I TEOREMI SUI LIMITI DELLE FUNZIONI.

LA MAGGIOR PARTE DEI TEOREMI SUI LIMITI DELLE FUNZIONI SONO DEL TUTTO ANALOGHI, SIA NELL'ENUNCIATO CHE NELLA DIMOSTRAZIONE, A TEOREMI GIÀ STUDIATI PER LE SUCCESSIONI.

A PROPOSITO DELLE DIMOSTRAZIONI È UTILE OSSERVARE CHE ANCHE PER LE FUNZIONI È VERO CHE SE P_1, P_2 SONO DUE PROPRIETÀ (RIFERITE, AD ESEMPIO, AD UNA FUNZIONE $f: A \to \mathbb{R}$, CON $c \in \bar{D}A$) OGNUNA DELLE QUALI È VERA DEFINITIVAMENTE PER $x \to c$, ALLORA ANCHE LA PROPRIETÀ "P_1 E P_2" È VERA DEFINITIVAMENTE PER $x \to c$. QUESTA VOLTA, ANZICHÉ PRENDERE IL MASSIMO TRA DUE INDICI M_1 E M_2 COME SI FACEVA PER LE SUCCESSIONI, SI TRATTA DI PRENDERE L'INTERSEZIONE DI DUE INTORNI V_1 E V_2 DI c, INTERSEZIONE CHE, COME SAPPIAMO, È ANCORA UN INTORNO DI c. AD ESEMPIO, SE f È STRETTAMENTE CRESCENTE DEFINITIVAMENTE PER $x \to c$ (CIOÈ ESISTE $V_1 \in \mathcal{U}(c)$ TALE CHE LA RESTRIZIONE $f|_{V_1 \cap A \setminus \{c\}}$ È STRETTAMENTE CRESCENTE) ED È ANCHE A VALORI POSITIVI DEFINITIVA-

MENTE PER $x \to c$ (CIOÈ ESISTE $V_2 \in \mathcal{U}(c)$ TALE CHE $f(x) > 0 \; \forall x \in V_2 \cap A \setminus \{c\}$), ALLORA, CONSIDERANDO $V = V_1 \cap V_2 \in \mathcal{U}(c)$, SI HA CHE LA FUNZIONE $f|_{V \cap A \setminus \{c\}}$ È SIA STRETTAMENTE CRESCENTE CHE A VALORI POSITIVI, CIOÈ f È STRETTAMENTE CRESCENTE E A VALORI POSITIVI DEFINITIVAMENTE PER $x \to c$.

RIPORTIAMO DI SEGUITO GLI ENUNCIATI ED ALCUNE DIMOSTRAZIONI DEI TEOREMI SUI LIMITI DELLE FUNZIONI CHE SONO ANALOGHI A QUELLI RIGUARDANTI LE SUCCESSIONI, CONSERVANDO, PER COMODITA' DI ESPOSIZIONE, LA STESSA NUMERAZIONE.

(1) UNICITA' DEL LIMITE.

Ip. $f : A (\subseteq \mathbb{R}) \to \mathbb{R}$; $c \in \mathcal{D}A$.

$\lim_{x \to c} f(x) = L_1 \in \overline{\mathbb{R}}$; $\lim_{x \to c} f(x) = L_2 \in \overline{\mathbb{R}}$.

Ts. $L_1 = L_2$

(2) PERMANENZA DEL SEGNO (GENERALIZZAZIONE)

Ip. $f : A (\subseteq \mathbb{R}) \to \mathbb{R}$; $c \in \mathcal{D}A$

$\lim_{x \to c} f(x) = L \in \overline{\mathbb{R}}$; $t \in \mathbb{R}$, $t < L$ [RISP. $t > L$]

Ts. $t < f(x)$ [RISP. $t > f(x)$] DEFINITIVAMENTE PER $x \to c$

③ PASSAGGIO AL LIMITE NELLA DISUGUAGLIANZA

Ip. $f, g : A (\subseteq \mathbb{R}) \to \mathbb{R}$; $c \in \bar{D}A$;

$f(x) \leq g(x)$ DEFINITIVAMENTE PER $x \to c$

$\exists \lim_{x \to c} f(x) = L_1 \in \overline{\mathbb{R}}$, $\exists \lim_{x \to c} g(x) = L_2 \in \overline{\mathbb{R}}$

Ts. $L_1 \leq L_2$

<u>DIMOSTRAZIONE</u>. PER IPOTESI ESISTE $V_0 \in \mathcal{U}(c)$ TALE CHE $f(x) \leq g(x)$ $\forall x \in V_0 \cap A \setminus \{c\}$.

