strettamente concava

- a) in ciascuno dei due intervalli $]-\infty, -2[$ e $]-1, +\infty[;$
 b) nell'intervallo $[-2, -1];$
 c) in tutto $\mathbb{R};$
 d) nell'intervallo $]-2, -1[$ ma non nell'intervallo $[-2, -1].$

5) Disporre in ordine di infinito crescente al tendere di x a $+\infty$ le seguenti funzioni:

$$f_1(x) = \log(1 + 3^x); \quad f_2(x) = \sqrt[3]{1 + x^2}; \quad f_3(x) = \sqrt[3]{x + 9^x}; \quad f_4(x) = 2^x.$$

- a) $f_2, f_1, f_4, f_3;$
 b) $f_1, f_2, f_4, f_3;$
 c) $f_1, f_2, f_3, f_4;$
 d) $f_2, f_1, f_3, f_4.$

6) Data la serie (*) $\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{n+1}{n^2+1} + \frac{n}{n^{3x+1}+1} \right]$, $x \in \mathbb{R}$, è vero che

- a) la (*) diverge a $+\infty$ per ogni $x \in \mathbb{R}$;
- b) la (*) converge solo se $x > 1$;
- c) la (*) converge solo se $x > \frac{1}{3}$;
- d) nessuna delle precedenti risposte è corretta.

7) Date le successioni $\left\{ \frac{n}{n+2} \right\}_{n \in \mathbb{N}^+}$, $\left\{ \frac{n}{(-1)^n n^2 + 2} \right\}_{n \in \mathbb{N}^+}$ e $\left\{ \frac{n^2}{n^2+2} \right\}_{n \in \mathbb{N}^+}$, è vero che:

- a) solo due delle tre successioni sono regolari;
- b) tutte e tre le successioni sono monotone;
- c) tutte e tre le successioni hanno lo stesso estremo inferiore;
- d) una delle tre successioni è una sottosuccessione di una delle altre due.

8) Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita come segue:

$$f(x) = \begin{cases} \cos x - x - 1 & \text{se } x \leq 0 \\ e^x - x - 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}.$$

Quali delle seguenti affermazioni è vera?

- a) f è convessa solo nell'intervallo $[0, +\infty[$;
- b) f ha esattamente due zeri in $\mathbb{R}$;
- c) il grafico di f non ha punti angolosi;
- d) f è uniformemente continua nell'intervallo $] -\pi, \pi[$.

9) L'integrale $\int_0^1 \cos \frac{(4x-1)\pi}{3} \sin^2 \frac{(4x-1)\pi}{3} dx$ è uguale a

- a) 0;
- b) $\frac{1}{4\pi} \left[1 + \frac{3\sqrt{3}}{8} \right]$;
- c) $\frac{1}{4\pi} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{8}$;
- d) $-\frac{3}{4\pi} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{8}$.

10) Trovare il numero complesso coniugato $\bar{z}$ ed il modulo $|z|$ del numero complesso $z = \frac{2-14i}{\sqrt{3}(1+3i)^2}$.

- a) $\bar{z} = -\frac{1}{25\sqrt{3}}(1-i)$, $|z| = \frac{1}{25}\sqrt{\frac{2}{3}}$;
- b) $\bar{z} = \frac{1}{\sqrt{3}}(-1-i)$, $|z| = \sqrt{\frac{2}{3}}$;
- c) $\bar{z} = \frac{1}{\sqrt{3}}(1+i)$, $|z| = \sqrt{\frac{2}{3}}$;
- d) $\bar{z} = -\frac{\sqrt{3}}{3}(1-i)$, $|z| = \sqrt{3}$.

11) Data la funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita ponendo $f(x) = \begin{cases} -x \sin x & \text{se } x \leq 0 \\ 1 - e^{2x} & \text{se } x > 0 \end{cases}$, quali delle seguenti affermazioni è vera?

- a) l'integrale definito $\int_{-1}^1 f(x) dx$ è uguale a zero;
- b) l'integrale indefinito $\int f(x) dx$ è uguale a $G(x) + c$, essendo $G(x) = \begin{cases} -x \cos x & \text{se } x \leq 0 \\ -\frac{1}{2}e^{2x} + \frac{1}{2} & \text{se } x > 0 \end{cases}$;
- c) l'integrale definito $\int_0^1 f(x) dx$ è uguale a $1 - \frac{3e^2}{2}$;
- d) l'integrale indefinito $\int f(x) dx$ è uguale a $H(x) + c$, essendo $H(x) = \begin{cases} x \cos x - \sin x & \text{se } x \leq 0 \\ x - \frac{1}{2}e^{2x} + \frac{1}{2} & \text{se } x > 0 \end{cases}$.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Anno Accademico 2014/2015
Corso di Laurea in Ingegneria Industriale
Corsi di Analisi Matematica I (Proff. A. Villani, R. Cirmi e F. Faraci)
PROVA D'ESAME DEL GIORNO 6 OTTOBRE 2015
PRIMA PROVA SCRITTA (COMPITO C)

COGNOME e NOME:	
FIRMA:	
MATRICOLA:	

Non sono consentiti formulari, appunti, libri e calcolatori; non è consentito comunicare con i colleghi; ogni mezzo di comunicazione elettronico deve essere tenuto spento. Verrà escluso dalla prova lo studente che, ad una verifica, fosse sprovvisto di un documento di riconoscimento. Durante la prova non è possibile uscire dall'aula prima di avere consegnato definitivamente il compito.

