

Controllo di un Multirottore (Modello Semplificato)

Corrado Santoro

ARSLAB - Autonomous and Robotic Systems Laboratory

Dipartimento di Matematica e Informatica - Università di Catania, Italy

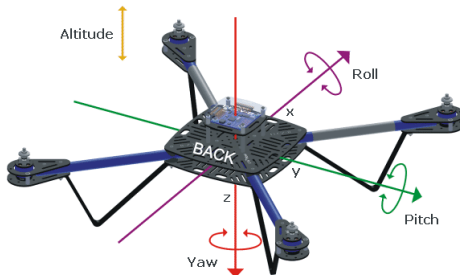
`santoro@dmi.unict.it`

Un **multirotore** (a.k.a. “drone”) è un velivolo caratterizzato da:

- Un **numero pari** di *eliche orizzontali* uguali fra loro, ≥ 4 , poste simmetricamente in un forma circolare
- Un frame **simmetrico/bilanciato**
- Capacità di **VTOL** (Vertical Take-off and Landing)
- **Quattro gradi di libertà**, *XYZ + Heading*
- **Nessun aspetto critico** dal punto di vista meccanico/aerodinamico
- Controllo totalmente in **software**, nessuna parte meccanica in movimento (a parte le eliche in rotazione)

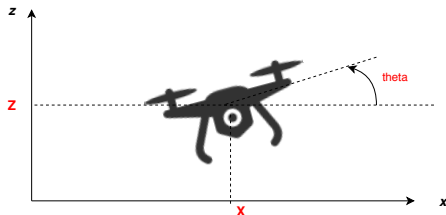
Sistema di riferimento

- Il **sistema di riferimento** normalmente impiegato è quello indicato in figura
- Il sistema di riferimento usa gli **angoli di Eulero** che rappresentano l'**assetto**:
 - **roll**, ϕ
 - **pitch**, θ
 - **yaw**, ψ
- La **posa** di un multirotore è rappresentata da:
 - $\{X, Y, Z, \phi, \theta, \psi\}$, dove X, Y, Z sono le **coordinate geografiche**



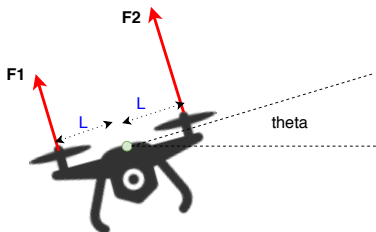
Dinamica Semplicata

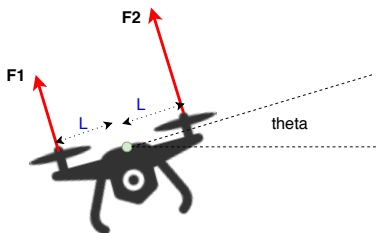
- Per comprendere la dinamica, usiamo un **modello semplificato bidimensionale**
- La **posa** è qui rappresentata dalla terna $\{X, Z, \theta\}$:
 - X
 - Z , altitudine
 - θ , inclinazione rispetto all'orizzonte



Dinamica Rotazionale

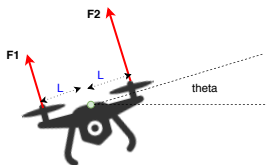
- Ogni elica (supponiamo di considerarne solo 2) produce una spinta perpendicolare al suo piano di rotazione
- Se le spinte non sono uguali, il risultato è la comparsa di un **moto di rotazione** attorno al baricentro la cui velocità dipende dall'intensità dello sbilanciamento
- Per modellare il moto usiamo la **seconda legge di Newton rotazionale**: la somma dei **momenti** delle forze è uguale al **momento di inerzia** del corpo per l'**accelerazione angolare**





- Detti:
 - M , la massa del quadrirotore
 - $I = \frac{1}{12} M(2L)^2$, il momento di inerzia del quadrirotore (equiparato ad un asta rigida di lunghezza $2L$ e massa M)
- otteniamo:

