

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA	COGNOME e NOME:	
Facoltà di Ingegneria	FIRMA:	
docenti: A.O.Caruso – A.Villani	MATRICOLA:	
C.D.L. IN INGEGNERIA INDUSTRIALE (A-SALA)	REGOLARITÀ STUDI:	<input type="checkbox"/> In Regola <input type="checkbox"/> Ripetente <input type="checkbox"/> Fuori Corso
Anno Accademico 2011/2012	PROGRAMMA DEL PROF.:	
PROVA D'ESAME DI ANALISI MATEMATICA 1 DEL 13/07/2012 B	CORSO SEGUITO NELL'A.A.:	

Non sono consentiti formulari, appunti, libri e calcolatori; non è consentito comunicare con i colleghi; ogni mezzo di comunicazione elettronico deve essere tenuto spento; su richiesta saranno dati chiarimenti solamente sull'interpretazione del testo; tempo disponibile: due ore e mezza (2,5 ore); verrà escluso dalla prova lo studente che, ad una verifica, fosse sprovvisto di un documento di riconoscimento. Durante la prova non è possibile uscire dall'aula, a meno che si decida di ritirarsi, o si abbia una effettiva necessità (ed in tal caso, uscendo uno per volta, è necessario lasciare gli oggetti personali e l'elaborato sulla cattedra prima di uscire dall'aula). Per svolgere i calcoli è possibile utilizzare i fogli a quadri di cui si ha bisogno, e che è possibile prendere dalla cattedra; **vanno però consegnati al massimo due fogli a quadri in bella copia, in entrambi i quali devono essere apposti nome e cognome sia a stampatello che in firma autografa**: questi saranno gli unici fogli ad essere corretti; si ricorda poi che è possibile utilizzare solamente penne con inchiostro indelebile; il non attenersi alle suddette regole può comportare l'annullamento della prova d'esame; verranno in ogni caso considerati nulli gli elaborati privi dei dati sufficienti a riconoscere il candidato. **Il presente foglio deve comunque essere riconsegnato debitamente compilato, anche nel caso in cui si decida di ritirarsi, al fine di consentire il riconoscimento dello studente ritirato.** Per superare la prova occorre svolgere correttamente il numero minimo di risposte nel seguito indicate; in caso di esito positivo, lo studente potrà aver registrato l'esame con un votazione massima 30/30; lo studente che abbia conseguito una votazione non inferiore a 26/30 potrà, a richiesta, proseguire l'esame con un colloquio orale tramite il quale il voto finale potrà essere rimodulato nell'intero intervallo 18/30 → 30/30 e lode.

**Quesiti (svolgere almeno quattro quesiti; voto min. 21/30 - voto max. 27/30; pt. -1 per due quesiti errati)**

1) Il dominio della funzione reale  $f$  di una variabile reale definita dalla posizione

$$f(x) = \log_3 \left( \arcsen \frac{x^2}{4} - \arcsen \frac{x}{3} \right)$$

è

- a)  $[-2, 2]$ ;
- b)  $]-\infty, 0[ \cup ]\frac{4}{3}, +\infty[$ ;
- c)  $[-2, 0[ \cup ]\frac{4}{3}, 2]$ ;
- d)  $[-3, 0[ \cup ]\frac{4}{3}, 3]$ .

2) Siano  $A, B \subseteq \mathbb{R}$ . La condizione: "Ciascuno dei due insiemi  $A$  e  $B$  ha punti di accumulazione"

- a) è necessaria e sufficiente,
- b) è necessaria ma non sufficiente,
- c) è sufficiente ma non necessaria,
- d) non è né necessaria né sufficiente

affinché l'insieme  $A \cap B$  abbia punti di accumulazione.

3) La derivata della funzione  $(\sen x)^x$  è uguale a

- a)  $(\sen x)^x \left( \log \sen x + \frac{x \cos x}{\sen x} \right)$ ;
- b)  $e^{x \log \sen x} (x \log \sen x + \cotg x)$ ;
- c)  $x(\sen x)^{x-1}$ ;
- d)  $x(\sen x)^{x-1} \cos x$ .

4) Considerata la serie

$$(*) \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{(-1)^n}{2^n} - \frac{1}{3^{n+1}} \right],$$

si ha che:

- a) la serie (\*) converge ed ha per somma un numero positivo;
- b) la serie (\*) diverge negativamente;
- c) la serie (\*) è non regolare;
- d) nessuna delle precedenti risposte è corretta.

5) Quali dei seguenti integrali hanno valore finito:

$$I_1 = \int_0^1 \frac{\sen x}{x^2} dx \quad , \quad I_2 = \int_1^2 \frac{\sen x}{x^2} dx \quad \text{e} \quad I_3 = \int_1^{+\infty} \frac{\sen x}{x^2} dx \quad ?$$

- a)  $I_1$  e  $I_2$ ;
- b)  $I_2$  e  $I_3$ ;
- c) solamente  $I_2$ ;
- d) nessuno dei tre.

6) Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + x^2 \operatorname{arctg} |x|\right)^{x^{-2}}$$

- a) è uguale a 1;
- b) è uguale a  $e^{-2}$ ;
- c) è uguale a  $+\infty$ ;
- d) non esiste.

**Esercizi** (svolgere almeno un esercizio; voto min. 21/30 - voto max. 27/30)

1) Calcolare l'integrale definito

$$\int_{-1}^1 \frac{dx}{(x-2)(x+|x|+6)}.$$

2) Determinare tutti i valori del parametro reale  $\alpha \in \mathbb{R}$  per i quali converge la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left[ \frac{1}{n^3} + \frac{(\alpha-1)^{n+1}}{n^2+1} \right].$$

3) Studiare la funzione reale di variabile reale

$$f(x) = x - \operatorname{arcsen} \sqrt{x}$$

e disegnarne un grafico qualitativo. In particolare, evidenziare la eventuale presenza di punti a tangente verticale e punti di flesso.

**Definizioni** (dare almeno una definizione; pt. -1 per ogni definizione mancante o errata)

1) Un insieme  $K \subseteq \mathbb{R}$  si dice *limitato superiormente* se ...; se  $K \subseteq \mathbb{R}$  è limitato superiormente si chiama *estremo superiore* di  $K$  ... (completare le definizioni).

2) Scrivere la definizione di *funzione primitiva* di una funzione.

3) Si dice che la la funzione  $f : [-5, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  è *convergente* a 2 per  $x \rightarrow -1$  se ... (completare la definizione).

**Teoremi** (dimostrare almeno un teorema; pt. +1 (risp. +3) per due (risp. tre) dimostrazioni corrette)

1) Enunciare e dimostrare il teorema sul limite della funzione reciproca di una funzione convergente ad un numero diverso da zero.

2) Enunciare e dimostrare il teorema di Lagrange.

3) Enunciare e dimostrare la regola di integrazione indefinita per parti.