Rispondere ai seguenti quesiti. Il punteggio viene attribuito nel modo seguente: **punti 20** se vi sono almeno cinque risposte corrette; **punti 2** per ciascuna risposta esatta in aggiunta alle prime cinque; **punti -1** per ciascuna risposta errata; **punti 0** per ogni risposta non data. Tempo disponibile: **90 minuti**.

1) Il dominio della funzione reale di variabile reale $\log(x^2 + x - 6) - \sqrt{7 - |2x - 3|}$ è l'insieme

- a) $]2, 5]$;
- b) $] -\infty, -3[\cup] -2, +\infty[$;
- c) $] -3, -2[\cup]2, 5]$;
- d) $]2, +\infty[$.

2) Dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 4x + 3 \geq 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} : 2x + 1 < 0\}$ e $C = \{x \in \mathbb{R} : |x + 1| < 3\}$, quali delle seguenti affermazioni è falsa?

- a) $C \cap B \subseteq A$;
- b) $B \setminus C$ non ha il massimo;
- c) l'insieme $B \setminus (C \setminus A)$ non è vuoto;
- d) l'insieme $(B \setminus C) \setminus A$ è vuoto.

3) La derivata seconda della funzione $\arctg \sqrt{3 - 2x}$ è uguale a:

- a) $\frac{1}{2} \frac{3x-5}{(2-x)^2(3-2x)\sqrt{3-2x}}$;
- b) $\frac{3x-5}{2(2-x)^4(3-2x)^{\frac{5}{2}}}$;
- c) $-\frac{1}{2(2-x)\sqrt{3-2x}}$;
- d) $\frac{1}{2} \frac{5-3x}{(2-x)^2(3-2x)^{\frac{3}{2}}}$.

4) La funzione $\frac{1}{2}x^4 + 3x^3 + 6x^2 - 7x + 3$ è strettamente concava

- a) in tutto $\mathbb{R}$;
- b) nell'intervallo $[-2, -1]$;
- c) in ciascuno dei due intervalli $] -\infty, -2[$ e $] -1, +\infty[$;
- d) nell'intervallo $[-2, -1[$ ma non nell'intervallo $[-2, -1]$.

5) Disporre in ordine di infinito crescente al tendere di x a $+\infty$ le seguenti funzioni:

$$f_1(x) = \log(1 + 3^x); \quad f_2(x) = \sqrt{1 + x^3}; \quad f_3(x) = \sqrt[3]{x + 9^x}; \quad f_4(x) = 2^x.$$

- a) f_2, f_1, f_4, f_3 ;
- b) f_1, f_2, f_4, f_3 ;
- c) f_1, f_2, f_3, f_4 ;
- d) f_2, f_1, f_3, f_4 .

6) Data la serie (*) $\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{n+1}{n^2+1} + \frac{\sqrt{n}}{n^{3x+1}+1} \right]$, $x \in \mathbb{R}$, è vero che

- a) la (*) diverge a $+\infty$ per ogni $x \in \mathbb{R}$;
- b) la (*) converge solo se $x > 1$;
- c) la (*) converge solo se $x > \frac{1}{3}$;
- d) nessuna delle precedenti risposte è corretta.

7) Date le successioni $\left\{ \frac{n}{n+2} \right\}_{n \in \mathbb{N}^+}$, $\left\{ \frac{n}{(-1)^n n^2 + 2} \right\}_{n \in \mathbb{N}^+}$ e $\left\{ \frac{n^2}{n^2 + 2} \right\}_{n \in \mathbb{N}^+}$, è vero che:

- a) tutte e tre le successioni sono regolari;
- b) tutte e tre le successioni sono monotone;
- c) tutte e tre le successioni hanno lo stesso estremo inferiore;
- d) nessuna delle tre successioni è una sottosuccessione di una delle altre due.

8) Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita come segue:

$$f(x) = \begin{cases} \cos x - x - 1 & \text{se } x \leq 0 \\ e^x - x - 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}.$$

Quali delle seguenti affermazioni è vera?

- a) f è convessa solo nell'intervallo $[0, +\infty[$;
- b) f ha minimo assoluto;
- c) il grafico di f non ha punti angolosi;
- d) f non è uniformemente continua nell'intervallo $] -\pi, \pi[$.

9) L'integrale $\int_0^1 \cos \frac{(1-4x)\pi}{3} \sin^2 \frac{(1-4x)\pi}{3} dx$ è uguale a

- a) 0;
- b) $\frac{1}{4\pi} \left[1 + \frac{3\sqrt{3}}{8} \right]$;
- c) $-\frac{3}{4\pi} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{8}$;
- d) $\frac{1}{4\pi} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{8}$.

10) Trovare il numero complesso coniugato $\bar{z}$ ed il modulo $|z|$ del numero complesso $z = \frac{2-14i}{\sqrt{3}(1+3i)^2}$.

- a) $\bar{z} = -\frac{1}{\sqrt{3}}(1+i)$, $|z| = \sqrt{\frac{2}{3}}$;
- b) $\bar{z} = -\frac{1}{25\sqrt{3}}(1-i)$, $|z| = \frac{1}{25}\sqrt{\frac{2}{3}}$;
- c) $\bar{z} = \frac{1}{\sqrt{3}}(1+i)$, $|z| = \sqrt{\frac{2}{3}}$;
- d) $\bar{z} = -\frac{\sqrt{3}}{3}(1-i)$, $|z| = \sqrt{3}$.

11) Data la funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita ponendo $f(x) = \begin{cases} -x \sin x & \text{se } x \leq 0 \\ 1 - e^{2x} & \text{se } x > 0 \end{cases}$, quali delle seguenti affermazioni è vera?

