

Controllo di un Braccio Robotico (Pendolo Reale)

Corrado Santoro

ARSLAB - Autonomous and Robotic Systems Laboratory

Dipartimento di Matematica e Informatica - Università di Catania, Italy

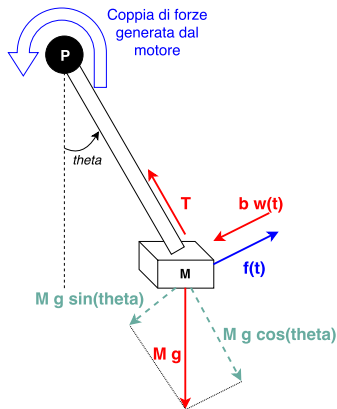
santoro@dmi.unict.it



Programmazione Sistemi Robotici

Modello di Giunto Robotico

- Consideriamo un giunto robotico pilotato da un motore elettrico incardinato in P
- Al giunto è connessa un'asta rigida (di massa trascurabile)
- Alla fine dell'asta è connesso un carico di massa M
- Il motore in P genera una coppia che si riflette nell'applicazione della forza $f(t)$ sulla massa M
- Consideriamo un sistema di **coordinate polari** dove:
 - θ , *posizione angolare*
 - $\omega = \dot{\theta}$, *velocità angolare*
 - $\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\theta}$, *accelerazione angolare*

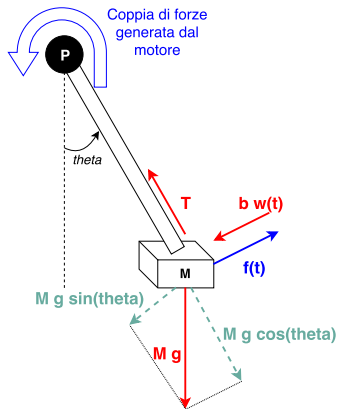


Modello di Giunto Robotico

Forze Coinvolte

- $f(t)$, risultante della coppia generata dal motore applicata alla massa
- T , reazione vincolare dell'asta
- $b \omega = b \dot{\theta}$, resistenza (attrito) dell'aria
- $M g$, forza peso
- $M g \cos \theta$, componente della forza peso lungo la direzione dell'asta
- $M g \sin \theta$, componente della forza peso lungo la perpendicolare alla direzione dell'asta
- Secondo principio della dinamica in coordinate polari:

$$\sum F = M \alpha = M \ddot{\theta}$$



Modello di Giunto Robotico

Equazioni

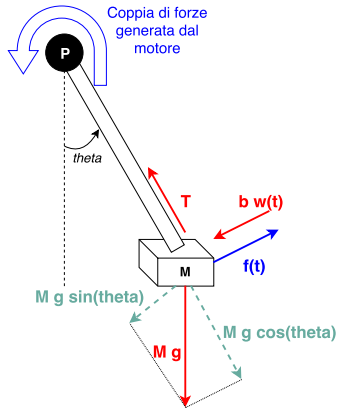
$$T = Mg \cos \theta$$

$$f - Mg \sin \theta - b\omega = M \alpha$$

Siamo interessati solo alla seconda:

$$f - Mg \sin \theta - b\dot{\theta} = M \ddot{\theta}$$

La quale risulta essere un'equazione differenziale del **secondo ordine** (contiene la derivata seconda) **non lineare!!** (contiene $\sin \theta$)



Discretizzazione

Introduciamo la velocità angolare $\omega = \dot{\theta}$, otteniamo:

$$f - Mg \sin \theta - b\omega = M \dot{\omega}$$

Discretizziamo il sistema:

$$f(k) - Mg \sin \theta(k) - b\omega(k) = M \frac{\omega(k+1) - \omega(k)}{\Delta T}$$

da cui:

$$\begin{aligned}\omega(k+1) &= \omega(k) - g\Delta T \sin \theta(k) - \frac{b\Delta T}{M}\omega(k) + \frac{\Delta T}{M}f(k) \\ \theta(k+1) &= \theta(k) + \Delta T\omega(k)\end{aligned}$$

Pendolo Reale

```
GRAVITY = 9.81

class Pendolo:

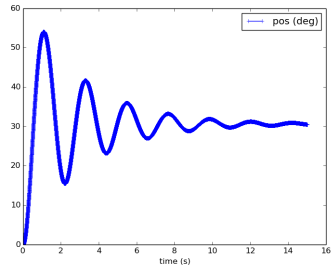
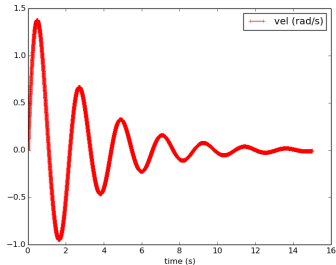
    def __init__(self, _M, _b):
        self.w = 0
        self.theta = 0
        self.M = _M
        self.b = _b

    def evaluate(self, _input, delta_t):
        w_temp = self.w - GRAVITY * delta_t * math.sin(self.theta) + \
            delta_t * _input / self.M - self.b * delta_t * self.w / self.M
        self.theta = self.theta + delta_t * self.w
        self.w = w_temp

    def normalized_theta(self):
        t = self.theta
        while t > math.pi:
            t = t - 2*math.pi
        while t < -math.pi:
            t = 2*math.pi + t
        return t
```