SUPPONIAMO PER ASSURDO CHE SIA $L_1 > L_2$ E FISSIAMO $t \in \mathbb{R}$ TALE CHE $L_1 > t > L_2$. APPLICANDO IL TEOREMA DELLA PERMANENZA DEL SEGNO ALLA FUNZIONE f ABBIAMO CHE

$\exists V_1 \in \mathcal{U}(c) : f(x) > t$ $\forall x \in V_1 \cap A \setminus \{c\}$.

ANALOGAMENTE SI HA CHE

$\exists V_2 \in \mathcal{U}(c) : t > g(x)$ $\forall x \in V_2 \cap A \setminus \{c\}$.

CONSIDERIAMO L' INTORNO $V = V_0 \cap V_1 \cap V_2 \in \mathcal{U}(c)$ ED UN QUALUNQUE ELEMENTO $\bar{x}$ DI $V \cap A \setminus \{c\}$ (VE NE SONO INFINITI DATO CHE $c \in \bar{D}A$).

POICHÈ $V \subseteq V_0$ SI HA: $f(\bar{x}) \leq g(\bar{x})$;

D'ALTRA PARTE, ESSENDO $V \subseteq V_1 \cap V_2$, SI HA PURE $f(\bar{x}) > t > g(\bar{x})$. ABBIAMO COSÌ OTTENUTO UNA CONTRADDIZIONE, CHE DERIVA DALL'AVER SUPPOSTO $L_1 > L_2$.

(4) REGOLARITA' E LOCALE LIMITATEZZA.

$(4)_1$ Ip. $f : A (\subseteq \mathbb{R}) \to \mathbb{R}$; $c \in \overline{D}A$

$$\lim_{x \to c} f(x) = \ell \in \mathbb{R}$$

Ts. f È LIMITATA DEFINITIVAMENTE PER $x \to c$.

DIMOSTRAZIONE. INFATTI DALLA DEFINIZIONE DI LIMITE SEGUE SUBITO CHE, PRESO $\varepsilon = 1$, ESISTE UN INTORNO $V \in \mathcal{U}(c)$ TALE CHE

$$\ell - 1 < f(x) < \ell + 1 \quad \forall x \in V \cap A \setminus \{c\},$$

DUNQUE f È LIMITATA DEFINITIVAMENTE PER $x \to c$ ($\ell - 1$ e $\ell + 1$ SONO, RISPETTIVAMENTE, UN MINORANTE ED UN MAGGIORANTE PER LA RESTRIZIONE $f|_{V \cap A \setminus \{c\}}$)

OSSERVAZIONE. A DIFFERENZA DI QUELLO CHE ACCADE PER LE SUCCESSIONI L'IPOTESI DI CONVERGENZA NON È SUFFICIENTE PER GARANTIRE CHE L'"INTERA" FUNZIONE f SIA LIMITATA. AD ESEMPIO LA FUNZIONE x È CONVERGENTE PER $x \to c$, QUALUNQUE SIA $c \in \mathbb{R}$:

$$\lim_{x \to c} x = c,$$

MA x NON È LIMITATA NÈ INFERIORMENTE NÈ SUPERIORMENTE NEL SUO DOMINIO $\mathbb{R}$.

(4)$_2$ Ip. $f : A (\subseteq \mathbb{R}) \to \mathbb{R}$; $c \in \bar{D}A$

$$\lim_{x \to c} f(x) = +\infty$$

Ts. a) f È LIMITATA INFERIORMENTE DEFINITIVAMENTE PER $x \to c$;

b) f NON È LIMITATA SUPERIORMENTE DEFINITIVAMENTE PER $x \to c$.

DIMOSTRAZIONE. a) DALLA DEFINIZIONE DI LIMITE SEGUE SUBITO CHE, PRESO $K = 1$, ESISTE $V \in \mathcal{U}(c)$ TALE CHE $f(x) > 1$ $\forall x \in V \cap A \setminus \{c\}$, DUNQUE f È LIMITATA INFERIORMENTE DEFINITIVAMENTE PER $x \to c$.

b) OCCORRE PROVARE CHE

$\forall W \in \mathcal{U}(c) \Rightarrow$ LA RESTRIZIONE $f|_{W \cap A \setminus \{c\}}$ NON È LIMITATA SUPERIORMENTE.