- a) l'integrale definito $\int_{-1}^1 f(x) dx$ è un numero negativo;
- b) l'integrale indefinito $\int f(x) dx$ è uguale a $G(x) + c$, essendo $G(x) = \begin{cases} -x \cos x & \text{se } x \leq 0 \\ -\frac{1}{2}e^{2x} + \frac{1}{2} & \text{se } x > 0 \end{cases}$;
- c) l'integrale definito $\int_0^1 f(x) dx$ è uguale a $\frac{2-3e^2}{2}$;
- d) l'integrale indefinito $\int f(x) dx$ è uguale a $H(x) + c$, essendo $H(x) = \begin{cases} x \cos x - \sin x & \text{se } x \leq 0 \\ x - \frac{1}{2}e^{2x} + \frac{1}{2} & \text{se } x > 0 \end{cases}$.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Anno Accademico 2014 - 2015
Corso di Laurea in Ingegneria Industriale
Corsi di Analisi Matematica I (A.Villani, R. Cirimi e F.Faraci)
PROVA D'ESAME DEL GIORNO 6 OTTOBRE 2015
SECONDA PROVA SCRITTA - COMPITO A

COGNOME e NOME:	
FIRMA:	
MATRICOLA:	

Non sono consentiti formulari, appunti, libri e calcolatori; non è consentito comunicare con i colleghi; ogni mezzo di comunicazione elettronico deve essere tenuto spento. Verrà **escluso dalla prova lo studente** che, ad una verifica, fosse **sprovvisto di un documento di riconoscimento**. Durante la prova non è possibile uscire dall'aula prima di avere consegnato definitivamente il compito. Si possono consegnare **al massimo due fogli a quadri in bella copia**; in entrambi devono essere apposti nome e cognome a stampatello e la firma del candidato. Alla fine della prova **il presente foglio deve essere riconsegnato** debitamente compilato.

Rispondere ai seguenti quesiti. Il **requisito minimo** per superare la prova, con la conferma del voto della prima prova scritta quale voto finale dell'esame, è di rispondere in maniera corretta ad un quesito di tipo **D** e ad uno di tipo **T**. Le ulteriori risposte corrette, se valutate positivamente, comportano un incremento del voto finale dell'esame fino ad un massimo di quattro punti. Tempo disponibile: **90 minuti**.

Quesiti di tipo D (definizioni)

- 1) Sia $f :] - \infty, -1[\rightarrow \mathbb{R}$. Si dice che “*il limite di $f(x)$ per x che tende a $-\sqrt{2}$ è uguale a $-\infty$* ” se ... (completare la definizione).

- 2) Sia $f :] - \infty, -1[\rightarrow \mathbb{R}$. Che cosa vuol dire che “*l'estremo inferiore della funzione f è uguale -5* ”? Che cosa vuol dire che “*il minimo della funzione f è uguale -5* ”?

- 3) Sia $E \subseteq \mathbb{R}$ e sia $c \in \mathbb{R}$. Si dice che “ *c è un punto di accumulazione per A* ” se ... (completare la definizione).

Quesiti di tipo T (teoremi)

- 1) Enunciare e dimostrare il teorema dell'esistenza degli zeri.

- 2) Enunciare e dimostrare il teorema di Fermat sui punti di estremo locale.

- 3) Provare che la serie armonica è divergente.

Quesiti di tipo E (esercizi)

- 1) Studiare la funzione

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 2x}$$

e tracciarne il grafico.

- 2) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{1}{(x+4)^2} \log(x+2) \cdot$$

- 3) Studiare, al variare del parametro reale x , il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\sqrt{n} + \frac{1}{n} \right) 2^{-nx} \cdot$$

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Anno Accademico 2014/2015
Corso di Laurea in Ingegneria Industriale
Corsi di Analisi Matematica I (Proff. A. Villani, R. Cirmi e F. Faraci)
PROVA D'ESAME DEL GIORNO 27 NOVEMBRE 2015
PRIMA PROVA SCRITTA (COMPITO A)

COGNOME e NOME:	
FIRMA:	
MATRICOLA:	

Non sono consentiti formulari, appunti, libri e calcolatori; non è consentito comunicare con i colleghi; ogni mezzo di comunicazione elettronico deve essere tenuto spento. Verrà escluso dalla prova lo studente che, ad una verifica, fosse sprovvisto di un documento di riconoscimento. Durante la prova non è possibile uscire dall'aula prima di avere consegnato definitivamente il compito.

Rispondere ai seguenti quesiti. Il punteggio viene attribuito nel modo seguente: **punti 20** se vi sono almeno cinque risposte corrette; **punti 2** per ciascuna risposta esatta in aggiunta alle prime cinque; **punti -1** per ciascuna risposta errata; **punti 0** per ogni risposta non data. Tempo disponibile: **90 minuti**.

1) Il dominio della funzione reale di variabile reale $\log(|2x - 1| - 3) + \sqrt{x^2 + x - 6}$ è l'insieme

- a) $[-3, 2]$;
- b) $]-\infty, -3] \cup]2, +\infty[$;
- c) $]-\infty, -3[\cup]-1, +\infty[\setminus \{2\}$;
- d) $]-\infty, -3[\cup]2, +\infty[$.

2) Dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 4x + 3 \geq 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} : 1 + 2x \geq 0\}$ e $C = \{x \in \mathbb{R} : |x + 1| \geq 3\}$, quali delle seguenti affermazioni è falsa?

