

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA	COGNOME e NOME:	
Facoltà di Ingegneria	FIRMA:	
docenti: A.O.Caruso – A.Villani	MATRICOLA:	
C.D.L. IN INGEGNERIA INDUSTRIALE (A-SALA)	REGOLARITÀ STUDI:	<input type="checkbox"/> In Regola <input type="checkbox"/> Ripetente <input type="checkbox"/> Fuori Corso
Anno Accademico 2011/2012	PROGRAMMA DEL PROF.:	
PROVA D'ESAME DI ANALISI MATEMATICA 1 DEL 13/07/2012	CORSO SEGUITO NELL'A.A.:	

Non sono consentiti formulari, appunti, libri e calcolatori; non è consentito comunicare con i colleghi; ogni mezzo di comunicazione elettronico deve essere tenuto spento; su richiesta saranno dati chiarimenti solamente sull'interpretazione del testo; tempo disponibile: due ore e mezza (2,5 ore); verrà escluso dalla prova lo studente che, ad una verifica, fosse sprovvisto di un documento di riconoscimento. Durante la prova non è possibile uscire dall'aula, a meno che si decida di ritirarsi, o si abbia una effettiva necessità (ed in tal caso, uscendo uno per volta, è necessario lasciare gli oggetti personali e l'elaborato sulla cattedra prima di uscire dall'aula). Per svolgere i calcoli è possibile utilizzare i fogli a quadri di cui si ha bisogno, e che è possibile prendere dalla cattedra; **vanno però consegnati al massimo due fogli a quadri in bella copia, in entrambi i quali devono essere apposti nome e cognome sia a stampatello che in firma autografa**: questi saranno gli unici fogli ad essere corretti; si ricorda poi che è possibile utilizzare solamente penne con inchiostro indelebile; il non attenersi alle suddette regole può comportare l'annullamento della prova d'esame; verranno in ogni caso considerati nulli gli elaborati privi dei dati sufficienti a riconoscere il candidato. **Il presente foglio deve comunque essere riconsegnato debitamente compilato, anche nel caso in cui si decida di ritirarsi, al fine di consentire il riconoscimento dello studente ritirato.** Per superare la prova occorre svolgere correttamente il numero minimo di risposte nel seguito indicate; in caso di esito positivo, lo studente potrà aver registrato l'esame con un votazione massima 30/30; lo studente che abbia conseguito una votazione non inferiore a 26/30 potrà, a richiesta, proseguire l'esame con un colloquio orale tramite il quale il voto finale potrà essere rimodulato nell'intero intervallo 18/30 → 30/30 e lode.

Quesiti (svolgere almeno quattro quesiti; voto min. 21/30 - voto max. 27/30; pt. -1 per due quesiti errati)

1) Il dominio della funzione reale f di una variabile reale definita dalla posizione

$$f(x) = \log_3 \left(\log_{\frac{1}{2}}(4x - 1) - \log_{\frac{1}{2}}(3x^2 - 1) \right)$$

è

- a) $] \frac{4}{3}, +\infty[;$
 b) $] -\infty, 0[\cup] \frac{4}{3}, +\infty[;$
 c) $] -\infty, 0[\cup] \frac{1}{4}, +\infty[;$
 d) $] -\infty, -\frac{1}{\sqrt{3}}[\cup] \frac{4}{3}, +\infty[.$

2) Siano $A, B \subseteq \mathbb{R}$. La condizione: "Ciascuno dei due insiemi A e B ha punti di accumulazione"

- a) è necessaria e sufficiente,
 b) è necessaria ma non sufficiente,
 c) è sufficiente ma non necessaria,
 d) non è né necessaria né sufficiente

affinché l'insieme $A \cup B$ abbia punti di accumulazione.

3) La derivata della funzione $x^{\sin x}$ è uguale a

- a) $(\sin x) x^{\sin x - 1};$
 b) $(\sin x) x^{\sin x - 1} \cos x;$
 c) $e^{\sin x \log x} \left(\cos x \log x + \frac{\sin x}{x} \right);$
 d) $x^{\sin x} \left(\sin x \log x + \frac{\cos x}{x} \right).$

4) Considerata la serie

$$(*) \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{(-1)^n}{2^n} + \frac{1}{2n+1} \right],$$

si ha che:

- a) la serie (*) converge;
 b) la serie (*) diverge negativamente;
 c) la serie (*) è non regolare;
 d) nessuna delle precedenti risposte è corretta.

5) Quali dei seguenti integrali esistono (finiti o no):

$$I_1 = \int_0^1 \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx, \quad I_2 = \int_1^2 \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx \quad \text{e} \quad I_3 = \int_1^{+\infty} \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx ?$$

- a) I_1 e I_2 ;
- b) I_2 e I_3 ;
- c) solamente I_2 ;
- d) nessuno dei tre.

6) Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \operatorname{arctg} |x|\right)^{x^{-2}}$$

- a) è uguale a 1;
- b) è uguale a e^{-2} ;
- c) è uguale a $+\infty$;
- d) non esiste.

Esercizi (*svolgere almeno un esercizio; voto min. 21/30 - voto max. 27/30*)

1) Calcolare l'integrale definito

$$\int_{-1}^1 \frac{dx}{(x - |x| - 2)(x - 3)} .$$

2) Determinare tutti i valori del parametro reale $\alpha \in \mathbb{R}$ per i quali converge la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(\alpha - 5) (e^\alpha - 3)^n}{n^2 + 3} .$$

3) Studiare la funzione reale di variabile reale

$$f(x) = \frac{x}{4} - \operatorname{arctg} \sqrt{x} + \frac{\pi}{4}$$

e disegnarne un grafico qualitativo. In particolare, evidenziare la eventuale presenza di punti a tangente verticale, di punti di estremo assoluto e di asintoti.

Definizioni (*dare almeno una definizione; pt. -1 per ogni definizione mancante o errata*)

1) Un insieme $K \subseteq \mathbb{R}$ si dice [sequenzialmente] compatto se ... (completare la definizione).

2) Scrivere la definizione di *funzione integrale*.

3) funzione $f : [-5, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ è *divergente* a $-\infty$ per $x \rightarrow -1$ se ... (completare la definizione).

Teoremi (*dimostrare almeno un teorema; pt. +1 (risp. +3) per due (risp. tre) dimostrazioni corrette*)

1) Enunciare e dimostrare il teorema sul limite della funzione prodotto di due funzioni convergenti.

2) Enunciare e dimostrare il teorema di Rolle.

3) Mostrare con un esempio che esistono funzioni limitate in un intervallo chiuso e limitato che non sono integrabili secondo Riemann.