E INFATTI, PER LA DEFINIZIONE DI LIMITE, SI HA:

$$\forall K > 0 \; \exists V \in \mathcal{U}(c) : \forall x \in V \cap A \setminus \{c\} \Rightarrow f(x) > K.$$

ALLORA, PRENDENDO $\bar{x} \in (W \cap V) \cap A \setminus \{c\}$, SI HA $f(\bar{x}) > K$, QUINDI, PER L'ARBITRARIETÀ DI $K > 0$, POSSIAMO CONCLUDERE CHE $f|_{W \cap A \setminus \{c\}}$ NON È LIMITATA SUPERIORMENTE.

(4)$_3$ Ip. $f : A\ (\subseteq \mathbb{R}) \to \mathbb{R}$; $c \in \mathcal{D}A$

$\lim_{x \to c} f(x) = -\infty$

Ts. a) f È LIMITATA SUPERIORMENTE DEFINITIVAMENTE PER $x \to c$;

b) f NON È LIMITATA INFERIORMENTE DEFINITIVAMENTE PER $x \to c$.

(5) LIMITI DELLE FUNZIONI MONOTONE .

(5)$_{1A}$ Ip. $f : A\ (\subseteq \mathbb{R}) \to \mathbb{R}$;

$\alpha = \inf A \geq -\infty$;

$\alpha \in \mathcal{D}A$;

f CRESCENTE

Ts. $\exists \lim_{x \to \alpha} f(x) = \inf_{A \setminus \{\alpha\}} f \geq -\infty$

PRECISAZIONI SULL' ENUNCIATO

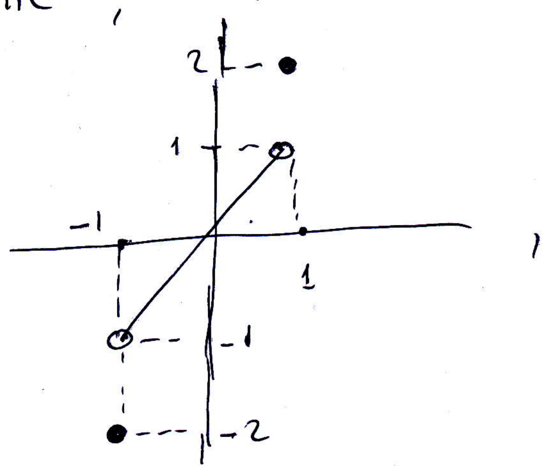
- L'IPOTESI $\alpha = \inf A \geq -\infty$ SIGNIFICA CHE α È UGUALE ALL' ESTREMO INFERIORE DI A SE A È LIMITATO INFERIORMENTE ED È UGUALE A $-\infty$ IN CASO CONTRARIO
- L'IPOTESI $\alpha \in \mathcal{D}A$ È CERTAMENTE VERIFICATA SE $\alpha = -\infty$. INVECE, SE A È LIMITATO INFERIORMENTE

NON È DETTO CHE α SIA UN PUNTO DI ACCUMULAZIONE PER A (AD ESEMPIO SE $A = \{0\} \cup [1,2]$, ALLORA $0 = \min A$ E $0 \notin DA$), QUINDI SI TRATTA DI UNA EFFETTIVA IPOTESI

- LA TESI SIGNIFICA CHE IL $\lim_{x \to \alpha} f(x)$ ESISTE IN OGNI CASO ED È UGUALE A $-\infty$ SE f NON È LIMITATA INFERIORMENTE, AL NUMERO $\inf_{A \setminus \{\alpha\}} f$ SE f È LIMITATA INFERIORMENTE

- C'È DA NOTARE CHE, SE f È LIMITATA INFERIORMENTE, IL $\lim_{x \to \alpha} f(x)$ È UGUALE ALL' $\inf_{A \setminus \{\alpha\}} f$, CHE NON È DETTO SIA UGUALE ALL' $\inf_{A} f$. AD ESEMPIO SE SI CONSIDERA LA FUNZIONE $f : [-1,1] \to \mathbb{R}$, COSÌ DEFINITA

$$f(x) = \begin{cases} -2 & \text{SE } x = -1 \\ x & \text{SE } x \in]-1,1[\\ 2 & \text{SE } x = 1 \end{cases}$$



QUINDI f È STRETTAMENTE CRESCENTE, IL $\lim_{x \to -1} f(x)$ È UGUALE A -1 (PROVARLO CON LA DEFINIZIONE DI LIMITE) MENTRE $\inf_{[-1,1]} f = \min_{[-1,1]} f = -2$