- a) $B \setminus C$ è un insieme limitato;
- b) $B \setminus C$ non è un insieme aperto;
- c) l'insieme $C \setminus (A \setminus B)$ è vuoto;
- d) l'insieme $(C \setminus A) \setminus B$ è vuoto.

3) La derivata seconda della funzione $\operatorname{arctg} \sqrt{3x - 2}$ è uguale a:

- a) $\frac{3}{2(3x-1)\sqrt{3x-2}}$;
- b) $-\frac{9}{4} \frac{5x-9}{(3x-1)^2(3x-2)^{\frac{3}{2}}}$;
- c) $\frac{3}{4} \frac{9x-5}{(3x-1)^2(3x-2)^{\frac{3}{2}}}$;
- d) $-\frac{9}{4} \frac{9x-5}{(3x-1)^2(3x-2)^{\frac{3}{2}}}$.

4) La funzione $\frac{1}{3}x^4 - x^3 + x^2 + 3x - 12$ è strettamente convessa

- a) in tutto $\mathbb{R}$;
- b) in ciascuno dei due intervalli $]-\infty, \frac{1}{2}]$ e $[1, +\infty[$;
- c) in ciascuno dei due intervalli $]-\infty, -1[$ e $]-\frac{1}{2}, +\infty[$;
- d) nell'intervallo $]-\infty, \frac{1}{2}[$ ma non nell'intervallo $[1, +\infty[$.

5) Disporre in ordine di infinito crescente al tendere di x a $+\infty$ le seguenti funzioni:

$$f_1(x) = \log(1 + 5^x); \quad f_2(x) = \sqrt[5]{1 + x^3}; \quad f_3(x) = \sqrt[3]{x + 19^x}; \quad f_4(x) = 3^x.$$

- a) f_2, f_1, f_4, f_3 ;
- b) f_1, f_2, f_4, f_3 ;
- c) f_1, f_2, f_3, f_4 ;
- d) f_2, f_1, f_3, f_4 .

6) Data la serie (*) $\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{n-1}{n^2-n+2} + \frac{n\sqrt{n}}{n^{3x}+1} \right]$, $x \in \mathbb{R}$, è vero che

- a) la (*) converge solo se $x > \frac{1}{2}$;
- b) la (*) converge solo se $x > \frac{3}{2}$;
- c) la (*) diverge a $+\infty$ per ogni $x \in \mathbb{R}$;
- d) nessuna delle precedenti risposte è corretta.

7) Date le successioni $\{2^{-n^2}\}_{n \in \mathbb{N}^+}$, $\{(-1)^{n+1}2^{-n^3}\}_{n \in \mathbb{N}^+}$ e $\{2^{-n^3}\}_{n \in \mathbb{N}^+}$, è vero che:

- a) tutte e tre le successioni hanno lo stesso estremo inferiore;
- b) tutte e tre le successioni sono regolari;
- c) una sola delle tre successioni è monotona;
- d) una delle tre successioni è una sottosuccessione di una delle altre due.

8) Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita come segue:

$$f(x) = \begin{cases} \cos x - x - 1 & \text{se } x \leq 0 \\ e^x - 2x - 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}.$$

Quali delle seguenti affermazioni è falsa?

- a) esiste $a > 0$ tale che la restrizione $f|_{]-\infty, a[}$ è iniettiva;
- b) f ha un unico zero nell'intervallo $]0, +\infty[$;
- c) f è derivabile due volte in tutto $\mathbb{R}$;
- d) f è integrabile secondo Riemann in $[-\pi, 2]$.

9) L'integrale $\int_0^1 \cos \frac{(1-5x)\pi}{4} \sin^2 \frac{(5x-1)\pi}{4} dx$ è uguale a

- a) 0;
- b) $\frac{4\sqrt{2}}{15\pi}$;
- c) $\frac{\sqrt{2}}{15\pi}$;
- d) $\frac{-\sqrt{2}}{15\pi}$.

10) Trovare il numero complesso coniugato $\bar{z}$ ed il modulo $|z|$ del numero complesso $z = \frac{2(7-i)}{-\sqrt{5}(3+i)^2}$.

- a) $\bar{z} = \frac{1}{\sqrt{5}}(1-i)$, $|z| = \sqrt{\frac{2}{5}}$;
- b) $\bar{z} = -\frac{1}{\sqrt{5}}(1+i)$, $|z| = \sqrt{\frac{2}{5}}$;
- c) $\bar{z} = -\frac{1}{\sqrt{5}}(1+i)$, $|z| = \sqrt{\frac{1}{5}}$;
- d) $\bar{z} = -\frac{1}{5\sqrt{5}}(1-i)$, $|z| = \frac{1}{5}\sqrt{\frac{1}{5}}$.

11) Data la funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita ponendo $f(x) = \begin{cases} x e^x & \text{se } x \leq 0 \\ \cos x - 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}$, quali delle seguenti affermazioni è vera?

- a) l'integrale definito $\int_{-1}^1 f(x) dx$ è uguale a zero;
- b) l'integrale indefinito $\int f(x) dx$ è uguale a $G(x) + c$, essendo $G(x) = \begin{cases} x e^x + 1 & \text{se } x \leq 0 \\ \sin x - x + 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}$;
- c) l'integrale definito $\int_0^\pi f(x) dx$ è uguale a $-\pi$;
- d) l'integrale indefinito $\int f(x) dx$ è uguale a $H(x) + c$, essendo $H(x) = \begin{cases} (x+1)e^x + \frac{1}{2} & \text{se } x \leq 0 \\ \sin x - x - \frac{1}{2} & \text{se } x > 0 \end{cases}$.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Anno Accademico 2014/2015
Corso di Laurea in Ingegneria Industriale
Corsi di Analisi Matematica I (Proff. A. Villani, R. Cirmi e F. Faraci)
PROVA D'ESAME DEL GIORNO 27 NOVEMBRE 2015
PRIMA PROVA SCRITTA (COMPITO B)

COGNOME e NOME:	
FIRMA:	
MATRICOLA:	

Non sono consentiti formulari, appunti, libri e calcolatori; non è consentito comunicare con i colleghi; ogni mezzo di comunicazione elettronico deve essere tenuto spento. Verrà escluso dalla prova lo studente che, ad una verifica, fosse sprovvisto di un documento di riconoscimento. Durante la prova non è possibile uscire dall'aula prima di avere consegnato definitivamente il compito.