Comportamento del pendolo con ingresso costante

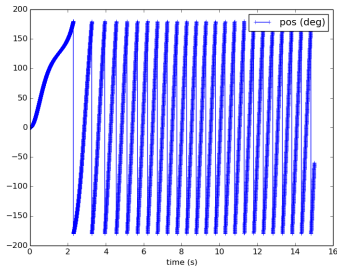
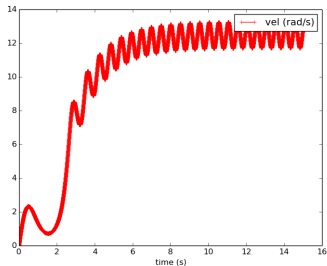
$$M = 6 \text{ kg}, b = 4 \text{ Kg/s}, F = 30 \text{ N}$$



Comportamento del pendolo con ingresso costante

$$M = 6 \text{ kg}, b = 4 \text{ Kg/s}, F = 50 \text{ N}$$

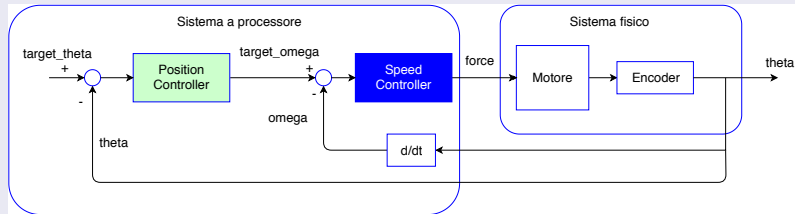
Se la spinta è superiore a 48 N, si innescano le rotazioni:



Controllo in velocità e posizione del braccio robotico

Controllo in Velocità e Posizione

Schema di Controllo

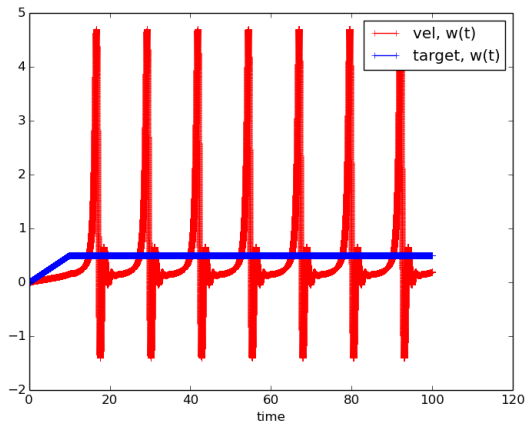


Controllori utilizzati

- PI (o PID), per il loop di velocità
- Generatore di profilo trapezoidale, per il loop di posizione

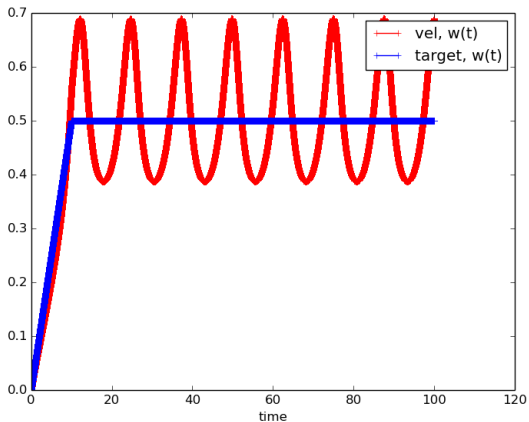
Comportamento del controllore di velocità

$M = 6 \text{ kg}$, $b = 4 \text{ Kg/s}$, $K_P = 10$, $K_I = 20$, $Sat = 100 \text{ N}$



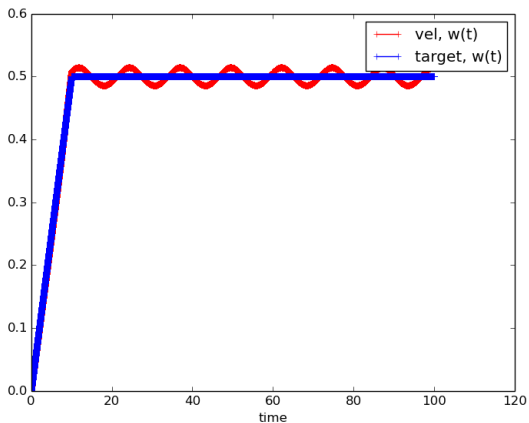
Comportamento del controllore di velocità