5_{1B}

Ip. $f : A \, (\subseteq \mathbb{R}) \to \mathbb{R}$;

$\omega = \sup A \leq +\infty$

$\omega \in \overline{D}A$

f CRESCENTE

Ts. $\exists \lim\limits_{x \to \omega} f(x) = \sup\limits_{A \setminus \{\omega\}} f \leq +\infty$

5_{2A}

Ip. $f : A \, (\subseteq \mathbb{R}) \to \mathbb{R}$;

$\alpha = \inf A \geq -\infty$;

$\alpha \in \overline{D}A$

f DECRESCENTE

Ts. $\exists \lim\limits_{x \to \alpha} f(x) = \sup\limits_{A \setminus \{\alpha\}} f \leq +\infty$

5_{2B}

Ip. $f : A \, (\subseteq \mathbb{R}) \to \mathbb{R}$

$\omega = \sup A \leq +\infty$

$\omega \in \overline{D}A$

f DECRESCENTE

Ts. $\exists \lim\limits_{x \to \omega} f(x) = \inf\limits_{A \setminus \{\omega\}} f \geq -\infty$

(6) LIMITE DELLA FUNZIONE $|f|$

$(6)_1$ Ip. $f : A(\subseteq \mathbb{R}) \to \mathbb{R}$; $c \in \bar{D}A$

$$\lim_{x \to c} f(x) = l \in \mathbb{R}$$

Ts. $$\lim_{x \to c} |f(x)| = |l|$$

DIMOSTRAZIONE. (È DIVERSA DA QUELLA SVOLTA PER LE SUCCESSIONI ; QUESTA È PIÙ RAPIDA).

PER IPOTESI SI HA CHE :

$$\forall \varepsilon > 0 \ \exists V \in \mathcal{U}(c) : \forall x \in V \cap A \setminus \{c\} \Rightarrow |f(x) - l| < \varepsilon .$$

D'ALTRA PARTE, PER LA SECONDA DISUGUAGLIANZA TRIANGOLARE DEL VALORE ASSOLUTO, SI HA

$$\big|\, |f(x)| - |l| \,\big| \leq |f(x) - l| \qquad \forall x \in A .$$

PERTANTO

$$\forall x \in V \cap A \setminus \{c\} \Rightarrow \big|\, |f(x)| - |l| \,\big| < \varepsilon .$$

CIÒ PROVA LA TESI.

$(6)_2$ Ip. $f : A(\subseteq \mathbb{R}) \to \mathbb{R}$; $c \in \bar{D}A$

$$\lim_{x \to c} f(x) = +\infty \quad \text{OPPURE} \quad \lim_{x \to c} f(x) = -\infty$$

Ts. $$\lim_{x \to c} |f(x)| = +\infty .$$

6_3 Ip $f : A\ (\subseteq \mathbb{R}) \to \mathbb{R}$; $c \in \bar{D}A$;

$l \in \mathbb{R}$.

Ts. SONO FATTI EQUIVALENTI

1) $\lim_{x \to c} f(x) = l$;

2) $\lim_{x \to c} [f(x) - l] = 0$;

3) $\lim_{x \to c} |f(x) - l| = 0$

7 TEOREMI SUL LIMITE DELLA FUNZIONE SOMMA

7_1 Ip $f, g : A\ (\subseteq \mathbb{R}) \to \mathbb{R}$; $c \in \bar{D}A$;

$\lim_{x \to c} f(x) = a \in \mathbb{R}$; $\lim_{x \to c} g(x) = b \in \mathbb{R}$.

Ts $\lim_{x \to c} [f(x) + g(x)] = a + b$.

7_2 Ip $f, g : A\ (\subseteq \mathbb{R}) \to \mathbb{R}$; $c \in \bar{D}A$;

$\lim_{x \to c} f(x) = +\infty$;

g LIMITATA INFERIORMENTE DEFINITIVAMENTE PER $x \to c$

Ts. $\lim_{x \to c} [f(x) + g(x)] = +\infty$

7_3 Ip $f, g : A (\subseteq \mathbb{R}) \to \mathbb{R}$; $c \in \bar{D}A$;