Rispondere ai seguenti quesiti. Il punteggio viene attribuito nel modo seguente: **punti 20** se vi sono almeno cinque risposte corrette; **punti 2** per ciascuna risposta esatta in aggiunta alle prime cinque; **punti -1** per ciascuna risposta errata; **punti 0** per ogni risposta non data. Tempo disponibile: **90 minuti**.

1) Il dominio della funzione reale di variabile reale $\log(|1 - 2x| - 3) + \sqrt{x^2 + x - 6}$ è l'insieme

- a) $[-3, 2]$;
- b) $]-\infty, -3[\cup]2, +\infty[$;
- c) $]-\infty, -3[\cup]-1, +\infty[\setminus \{2\}$;
- d) $]-\infty, -3] \cup]2, +\infty[$.

2) Dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 4x + 3 \geq 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} : |x + 1| \geq 3\}$ e $C = \{x \in \mathbb{R} : 2x + 1 \geq 0\}$, quali delle seguenti affermazioni è falsa?

- a) $C \setminus B$ non è un insieme aperto ;
- b) $C \setminus B$ è un insieme limitato ;
- c) l'insieme $(B \setminus A) \setminus C$ è vuoto ;
- d) l'insieme $B \setminus (A \setminus C)$ è vuoto .

3) La derivata seconda della funzione $\operatorname{arctg} \sqrt{3x - 2}$ è uguale a:

- a) $-\frac{9}{4} \frac{9x-5}{(3x-1)^2(3x-2)^{\frac{3}{2}}}$;
- b) $-\frac{9}{4} \frac{5x-9}{(3x-1)^2(3x-2)^{\frac{3}{2}}}$;
- c) $\frac{3}{2(3x-1)\sqrt{3x-2}}$;
- d) $\frac{3}{4} \frac{9x-5}{(3x-1)^2(3x-2)^{\frac{3}{2}}}$.

4) La funzione $\frac{1}{3}x^4 - x^3 + x^2 - 7x + 15$ è strettamente convessa

- a) nell'intervallo $]-\infty, \frac{1}{2}[$ ma non nell'intervallo $[1, +\infty[$;
- b) in ciascuno dei due intervalli $]-\infty, -1[$ e $]-\frac{1}{2}, +\infty[$;
- c) in ciascuno dei due intervalli $]-\infty, \frac{1}{2}]$ e $[1, +\infty[$;
- d) in tutto $\mathbb{R}$.

5) Disporre in ordine di infinito crescente al tendere di x a $+\infty$ le seguenti funzioni:

$$f_1(x) = \log(1 + 5^x) ; \quad f_2(x) = \sqrt[3]{1 + x^5} ; \quad f_3(x) = \sqrt[3]{x + 29^x} ; \quad f_4(x) = 3^x .$$

- a) f_2, f_1, f_4, f_3 ;
- b) f_1, f_2, f_4, f_3 ;
- c) f_1, f_2, f_3, f_4 ;
- d) f_2, f_1, f_3, f_4 .

6) Data la serie (*) $\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{n - \sqrt{n}}{n^2 + 2} + \frac{n\sqrt{n}}{n^{3x} + 1} \right]$, $x \in \mathbb{R}$, è vero che

- a) la (*) converge solo se $x > \frac{1}{2}$;
- b) la (*) converge solo se $x > \frac{3}{2}$;
- c) la (*) diverge a $+\infty$ solo se $x \leq 3$;
- d) la (*) diverge a $+\infty$ per ogni $x \in \mathbb{R}$.

7) Date le successioni $\{2^{-n^2}\}_{n \in \mathbb{N}^+}$, $\{(-1)^{n+1}2^{-n^3}\}_{n \in \mathbb{N}^+}$ e $\{2^{-n^3}\}_{n \in \mathbb{N}^+}$, è vero che:

- a) tutte e tre le successioni hanno lo stesso estremo inferiore;
- b) solo due delle tre successioni sono regolari;
- c) solo due delle tre successioni sono monotone;
- d) una delle tre successioni è una sottosuccessione di una delle altre due.

8) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita come segue:

$$f(x) = \begin{cases} \cos x - x - 1 & \text{se } x \leq 0 \\ e^x - 2x - 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}.$$

Quali delle seguenti affermazioni è falsa?

- a) esiste $a > 0$ tale che la restrizione $f|_{]-\infty, a[}$ è iniettiva;
- b) f ha un unico zero nell'intervallo $]0, +\infty[$;
- c) f non è derivabile in tutto $\mathbb{R}$;
- d) f è integrabile secondo Riemann in $[-\pi, 2]$.

9) L'integrale $\int_0^1 \cos \frac{(5x-1)\pi}{4} \operatorname{sen}^2 \frac{(1-5x)\pi}{4} dx$ è uguale a

- a) 0;
- b) $\frac{\sqrt{2}}{15\pi}$;
- c) $\frac{-\sqrt{2}}{15\pi}$;
- d) $\frac{4\sqrt{2}}{15\pi}$.

