

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA	COGNOME e NOME:	
Facoltà di Ingegneria	FIRMA:	
docenti: A.O.Caruso – A.Villani	MATRICOLA:	
C.D.L. IN INGEGNERIA INDUSTRIALE (A-SALA)	REGOLARITÀ STUDI:	<input type="checkbox"/> In Regola <input type="checkbox"/> Ripetente <input type="checkbox"/> Fuori Corso
Anno Accademico 2011/2012	PROGRAMMA DEL PROF.:	
PROVA D'ESAME DI ANALISI MATEMATICA 1 DEL 13/04/2012	CORSO SEGUITO NELL'A.A.:	

Non sono consentiti formulari, appunti, libri e calcolatori; non è consentito comunicare con i colleghi; ogni mezzo di comunicazione elettronico deve essere tenuto spento; su richiesta saranno dati chiarimenti solamente sull'interpretazione del testo; tempo disponibile: due ore e mezza (2,5 ore); verrà escluso dalla prova lo studente che, ad una verifica, fosse sprovvisto di un documento di riconoscimento. Durante la prova non è possibile uscire dall'aula, a meno che si decida di ritirarsi, o si abbia una effettiva necessità (ed in tal caso, uscendo uno per volta, è necessario lasciare gli oggetti personali e l'elaborato sulla cattedra prima di uscire dall'aula). Per svolgere i calcoli è possibile utilizzare i fogli a quadri di cui si ha bisogno, e che è possibile prendere dalla cattedra; **vanno però consegnati al massimo due fogli a quadri in bella copia, in entrambi i quali devono essere apposti nome e cognome sia a stampatello che in firma autografa**: questi saranno gli unici fogli ad essere corretti; si ricorda poi che è possibile utilizzare solamente penne con inchiostro indelebile; il non attenersi alle suddette regole può comportare l'annullamento della prova d'esame; verranno in ogni caso considerati nulli gli elaborati privi dei dati sufficienti a riconoscere il candidato. **Il presente foglio deve comunque essere riconsegnato debitamente compilato, anche nel caso in cui si decida di ritirarsi, al fine di consentire il riconoscimento dello studente ritirato.** Per superare la prova occorre svolgere correttamente il numero minimo di risposte nel seguito indicate; in caso di esito positivo, lo studente potrà aver registrato l'esame con un votazione massima 30/30; lo studente che abbia conseguito una votazione non inferiore a 26/30 potrà, a richiesta, proseguire l'esame con un colloquio orale tramite il quale il voto finale potrà essere rimodulato nell'intero intervallo 18/30 → 30/30 e lode.

Quesiti (svolgere almeno quattro quesiti; voto min. 21/30 - voto max. 27/30; pt. -1 per due quesiti errati)

1) Il dominio della funzione reale f di variabile reale definita dalla posizione

$$f(x) = \log_2 \left[|1 - x| (\sqrt{7}x - \sqrt{2x - x^2}) \right]$$

è

- a) $\left] \frac{1}{4}, 1[\cup]1, +\infty[;$
 b) $\left] -\frac{1}{4}, 2[\setminus \{1\};$
 c) $\left] \frac{1}{4}, 2[;$
 d) $\left] \frac{1}{4}, 2[\setminus \{1\}.$

2) Siano $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ e $\{b_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ due successioni di numeri reali tali che $|a_n| \leq b_n \forall n \in \mathbb{N}$. La condizione $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$

- a) è necessaria e sufficiente,
 b) è necessaria ma non sufficiente,
 c) è sufficiente ma non necessaria,
 d) non è né necessaria né sufficiente,

affinché la successione $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ sia regolare.

3) La derivata della funzione $x^{\log x}$ è uguale a

- a) $(\log x + 1) x^{\log x};$
 b) $2 \log x x^{\log x - 1};$
 c) $(\log x + 1) x^{2 \log x + 1};$
 d) $\frac{1}{x} e^{\log^2 x}.$

4) La serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{e^n}$$

- a) converge ed ha per somma un numero $s > 1;$
 b) converge ed ha per somma $1/e;$
 c) diverge positivamente;
 d) converge semplicemente ma non assolutamente.

5) La funzione reale f di variabile reale definita dalla posizione $f(x) = 2^{\sin x} - 3^x$

- a) è decrescente in \mathbb{R} ;
- b) ha minimo assoluto;
- c) ha infiniti punti di massimo locale;
- d) ha un asintoto obliquo.

6) L'uguaglianza $\int x^2 g(x) dx = x e^{x^2} - \int e^{x^2} dx$ è verificata in \mathbb{R} se

- a) $g(x) = 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$;
- b) $g(x) = e^{-x^2} \quad \forall x \in \mathbb{R}$;
- c) $g(x) = \frac{1}{2} x e^{x^2} \quad \forall x \in \mathbb{R}$;
- d) $g(x) = 2 e^{x^2} \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

Esercizi (svolgere almeno un esercizio; voto min. 21/30 - voto max. 27/30)

1) Calcolare l'integrale

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{4 - \sin^2 x} dx.$$

2) Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} \arctan \frac{1}{n^2}.$$

3) Studiare la funzione reale di variabile reale

$$f(x) = \arctan \frac{e^x - 1}{e^x},$$

e disegnarne un grafico qualitativo.

Definizioni (dare almeno una definizione; pt. -1 per ogni definizione mancante o errata)

1) Si dice che il numero reale l è il limite della funzione $f :] - \infty, 0] \rightarrow \mathbb{R}$ per $x \rightarrow 0^-$ se ...

2) Si dice che la funzione $f : X (\subseteq \mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$ è uniformemente continua nell'insieme X se ...

3) Un punto $x_0 \in \mathbb{R}$ dicesi di frontiera per un insieme $X \subsetneq \mathbb{R}$ quando ...

Teoremi (dimostrare almeno un teorema; pt. +1 (risp. +3) per due (risp. tre) dimostrazioni corrette)

1) Enunciare e dimostrare il teorema di Bolzano -Weierstrass.

2) Enunciare e dimostrare il teorema di derivazione della funzione prodotto $\mathbb{R} \ni x \rightarrow f(x)g(x)$.

3) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è una funzione continua ed F è una primitiva di f nell'intervallo $[a, b]$, allora

$$\int_a^b f(x) dx = \dots$$

(completare l'enunciato e svolgere la dimostrazione).