



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI CATANIA  
FACOLTÀ DI SCIENZE MATEMATICHE, FISICHE E NATURALI  
CORSO DI LAUREA SPECIALISTICA IN MATEMATICA

A.A. 2009/2010

**Corso mono-disciplinare di: Fondamenti di Meccanica Teorica**

**Docente:**

Massimo Trovato

tel. 0957383075

fax 0957337055

e-mail: trovato@dmi.unict.it

<http://www.dmi.unict.it/~trovato/>

**Obiettivi:**

L'insegnamento si propone di fornire i concetti e gli strumenti di calcolo propri della Fisica-Matematica necessari per la comprensione i) della Meccanica Analitica, ii) della Teoria dei Campi Elettromagnetici nell'ambito della Relatività Ristretta, iii) della Meccanica quantistica con cenni di Meccanica Statistica per sistemi di particelle identiche.

**Contenuti:**

Elementi di Meccanica Analitica: Sistema Lagrangiano. Funzionale di Hamilton. Variazione di un funzionale per variazioni asincrone e ad estremi non fissi nello Spazio delle Configurazioni. Principio di Hamilton. Equazioni di Lagrange. Trasformazioni di coordinate ed invarianza delle Eq. di Lagrange. Trasformazioni infinitesime. Teorema di Noether. Simmetrie e leggi di conservazioni. Applicazioni del teorema di Noether. Invarianza per traslazioni. Invarianza per rotazioni. Conservazione dell'energia. Principio di Azione Stazionaria di Maupertius per variazioni isoenergetiche ad estremi fissi e sua interpretazione geometrica. Formalismo Hamiltoniano nello Spazio delle Fasi. Funzione Hamiltoniana. Trasformazione di Legendre ed Eq. di Hamilton. Equazioni di Hamilton dedotte da un principio variazionale ed applicazioni nello spazio delle fasi. Parentesi di Poisson. Integrali primi. Teorema di Poisson ed applicazioni.

Formalismo Lagrangiano per la Teoria dei Campi Elettromagnetici in Relatività Ristretta: Richiami di relatività ristretta. Traiettorie di un punto materiale libero, formulazione Lagrangiana ed equazioni di moto dedotte da un principio variazionale. Particella carica in un campo elettromagnetico. 4-potenziale, Campo Elettrico e Campo Magnetico, Tensore del Campo Elettromagnetico. Lagrangiana di interazione. Lagrangiana del Campo Elettromagnetico. Gauge invarianza e legge di conservazione della carica. Prima coppia di equazioni di Maxwell. Lagrangiana di una funzione di campo. Funzionale di una funzione di campo. Equazioni di campo dedotte dalla variazione del funzionale di campo. Azione associata al Campo Elettromagnetico. Invarianti del Campo Elettromagnetico. II coppia di equazioni di Maxwell nell'ambito di una teoria lineare. Formulazione per le equazioni non lineari di Maxwell, interpretazione microscopica, produzioni di coppie, polarizzazione del vuoto, verifiche sperimentali.

Elementi di Meccanica Quantistica e cenni di Meccanica Statistica: Teoria ondulatoria di De Broglie. Principio di Fermat e connessioni con il Principio di Azione Stazionaria di Maupertius. Analogie formali con la teoria ondulatoria del Campo Elettromagnetico. Comportamento particolare della radiazione elettromagnetica. Effetto fotoelettrico. Effetto Compton. Richiami di