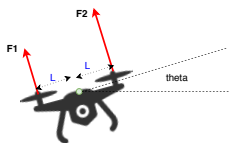
$$F_2 L - F_1 L = I \ddot{\theta}$$



$$F_2 L - F_1 L = I \ddot{\theta}$$

- Introducendo velocità angolare $\omega = \dot{\theta}$ otteniamo il sistema dinamico:
- otteniamo:

$$\begin{cases} \dot{\theta} = \omega \\ \dot{\omega} = \frac{L}{I}(F_2 - F_1) \end{cases}$$

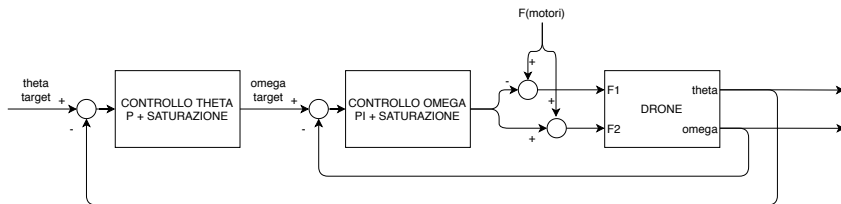


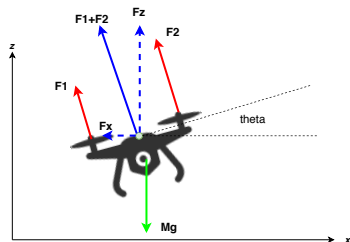
$$\begin{cases} \dot{\theta} = \omega \\ \dot{\omega} = \frac{L}{I}(F_2 - F_1) \end{cases}$$

Discretizzazione:

$$\begin{cases} \theta(k+1) = \theta(k) + \Delta T \omega(k) \\ \omega(k+1) = \omega(k) + \Delta T \frac{L}{I} (F_2 - F_1) \end{cases}$$

Schema di Controllo della rotazione

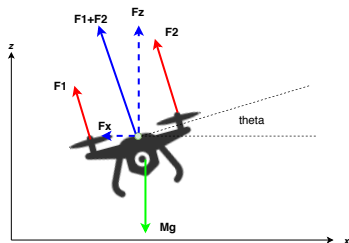




$$(F_1 + F_2)\sin(-\theta) - bv_x = M\dot{v}_x$$

- dove $-bv_x$ è la resistenza dell'aria (attrito viscoso)
- otteniamo:

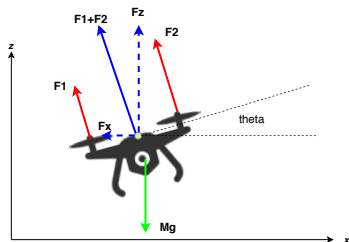
$$\begin{cases} \dot{x} = v_x \\ \dot{v}_x = -\frac{b}{M}v_x + \frac{F_1+F_2}{M}\sin(-\theta) \end{cases}$$



$$\begin{cases} \dot{x} &= v_x \\ \dot{v}_x &= -\frac{b}{M} v_x + \frac{F_1+F_2}{M} \sin(-\theta) \end{cases}$$

Discretizziamo:

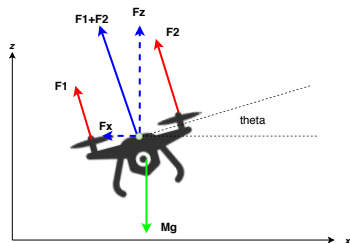
$$\begin{cases} x(k+1) &= x(k) + \Delta T v_x(k) \\ v_x(k+1) &= (1 - \Delta T \frac{b}{M}) v_x(k) + \Delta T \frac{F_1+F_2}{M} \sin(-\theta) \end{cases}$$



$$(F_1 + F_2)\cos\theta - bv_z - Mg = M\dot{v}_z$$

• otteniamo:

$$\begin{cases} \dot{z} = v_z \\ \dot{v}_z = -\frac{b}{M}v_z + \frac{F_1+F_2}{M}\cos\theta - g \end{cases}$$