10) Trovare il numero complesso coniugato $\bar{z}$ ed il modulo $|z|$ del numero complesso $z = \frac{2(i-7)}{\sqrt{5}(3+i)^2}$.

- a) $\bar{z} = -\frac{1}{\sqrt{5}}(1+i)$, $|z| = \sqrt{\frac{2}{5}}$;
- b) $\bar{z} = \frac{1}{\sqrt{5}}(1-i)$, $|z| = \sqrt{\frac{2}{5}}$;
- c) $\bar{z} = -\frac{1}{\sqrt{5}}(1+i)$, $|z| = \sqrt{\frac{1}{5}}$;
- d) $\bar{z} = -\frac{1}{5\sqrt{5}}(1-i)$, $|z| = \frac{1}{5}\sqrt{\frac{1}{5}}$.

11) Data la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita ponendo $f(x) = \begin{cases} x e^x & \text{se } x \leq 0 \\ \cos x - 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}$, quali delle seguenti affermazioni è vera?

- a) l'integrale definito $\int_{-1}^1 f(x) dx$ è uguale a zero;
- b) l'integrale indefinito $\int f(x) dx$ è uguale a $G(x) + c$, essendo $G(x) = \begin{cases} 2 + (x-1)e^x & \text{se } x \leq 0 \\ \operatorname{sen} x - x + 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}$;
- c) l'integrale definito $\int_0^\pi f(x) dx$ è uguale a $1 + \pi$;
- d) l'integrale indefinito $\int f(x) dx$ è uguale a $H(x) + c$, essendo $H(x) = \begin{cases} (x+1)e^x - \frac{1}{2} & \text{se } x \leq 0 \\ \operatorname{sen} x - x + \frac{1}{2} & \text{se } x > 0 \end{cases}$.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Anno Accademico 2014/2015
Corso di Laurea in Ingegneria Industriale
Corsi di Analisi Matematica I (Proff. A. Villani, R. Cirmi e F. Faraci)
PROVA D'ESAME DEL GIORNO 27 NOVEMBRE 2015
PRIMA PROVA SCRITTA (COMPITO C)

COGNOME e NOME:	
FIRMA:	
MATRICOLA:	

Non sono consentiti formulari, appunti, libri e calcolatori; non è consentito comunicare con i colleghi; ogni mezzo di comunicazione elettronico deve essere tenuto spento. Verrà escluso dalla prova lo studente che, ad una verifica, fosse sprovvisto di un documento di riconoscimento. Durante la prova non è possibile uscire dall'aula prima di avere consegnato definitivamente il compito.

Rispondere ai seguenti quesiti. Il punteggio viene attribuito nel modo seguente: **punti 20** se vi sono almeno cinque risposte corrette; **punti 2** per ciascuna risposta esatta in aggiunta alle prime cinque; **punti -1** per ciascuna risposta errata; **punti 0** per ogni risposta non data. Tempo disponibile: **90 minuti**.

- 1) Il dominio della funzione reale di variabile reale $\sqrt{x^2 + x - 6} - \log(|2x - 1| - 3)$ è l'insieme
- a) $] -\infty, -3[\cup] 2, +\infty[$;
- b) $] -\infty, -3] \cup] 2, +\infty[$;
- c) $] -\infty, -3[\cup] -1, +\infty[\setminus \{2\}$;
- d) $[-3, 2]$.
-
- 2) Dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 4x + 3 \geq 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} : 2x + 1 \geq 0\}$ e $C = \{x \in \mathbb{R} : |x + 1| \geq 3\}$, quali delle seguenti affermazioni è falsa?
- a) $B \setminus C$ non è un insieme aperto ;
- b) $B \setminus C$ è un insieme limitato ;
- c) l'insieme $(C \setminus A) \setminus B$ è vuoto ;
- d) l'insieme $C \setminus (A \setminus B)$ è vuoto .
-
- 3) La derivata seconda della funzione $\operatorname{arctg} \sqrt{3x - 2}$ è uguale a:
- a) $\frac{3}{2(3x-1)\sqrt{3x-2}}$;
- b) $-\frac{9}{4} \frac{5x-9}{(3x-1)^2(3x-2)^{\frac{3}{2}}}$;
- c) $-\frac{9}{4} \frac{9x-5}{(3x-1)^2(3x-2)^{\frac{3}{2}}}$;
- d) $\frac{3}{4} \frac{9x-5}{(3x-1)^2(3x-2)^{\frac{3}{2}}}$.
-
- 4) La funzione $\frac{1}{3}x^4 - x^3 + x^2 - 3x + 21$ è strettamente convessa
- a) nell'intervallo $] -\infty, \frac{1}{2}[$ ma non nell'intervallo $[1, +\infty[$;
- b) in ciascuno dei due intervalli $] -\infty, \frac{1}{2}[$ e $[1, +\infty[$;
- c) in ciascuno dei due intervalli $] -\infty, -1[$ e $] -\frac{1}{2}, +\infty[$;
- d) in tutto $\mathbb{R}$.
-
- 5) Disporre in ordine di infinito crescente al tendere di x a $+\infty$ le seguenti funzioni:
- $$f_1(x) = \log(1 + 5^x) ; \quad f_2(x) = \sqrt[3]{1 + x^5} ; \quad f_3(x) = \sqrt[3]{x + 19^x} ; \quad f_4(x) = 3^x .$$
- a) f_2, f_1, f_4, f_3 ;
- b) f_1, f_2, f_4, f_3 ;
- c) f_1, f_2, f_3, f_4 ;
- d) f_2, f_1, f_3, f_4 .
-

6) Data la serie (*) $\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{n-1}{n^2+2} + \frac{n\sqrt{n}}{n^{3x}+1} \right]$, $x \in \mathbb{R}$, è vero che

- a) la (*) converge solo se $x > \frac{1}{2}$;
- b) la (*) converge solo se $x > \frac{3}{2}$;
- c) la (*) diverge a $+\infty$ solo se $x \leq 3$;
- d) nessuna delle precedenti risposte è corretta.