$$\lim_{x \to c} f(x) = -\infty \ ;$$

g LIMITATA SUPERIORMENTE DEFINITIVAMENTE PER $x \to c$

Ts. $$\lim_{x \to c} [f(x) + g(x)] = -\infty$$

MEDIANTE I PRECEDENTI TEOREMI, FACENDO USO DEI TEOREMI 4, SI RIESCE A DECIDERE IL VALORE DEL LIMITE DELLA FUNZIONE SOMMA $f(x)+g(x)$ OGNI QUAL VOLTA CHE SI CONOSCANO I LIMITI DI ENTRAMBE LE FUNZIONI f E g E NON SI SIA IN PRESENZA DELLA FORMA INDETERMINATA $(+\infty)+(-\infty)$. AD ESEMPIO, SE $\lim_{x \to c} f(x) = +\infty$ E $\lim_{x \to c} g(x) = -5$, ALLORA PER IL TEOREMA 4_1 g È LIMITATA DEFINITIVAMENTE PER $x \to c$; POSSIAMO QUINDI APPLICARE IL TEOREMA 7_2 E CONCLUDERE CHE $\lim_{x \to c} [f(x)+g(x)] = +\infty$.

(8) TEOREMI DI CONFRONTO

$(8)_1$ (TEOREMA DEI CARABINIERI)

Ip. $f, g, h : A (\subseteq \mathbb{R}) \to \mathbb{R}$; $c \in \bar{D}A$;

$$\lim_{x \to c} f(x) = \lim_{x \to c} h(x) = l \in \mathbb{R} \ ;$$

$f(x) \leq g(x) \leq h(x)$ DEFINITIVAMENTE PER $x \to c$

Ts. $\lim_{x \to c} g(x) = l.$

$(8)_2$

Ip. $f, g : A (\subseteq \mathbb{R}) \to \mathbb{R}$; $c \in \bar{D}A$;

$$\lim_{x \to c} f(x) = +\infty \ ;$$

$f(x) \leq g(x)$ DEFINITIVAMENTE PER $x \to c$

Ts. $\lim_{x \to c} g(x) = +\infty$

$(8)_3$

Ip. $g, h : A (\subseteq \mathbb{R}) \to \mathbb{R}$; $c \in \bar{D}A$;

$$\lim_{x \to c} h(x) = -\infty$$

$g(x) \leq h(x)$ DEFINITIVAMENTE PER $x \to c$

Ts. $\lim_{x \to c} g(x) = -\infty$

9) TEOREMI SUL LIMITE DELLA FUNZIONE PRODOTTO

9_1) Ip. $f, g : A (\subseteq \mathbb{R}) \to \mathbb{R}$; $c \in DA$;

$\lim_{x \to c} f(x) = a \in \mathbb{R}$; $\lim_{x \to c} g(x) = b \in \mathbb{R}$

Ts. $\lim_{x \to c} f(x) g(x) = ab$

9^*) Ip. $f : A (\subseteq \mathbb{R}) \to \mathbb{R}$; $c \in DA$

Ts. SONO FATTI EQUIVALENTI :

1) $\lim_{x \to c} f(x) = +\infty$;

2) $\lim_{x \to c} [-f(x)] = -\infty$

9_{2A}) Ip. $f, g : A (\subseteq \mathbb{R}) \to \mathbb{R}$; $c \in DA$;

$\lim_{x \to c} f(x) = +\infty$;

$\exists h > 0 :$ $g(x) \geq h$ DEFINITIVAMENTE PER $x \to c$

Ts. $\lim_{x \to c} f(x) g(x) = +\infty$

<u>DIMOSTRAZIONE</u>. PER IPOTESI SI HA CHE :

$\forall K > 0 \ \exists V_1 \in \mathcal{U}(c) : \forall x \in V_1 \cap A \setminus \{c\} \Rightarrow f(x) > K$;

$\exists h > 0 \ \exists V_2 \in \mathcal{U}(c) : \forall x \in V_2 \cap A \setminus \{c\} \Rightarrow g(x) > h$;

DI CONSEGUENZA SI HA PURE:

$$\forall x \in (V_1 \cap V_2) \cap A \setminus \{c\} \Rightarrow f(x)g(x) > kh.$$

PER DIMOSTRARE LA TESI OCCORRE PROVARE CHE

$$\forall M > 0 \quad \exists V \in \mathcal{U}(c): \quad \forall x \in V \cap A \setminus \{c\} \Rightarrow f(x)g(x) > M.$$

PER DIMOSTRARE CIO' SI RAGIONA NEL MODO SEGUENTE: FISSATO UN $\forall M > 0$, SI SCEGLIE $K > 0$ IN MODO CHE $Kh > M$, CIOE' $K > \frac{M}{h}$, E SI DETERMINA L'INTORNO $V_1 \in \mathcal{U}(c)$ PER CUI E' VERO CHE

$$\forall x \in V_1 \cap A \setminus \{c\} \Rightarrow f(x) > K.$$

ALLORA PRENDENDO $V = V_1 \cap V_2 \in \mathcal{U}(c)$ SI HA:

$$\forall x \in V \cap A \setminus \{c\} \Rightarrow f(x)g(x) > Kh > M$$

E CIO' PROVA LA TESI.

