

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA	COGNOME e NOME:	
Facoltà di Ingegneria	FIRMA:	
docenti: A.O.Caruso – A.Villani	MATRICOLA:	
C.D.L. IN INGEGNERIA INDUSTRIALE (A-SALA)	REGOLARITÀ STUDI:	<input type="checkbox"/> In Regola <input type="checkbox"/> Ripetente <input type="checkbox"/> Fuori Corso
Anno Accademico 2011/2012	PROGRAMMA DEL PROF.:	
PROVA D'ESAME DI ANALISI MATEMATICA 1 DEL 14/09/2012 A	CORSO SEGUITO NELL'A.A.:	

Non sono consentiti formulari, appunti, libri e calcolatori; non è consentito comunicare con i colleghi; ogni mezzo di comunicazione elettronico deve essere tenuto spento; su richiesta saranno dati chiarimenti solamente sull'interpretazione del testo; tempo disponibile: due ore e mezza (2,5 ore); verrà escluso dalla prova lo studente che, ad una verifica, fosse sprovvisto di un documento di riconoscimento. Durante la prova non è possibile uscire dall'aula, a meno che si decida di ritirarsi, o si abbia una effettiva necessità (ed in tal caso, uscendo uno per volta, è necessario lasciare gli oggetti personali e l'elaborato sulla cattedra prima di uscire dall'aula). Per svolgere i calcoli è possibile utilizzare i fogli a quadri di cui si ha bisogno, e che è possibile prendere dalla cattedra; **vanno però consegnati al massimo due fogli a quadri in bella copia, in entrambi i quali devono essere apposti nome e cognome sia a stampatello che in firma autografa**: questi saranno gli unici fogli ad essere corretti; si ricorda poi che è possibile utilizzare solamente penne con inchiostro indelebile; il non attenersi alle suddette regole può comportare l'annullamento della prova d'esame; verranno in ogni caso considerati nulli gli elaborati privi dei dati sufficienti a riconoscere il candidato. **Il presente foglio deve comunque essere riconsegnato debitamente compilato, anche nel caso in cui si decida di ritirarsi, al fine di consentire il riconoscimento dello studente ritirato.** Per superare la prova occorre svolgere correttamente il numero minimo di risposte nel seguito indicate; in caso di esito positivo, lo studente potrà aver registrato l'esame con un votazione massima 30/30; lo studente che abbia conseguito una votazione non inferiore a 26/30 potrà, a richiesta, proseguire l'esame con un colloquio orale tramite il quale il voto finale potrà essere rimodulato nell'intero intervallo 18/30 → 30/30 e lode.

**Quesiti (svolgere almeno quattro quesiti; voto min. 21/30 - voto max. 27/30; pt. -1 per due quesiti errati)**

1) Il dominio della funzione reale  $f$  di una variabile reale definita dalla posizione

$$f(x) = \frac{\log_2 \left( 2^{x^2-x-2} - 16 \right)}{\sqrt{x^2 - 4x - 5}}$$

è

- a)  $] -\infty, -1[ \cup ] 3, +\infty[$ ;
- b)  $] -\infty, -2[ \cup ] 5, +\infty[$ ;
- c)  $] -\infty, -2[ \cup ] -1, 3[ \cup ] 5, +\infty[$ ;
- d)  $] -2, -1[ \cup ] 3, 5[$ .

2) Dato l'insieme

$$A = \left\{ \frac{(-1)^n n^2}{n^2 + 1} : n \in \mathbb{N} \right\}$$

è vero che:

- a)  $A$  non ha punti di accumulazione;
- b)  $A$  ha un unico punto di accumulazione,
- c)  $A$  ha infiniti punti di accumulazione,
- d) nessuna delle precedenti affermazioni è corretta.

3) Sia  $f$  la funzione reale di variabile reale definita ponendo  $f(x) = |x| \sin x \ \forall x \in \mathbb{R}$ . Allora è vero che:

- a)  $f$  non è derivabile nel punto  $x_0 = 0$ ;
- b)  $f$  è derivabile nel punto  $x_0 = 0$ , ma non esiste la derivata seconda  $f''(0)$ ;
- c)  $f$  è dotata di derivate di qualunque ordine nel punto  $x_0 = 0$ ;
- d) nessuna delle precedenti affermazioni è corretta.

4) La serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{1}{n} - \cos \frac{1}{n} \right]$$

- a) converge;
- b) diverge a  $+\infty$ ;
- c) diverge a  $-\infty$ ;
- d) è non regolare.

5) Data la funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita ponendo  $f(x) = \begin{cases} \sin x & \text{se } x < 0 \\ \cos x & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$ , quali delle seguenti affermazioni è vera ?

- a) una primitiva di  $f$  in  $\mathbb{R}$  è la funzione  $F$  così definita:  $F(x) = \begin{cases} -\cos x & \text{se } x < 0 \\ \sin x & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$  ;
- b) una primitiva di  $f$  in  $\mathbb{R}$  è la funzione  $G$  così definita:  $G(x) = \begin{cases} -\cos x + 1 & \text{se } x < 0 \\ \sin x & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$  ;
- c) la funzione  $f$  non ha primitive in  $\mathbb{R}$  ;
- d) la funzione  $f$  ha primitive in  $\mathbb{R}$ , ma le primitive non sono esprimibili elementarmente.

6) Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (1+x)^{\sin x}$$

- a) è uguale a 1 ;
- b) è uguale a e ;
- c) è uguale a  $+\infty$  ;
- d) non esiste .

**Esercizi** ( *svolgere almeno un esercizio; voto min. 21/30 - voto max. 27/30* )

1) Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^1 \log |x^2 - x - 2| dx .$$

2) Dire quali delle seguenti serie sono convergenti. Giustificare la risposta data.

$$(a) \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^{n+3} , \quad (b) \sum_{n=1}^{+\infty} \operatorname{tg} \frac{1}{4n+1} , \quad (c) \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \operatorname{tg} \frac{1}{n}$$

3) Studiare la funzione reale di variabile reale

$$f(x) = \frac{1+x|x|}{1-x^2}$$

e disegnarne il grafico.

**Definizioni** ( *dare almeno una definizione; pt. -1 per ogni definizione mancante o errata* )

1) Un insieme  $K \subseteq \mathbb{R}$  si dice [sequenzialmente] compatto se ... (completare la definizione) .

2) Scrivere la definizione di *punto di minimo assoluto* per una funzione reale di variabile reale .

3) Si dice che una funzione  $f : [0, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  è *divergente* a  $-\infty$  per  $x \rightarrow 3$  se ... (completare la definizione) .

**Teoremi** ( *dimostrare almeno un teorema; pt. +1 (risp. +3) per due (risp. tre) dimostrazioni corrette* )

1) Dimostrare che ogni successione di Cauchy è convergente.

2) Enunciare e dimostrare il teorema di Fermat sui punti di estremo locale.

3) Dimostrare che il limite  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{tg} x$  non esiste.