7) Date le successioni $\{2^{-n^2}\}_{n \in \mathbb{N}^+}$, $\{(-1)^{n+1}2^{-n^3}\}_{n \in \mathbb{N}^+}$ e $\{2^{-n^3}\}_{n \in \mathbb{N}^+}$, è vero che:

- a) tutte e tre le successioni hanno lo stesso estremo superiore;
- b) solo due delle tre successioni sono regolari;
- c) una sola delle tre successioni è monotona;
- d) una delle tre successioni è una sottosuccessione di una delle altre due.

8) Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita come segue:

$$f(x) = \begin{cases} \cos x - x - 1 & \text{se } x \leq 0 \\ e^x - 2x - 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}.$$

Quali delle seguenti affermazioni è falsa?

- a) esiste $a > 0$ tale che la restrizione $f|_{]-\infty, a[}$ è iniettiva;
- b) f ha un unico zero nell'intervallo $[0, +\infty[$;
- c) f è derivabile in tutto $\mathbb{R}$;
- d) f è integrabile secondo Riemann in $[-\pi, 2]$.

9) L'integrale $\int_0^1 \cos \frac{(5x-1)\pi}{4} \operatorname{sen}^2 \frac{(5x-1)\pi}{4} dx$ è uguale a

- a) 0;
- b) $\frac{4\sqrt{2}}{15\pi}$;
- c) $\frac{-\sqrt{2}}{15\pi}$;
- d) $\frac{\sqrt{2}}{15\pi}$.

10) Trovare il numero complesso coniugato $\bar{z}$ ed il modulo $|z|$ del numero complesso $z = \frac{2(7-i)}{-\sqrt{5}(3+i)^2}$.

- a) $\bar{z} = -\frac{1}{\sqrt{5}}(1+i)$, $|z| = \sqrt{\frac{2}{5}}$;
- b) $\bar{z} = \frac{1}{\sqrt{5}}(1-i)$, $|z| = \sqrt{\frac{2}{5}}$;
- c) $\bar{z} = -\frac{1}{\sqrt{5}}(1+i)$, $|z| = \sqrt{\frac{1}{5}}$;
- d) $\bar{z} = -\frac{1}{5\sqrt{5}}(1-i)$, $|z| = \frac{1}{5}\sqrt{\frac{1}{5}}$.

11) Data la funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita ponendo $f(x) = \begin{cases} x e^x & \text{se } x \leq 0 \\ \cos x - 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}$, quali delle seguenti affermazioni è vera?

- a) l'integrale definito $\int_{-1}^1 f(x) dx$ è uguale a zero;
- b) l'integrale indefinito $\int f(x) dx$ è uguale a $G(x) + c$, essendo $G(x) = \begin{cases} x e^x + 1 & \text{se } x \leq 0 \\ \operatorname{sen} x - x + 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}$;
- c) l'integrale definito $\int_0^\pi f(x) dx$ è uguale a $1 - \pi$;
- d) l'integrale indefinito $\int f(x) dx$ è uguale a $H(x) + c$, essendo $H(x) = \begin{cases} (x-1)e^x + \frac{1}{2} & \text{se } x \leq 0 \\ \operatorname{sen} x - x - \frac{1}{2} & \text{se } x > 0 \end{cases}$.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Anno Accademico 2014 - 2015
Corso di Laurea in Ingegneria Industriale
Corsi di Analisi Matematica I (A.Villani, R. Cirimi e F.Faraci)
PROVA D'ESAME DEL GIORNO 27 NOVEMBRE 2015
SECONDA PROVA SCRITTA - COMPITO B

COGNOME e NOME:	
FIRMA:	
MATRICOLA:	

Non sono consentiti formulari, appunti, libri e calcolatori; non è consentito comunicare con i colleghi; ogni mezzo di comunicazione elettronico deve essere tenuto spento. Verrà **escluso dalla prova lo studente** che, ad una verifica, fosse **sprovvisto di un documento di riconoscimento**. Durante la prova non è possibile uscire dall'aula prima di avere consegnato definitivamente il compito. Si possono consegnare **al massimo due fogli a quadri in bella copia**; in entrambi devono essere apposti nome e cognome a stampatello e la firma del candidato. Alla fine della prova **il presente foglio deve essere riconsegnato** debitamente compilato.

Rispondere ai seguenti quesiti. Il **requisito minimo** per superare la prova, con la conferma del voto della prima prova scritta quale voto finale dell'esame, è di rispondere in maniera corretta ad un quesito di tipo **D** e ad uno di tipo **T**. Le ulteriori risposte corrette, se valutate positivamente, comportano un incremento del voto finale dell'esame fino ad un massimo di quattro punti. Tempo disponibile: **90 minuti**.

Quesiti di tipo D (definizioni)

- 1) Sia $f :] - \infty, -1[\rightarrow \mathbb{R}$. Si dice che “il limite di $f(x)$ per x che tende a $-\sqrt{2}$ è uguale a -1 ” se ... (completare la definizione).