ottica, fenomeni di diffrazione ed interferenza per il Campo Elettromagnetico. Fenomeni di diffrazione ed interferenza per particelle dotate di massa. Esperimento ideale di Feynman. Funzione d'onda e la sua interpretazione in termini di ampiezza di probabilità. Formalizzazione della teoria. Notazione degli stati Ket e Bra in uno spazio di Hilbert. Prodotto scalare e funzione d'onda. Osservabili, Operatori e loro proprietà. Rappresentazione matriciale degli operatori. Autovalori ed autovettori. Spettro discreto e spettro continuo di un operatore. Operatori di proiezione. Commutatore ed anticommutatore tra due operatori. Funzione di un operatore. Trasformazioni unitarie ed operatori unitari. Trasformazioni unitarie infinitesime e finite. Valore medio di una osservabile. Dispersione attorno ad un valore centrale. Osservabile Posizione " $\mathbf{r}$ ". Trasformazioni di simmetria. Traslazioni infinitesime e generatori, traslazioni finite. Osservabile impulso " $\mathbf{p}$ ". Commutatore tra le componenti degli operatori posizione ed impulso, analogia con le parentesi di Poisson. Funzione d'onda nella rappresentazione delle coordinate e degli impulsi. Relazione di indeterminazione tra l'operatore posizione e l'operatore impulso e sua interpretazione fisica. Cenni sullo sviluppo di teorie non locali e delle statistiche quantistiche come conseguenze della relazione di indeterminazione "posizione-impulso". Rotazioni finite, infinitesime e generatori. Proprietà generali dell'operatore momento angolare " $\mathbf{J}$ " e suoi autovalori. Momento angolare orbitale e momento angolare di spin. Rappresentazione Matriciale. Rappresentazione matriciale del momento angolare di spin, matrici di Pauli. Calcolo dei commutatori  $[\mathbf{p}, f(\mathbf{r})]$ ,  $[\mathbf{r}, f(\mathbf{p})]$ ,  $[\mathbf{J}, f(\mathbf{r})]$ ,  $[\mathbf{J}, f(\mathbf{p})]$ . Relazioni di indeterminazione per le componenti dell'operatore momento angolare. Evoluzione temporale degli stati. Traslazione temporale ed operatore di evoluzione temporale. Traslazioni temporali infinitesime e finite. Operatore Hamiltoniano. Propagatore. Rappresentazione di Schrodinger. Rappresentazione di Heisenberg. Equazione di evoluzione temporale per gli operatori nella Rappresentazione di Heisenberg. Analogia con la Meccanica Classica. Invarianza delle *ampiezze di probabilità*, dei *valori medi di aspettazione*, delle *Relazioni di Indeterminazione*, nelle due rappresentazioni. Invarianza di " $H$ " e leggi di conservazione. Equaz. di Schrodinger. Teorema di Ehrenfest e limite classico, applicazioni. Teoria delle perturbazioni indipendenti dal tempo in assenza di degenerazione ed in presenza di degenerazione. Applicazioni. Teoria delle perturbazioni dipendenti dal tempo, Applicazioni ai fenomeni collisionali, relazione di indeterminazione energia-tempo. Cenni sulla non località temporale dovuta ai processi collisionali, ai processi non-Markoviani ed ai corrispondenti effetti di memoria dovuti alle collisioni. Sistemi di particelle identiche, Operatore di scambio. Spazio di Fock, funzioni d'onda simmetriche ed antisimmetriche per Fermioni e Bosoni. Proprietà generali. Fenomeni di scambio dovuti alla indistinguibilità delle particelle identiche, studio analitico utilizzando la teoria delle perturbazioni (caso degenerare dovuto allo spin) relativamente ad un sistema di due fermioni con formazione di stati di Tripletto e Singoletto. Statistiche quantistiche come conseguenza della indistinguibilità delle particelle. Calcolo del Peso Statistico e Calcolo della Entropia per un gas di Boltzmann, per un gas di Fermi e per un gas di Bose. Principio di Massima Entropia nel caso discreto all'equilibrio per Fermioni e Bosoni. Principio di Massima Entropia nel caso continuo nello spazio delle fasi ed in condizioni di non equilibrio per Fermioni e Bosoni.

**CFU: 6**

**Semestre:** primo

**Modalità di esame:** esame orale

## **Testi consigliati:**

### Elementi di Meccanica Analitica:

- 1) Appunti del docente.
- 2) H. Goldstein "Meccanica classica" Zanichelli 1971.
- 3) L.D. Landau E. M. Lifshits "Fisica teorica. Vol. 1: Meccanica" Editori Riuniti.
- 4) A. Strumia "Meccanica razionale".
- 5) R. Esposito "Appunti dalle Lezioni di Meccanica razionale".
- 6) Valter Moretti "FISICA MATEMATICA I: Elementi di Meccanica Razionale, Meccanica Analitica e Teoria della Stabilità".
- 7) Sergio Benenti "Lezioni di Meccanica Razionale"

### Formalismo Lagrangiano per la Teoria dei Campi Elettromagnetici in Relatività Ristretta:

- 1) Appunti del Docente.
- 2) L.D. Landau E. M. Lifshits "Fisica teorica. Vol. 2: Teoria dei Campi" Editori Riuniti 1981.
- 3) H. Goldstein "Meccanica classica" Zanichelli 1971.

### Elementi di Meccanica Quantistica e cenni di Meccanica Statistica:

- 1) Appunti del Docente
- 2) S.A. Davidov "Meccanica Quantistica", Edit. MIR 1981.
- 3) J. J. Sakurai "Meccanica Quantistica Moderna" Zanichelli 1990.
- 4) A. Messiah: "Quantum Mechanics", Vol. 1 e 2, ed. North-Holland.
- 5) R. P. Feynman, et al.: "The Feynman Lectures on Physics", Vol III, ed. Addison-Wesley.L.
- 6) L. I. Schiff, "Quantum Mechanics", McGraw-Hill Book Company 1949.
- 7) L.D. Landau E. M. Lifshits "Fisica Teorica Vol.5 :Fisica Statistica" Editori Riuniti 1978.