$M = 6 \text{ kg}$, $b = 4 \text{ Kg/s}$, $K_P = 100$, $K_I = 200$, $Sat = 100 \text{ N}$



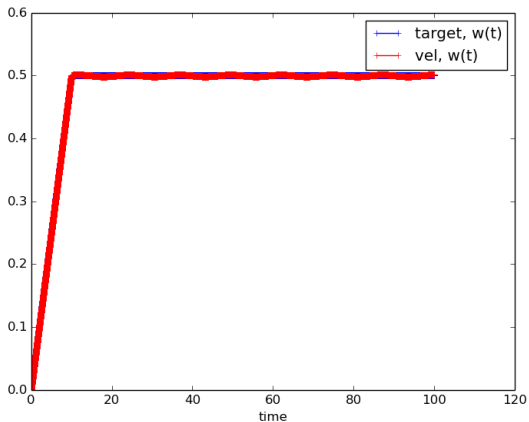
Comportamento del controllore di velocità

$M = 6 \text{ kg}$, $b = 4 \text{ Kg/s}$, $K_P = 1000$, $K_I = 2000$, $Sat = 100 \text{ N}$



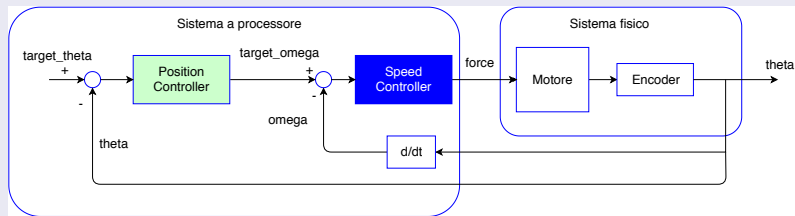
Comportamento del controllore di velocità

$M = 6 \text{ kg}$, $b = 4 \text{ Kg/s}$, $K_P = 10000$, $K_I = 20000$, $Sat = 100 \text{ N}$



Controllo in Velocità e Posizione

Schema di Controllo

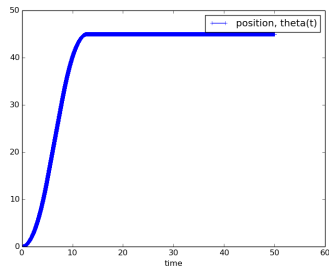
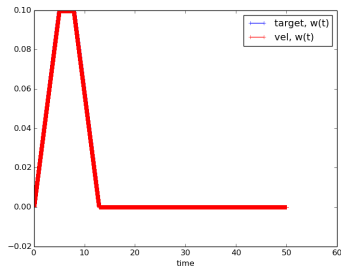


Controllo in Posizione

- $\omega_{max} = 0.1 rad/s$
- $acc = 0.02 rad/s^2$
- $dec = 0.02 rad/s^2$

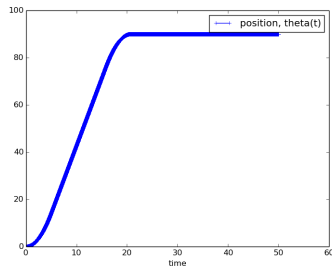
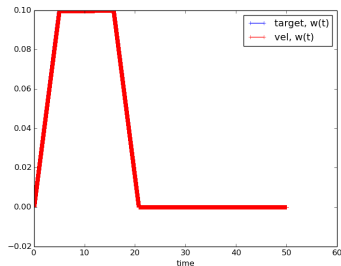
Comportamento del controllore di posizione

Target = 45 gradi



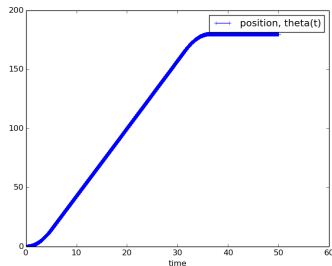
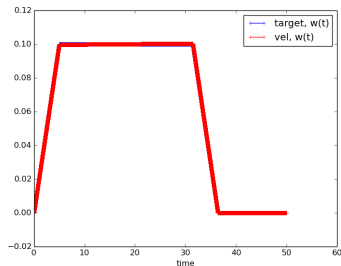
Comportamento del controllore di posizione

Target = 90 gradi



Comportamento del controllore di posizione

Target = 180 gradi



Controllo di un Braccio Robotico (Pendolo Reale)

Corrado Santoro

ARSLAB - Autonomous and Robotic Systems Laboratory

Dipartimento di Matematica e Informatica - Università di Catania, Italy

santoro@dmi.unict.it



Programmazione Sistemi Robotici