

Università degli Studi di Catania
Facoltà di Scienze Matematiche Fisiche e Naturali
Corso di laurea triennale in Matematica per le Applicazioni

Programma del corso di Sistemi Dinamici

Anno Accademico 2007/2008

(Prof. Giuseppe Mulone)

1. **Introduzione ai sistemi dinamici.** Definizioni ed esempi: conto bancario, oscillatore armonico, pendolo semplice, crescita economica di uno stato, dinamica di una popolazione, modello di Malthus, modello logistico, dinamica di due popolazioni biologiche, modello preda – predatore, metodo di Newton per gli zeri di una funzione.

2. **Sistemi dinamici lineari.** Sistemi di dimensione uno: caso discreto, metodo analitico, analisi grafica. Caso continuo. Sistemi dinamici in dimensione maggiore di 1. Matrice dei coefficienti del sistema lineare diagonalizzabile, esponenziale di una matrice. Stabilità e instabilità lineare. Rappresentazione geometrica mediante campi vettoriali. Matrice non diagonalizzabile. Ritratti di fase in dimensione uno e due. Punto sella, nodo, fuoco, centro, pozzo e sorgente.

3. **Sistemi non lineari.** Punti fissi: caso discreto e continuo. Stabilità e instabilità dei punti fissi. Stabilità globale. Linearizzazione. Punti di equilibrio iperbolici. Enunciati dei teoremi della varietà stabile e di Hartman-Grobman. Sistemi differenziali topologicamente equivalenti e topologicamente coniugati. Esempi. Metodo di Lyapunov. Teorema di Lyapunov (stabilità, instabilità e stabilità asintotica). Il principio di invarianza di Krasovskii-LaSalle. Teorema di Dirichlet-Lagrange. Sistemi gradiente. Insiemi alfa-limite e omega-limite di una traiettoria. Sistemi hamiltoniani. Applicazioni in dimensione due. Insiemi limiti e attrattori. Orbita limite. Orbite periodiche, cicli limiti, cicli separatori. Ciclo limite stabile, semi-stabile, instabile, asintoticamente stabile. Orbite omocline ed eterocline. Mappa di Poincaré. Enunciato del teorema di esistenza della mappa di Poincaré e di Poincaré-Bendixon.

4. **Sistemi non lineari, periodicità e caos.** Sistemi strutturalmente stabili e instabili. Sistemi dinamici continui. Parametro di biforcazione. Diagramma di biforcazione. Biforcazione sella-nodo, transcritica, a forchetta, di Hopf. Enunciato del teorema di biforcazione di Hopf. Sistema di Lorenz, attrattore strano. Caso discreto. Periodicità, stabilità dei punti periodici. Biforcazione tangente (sella-nodo), a forchetta (di periodo doppio), transcritica. Esempi. Caos e dinamica simbolica.

5. **Frattali.** Idea di frattale. Insieme di Cantor dei terzi medi. Insieme di Cantor. Triangolo di Sierpinski. Fiocco di neve di Koch. Contrazioni. Teorema di Banach-Caccioppoli. Norma spettrale. Insiemi compatti e distanza di Hausdorff. Metrica di Hausdorff. Sistemi di funzioni Iterate (IFS). Applicazioni. Dimensione frattale (di Kolmogorov), applicazioni.

Testi di riferimento e consultazione:

L. Perko, *Differential equations and dynamical systems*, 3rd ed. - New York : Springer-Verlag, 2001.

M. W. Hirsch, S. Smale, *Differential equations, dynamical systems, and linear algebra*, New York : Academic Press, 1974.

E. Scheinerman, *Invitation to Dynamical Systems*, <http://www.mts.jhu.edu/~ers/book.pdf>.

E. Salinelli, F. Tomarelli, *Modelli dinamici discreti*, Milano : Springer-Verlag Italia, 2002.

S. Lynch, *Dynamical systems with applications using Maple*, Birkhauser, 2001 (II ed. 2007).

S. Lynch, *Dynamical Systems with Applications using MATLAB*, Birkhäuser 2004.

S.H. Strogatz, *Nonlinear Dynamics and Chaos: With Applications to Physics, Biology, Chemistry and Engineering*, Westview Press, 2000.