(9)$_{2B}$ Ip. $f, g: A (\subseteq \mathbb{R}) \to \mathbb{R}$; $c \in \overline{D}A$;

$\lim_{x \to c} f(x) = +\infty$;

$\exists h > 0$: $g(x) \leq -h$ DEFINITIVAMENTE PER $x \to c$

Ts. $\lim_{x \to c} f(x)g(x) = -\infty$

9_{2c} Ip. $f, g : A(\subseteq \mathbb{R}) \to \mathbb{R}$; $c \in \bar{D}A$;

$$\lim_{x \to c} f(x) = -\infty \; ;$$

$\exists h > 0 : g(x) \geq h$ DEFINITIVAMENTE PER $x \to c$

Ts. $$\lim_{x \to c} f(x) g(x) = -\infty$$

9_{2b} Ip. $f, g : A(\subseteq \mathbb{R}) \to \mathbb{R}$; $c \in \bar{D}A$;

$$\lim_{x \to c} f(x) = -\infty \; ;$$

$\exists h > 0 : g(x) \leq -h$ DEFINITIVAMENTE PER $\cancel{x} \to c$

Ts. $$\lim_{x \to c} f(x) g(x) = +\infty$$

UTILIZZANDO I PRECEDENTI TEOREMI ED IL TEOREMA 2 SI PUO' TROVARE IL LIMITE DELLA FUNZIONE PRODOTTO $f(x) g(x)$ SE SI CONOSCONO I LIMITI DELLE DUE FUNZIONI f E g E NON SI SIA IN PRESENZA DELLA FORMA INDETERMINATA $\infty \cdot 0$.

9_3 Ip. $f, g : A(\subseteq \mathbb{R}) \to \mathbb{R}$; $c \in \bar{D}A$

$$\lim_{x \to c} f(x) = 0 \; ;$$

g LIMITATA DEFINITIVAMENTE PER $x \to c$

Ts. $$\lim_{x \to c} f(x) g(x) = 0$$

(10) TEOREMI SUL LIMITE DI $\frac{1}{f}$.

$(10)_1$ Ip $f: A (\subseteq \mathbb{R}) \to \mathbb{R}$; $c \in \bar{D}A$

$$\lim_{x \to c} f(x) = l \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

Ts. $$\lim_{x \to c} \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{l}$$

$(10)_2$ Ip $f: A (\subseteq \mathbb{R}) \to \mathbb{R}$; $c \in \bar{D}A$

$$\lim_{x \to c} |f(x)| = +\infty$$

Ts. $$\lim_{x \to c} \frac{1}{f(x)} = 0$$

$(10)_3$ Ip $f: A (\subseteq \mathbb{R}) \to \mathbb{R}$; $c \in \bar{D}A$

$$\lim_{x \to c} f(x) = 0$$

$f(x) \neq 0$ DEFINITIVAMENTE PER $x \to c$

Ts. $$\lim_{x \to c} \left|\frac{1}{f(x)}\right| = +\infty.$$

USANDO I PRECEDENTI TEOREMI ED I TEOREMI (9) SI PUO' TROVARE IL LIMITE DEL RAPPORTO $\frac{f(x)}{g(x)} = f(x) \cdot \frac{1}{g(x)}$ SE SI CONOSCONO I LIMITI DI ENTRAMBE LE FUNZIONI f E g E NON SI E' IN PRESENZA

DI UNA DELLE DUE FORME INDETERMINATE

$\frac{\infty}{\infty}$ E $\frac{0}{0}$.

PER I PROSSIMI TEOREMI:

- TEOREMA SUL LIMITE DELLE RESTRIZIONI
- TEOREMA SUL LIMITE DELLE RESTRIZIONI "LARGHE"
- TEOREMA SUL LIMITE DELLA FUNZIONE COMPOSTA,

DI CUI SI PARLERA' DOMANI IN AULA, NON PROSEGUO LA NUMERAZIONE DATO CHE ESSI NON HANNO UN VERO E PROPRIO CORRISPONDENTE TRA I TEOREMI SUI LIMITI DELLE SUCCESSIONI.