- 2) Sia $f :] - \infty, -1[\rightarrow \mathbb{R}$. Che cosa vuol dire che “l'estremo superiore della funzione f è uguale -5 ”? Che cosa vuol dire che “il massimo della funzione f è uguale -5 ”?

- 3) Sia $E \subseteq \mathbb{R}$ e sia $c \in \mathbb{R}$. Si dice che “ c è un punto di frontiera per E ” se ... (completare la definizione).

Quesiti di tipo T (teoremi)

- 1) Enunciare e dimostrare il teorema di Bolzano-Weierstrass sui punti di accumulazione.

- 2) Enunciare e dimostrare il teorema sul prodotto di due funzioni derivabili.

- 3) Dimostrare che una serie assolutamente convergente è anche convergente.

Quesiti di tipo E (esercizi)

- 1) Studiare la funzione

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 2x}$$

e tracciarne il grafico.

- 2) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{1}{(x-1)^2} \log(x-3) \cdot dx$$

- 3) Studiare, al variare del parametro reale x , il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(n^2 + \frac{1}{n} \right) 3^{-nx}$$

SOLUZIONI DEI QUESITI A RISPOSTA MULTIPLA

6 febbraio 2015

Compito A: 1 b; 2 b; 3 a; 4 b; 5 c; 6 c; 7 b; 8 c; 9 c; 10 d; 11 c.

Compito B: 1 c; 2 c; 3 c; 4 d; 5 a; 6 d; 7 a; 8 a; 9 b; 10 c; 11 c.

Compito C: 1 d; 2 b; 3 c; 4 d; 5 d; 6 b; 7 c; 8 d; 9 a; 10 d; 11 c.

20 febbraio 2015

Compito A: 1 d; 2 a; 3 a; 4 b; 5 c; 6 c; 7 d; 8 c; 9 b; 10 c; 11 a.

Compito B: 1 b; 2 d; 3 b; 4 c; 5 a; 6 c; 7 d; 8 a; 9 b; 10 a; 11 b.

Compito C: 1 c; 2 d; 3 b; 4 d; 5 b; 6 c; 7 d; 8 a; 9 d; 10 c; 11 a.

6 marzo 2015

Compito A: 1 d; 2 a; 3 c; 4 a; 5 c; 6 a; 7 d; 8 c; 9 b; 10 a; 11 b.

Compito B: 1 b; 2 b; 3 d; 4 b; 5 a; 6 b; 7 c; 8 a; 9 c; 10 b; 11 a.

Compito C: 1 d; 2 b; 3 b; 4 c; 5 b; 6 a; 7 d; 8 b; 9 d; 10 a; 11 c.

17 aprile 2015

Compito A: 1 c; 2 c; 3 c; 4 d; 5 c; 6 c; 7 d; 8 c; 9 b; 10 c; 11 b.

Compito B: 1 d; 2 c; 3 d; 4 a; 5 c; 6 a; 7 c; 8 a; 9 d; 10 a; 11 c.

Compito C: 1 c; 2 a; 3 c; 4 b; 5 b; 6 c; 7 c; 8 c; 9 c; 10 a; 11 d.

26 giugno 2015

Compito A: 1 c; 2 d; 3 c; 4 c; 5 d; 6 b; 7 c; 8 b; 9 c; 10 b; 11 b.

Compito B: 1 b; 2 c; 3 c; 4 a; 5 d; 6 c; 7 c; 8 a; 9 c; 10 a; 11 d.

Compito C: 1 d; 2 c; 3 c; 4 a; 5 a; 6 d; 7 c; 8 c; 9 b; 10 a; 11 d.

17 luglio 2015

Compito A: 1 a; 2 c; 3 a; 4 c; 5 d; 6 b; 7 c; 8 b; 9 c; 10 a; 11 c.

Compito B: 1 c; 2 d; 3 a; 4 a; 5 d; 6 c; 7 d; 8 a; 9 a; 10 b; 11 c.

Compito C: 1 b; 2 a; 3 c; 4 b; 5 d; 6 d; 7 c; 8 a; 9 c; 10 a; 11 c.

16 settembre 2015

Compito A: 1 a; 2 d; 3 c; 4 d; 5 b; 6 d; 7 b; 8 b; 9 b; 10 b; 11 c.

Compito B: 1 b; 2 d; 3 d; 4 a; 5 b; 6 d; 7 a; 8 d; 9 c; 10 c; 11 b.

Compito C: 1 d; 2 b; 3 c; 4 c; 5 c; 6 a; 7 a; 8 c; 9 c; 10 d; 11 c.

6 ottobre 2015

Compito A: 1 d; 2 b; 3 d; 4 b; 5 a; 6 d; 7 b; 8 c; 9 b; 10 c; 11 c.

Compito B: 1 c; 2 c; 3 d; 4 b; 5 a; 6 a; 7 d; 8 d; 9 c; 10 b; 11 d.

Compito C: 1 a; 2 b; 3 a; 4 b; 5 b; 6 a; 7 a; 8 b; 9 d; 10 a; 11 d.

27 novembre 2015

Compito A: 1 b; 2 c; 3 d; 4 b; 5 d; 6 c; 7 b; 8 c; 9 c; 10 b; 11 c.

Compito B: 1 d; 2 d; 3 a; 4 c; 5 b; 6 d; 7 c; 8 c; 9 b; 10 a; 11 b.

Compito C: 1 b; 2 d; 3 c; 4 b; 5 c; 6 d; 7 a; 8 b; 9 d; 10 a; 11 d.