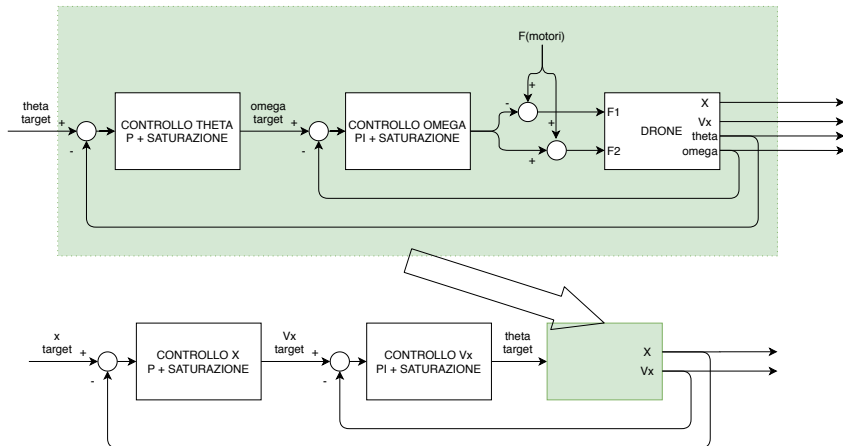


$$\begin{cases} \dot{z} = v_z \\ \dot{v}_z = -\frac{b}{M}v_z + \frac{F_1+F_2}{M}\cos\theta - g \end{cases}$$

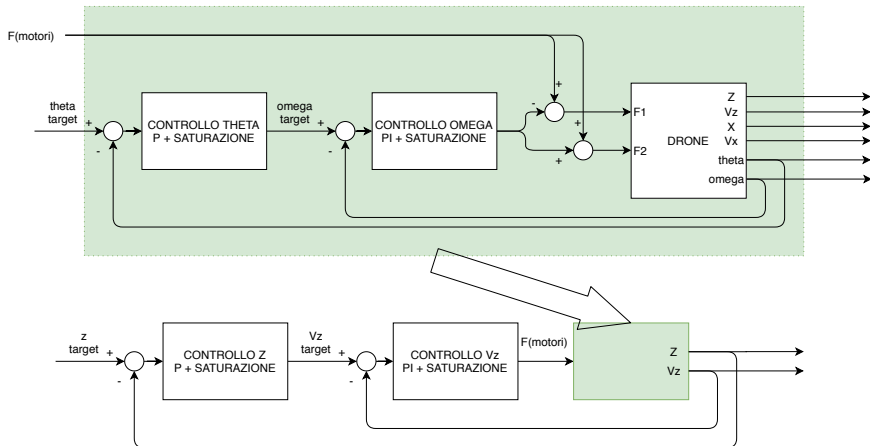
Discretizziamo:

$$\begin{cases} z(k+1) = z(k) + \Delta T v_z(k) \\ v_z(k+1) = (1 - \Delta T \frac{b}{M})v_z(k) + \Delta T \frac{F_1+F_2}{M}\cos\theta - \Delta T g \end{cases}$$

Schema di Controllo della traslazione orizzontale



Schema di Controllo della traslazione verticale



Dati da usare

- Massa, $M = 1 \text{ Kg}$
- Lunghezza bracci, $L = 0.25 \text{ m}$
- Coefficiente di attrito viscoso, $b = 7 \cdot 10^{-5}$
- Forza massima di spinta motori, 15 N
- Inclinazione massima, $\theta_{max} = 0.52 \text{ rad}$ (circa 30 gradi)
- Velocità di rotazione massima, $\omega_{max} = 1.57 \text{ rad/s}$ (circa 90 gradi al secondo)
- Velocità di traslazione massima (sia X che Z), $V_{max} = 2 \text{ m/s}$

Controllo di un Multirottore (Modello Semplificato)

Corrado Santoro

ARSLAB - Autonomous and Robotic Systems Laboratory

Dipartimento di Matematica e Informatica - Università di Catania, Italy

`santoro@dmi.unict.it`