

Controllo in posizione con profilo di velocità

Corrado Santoro

ARSLAB - Autonomous and Robotic Systems Laboratory

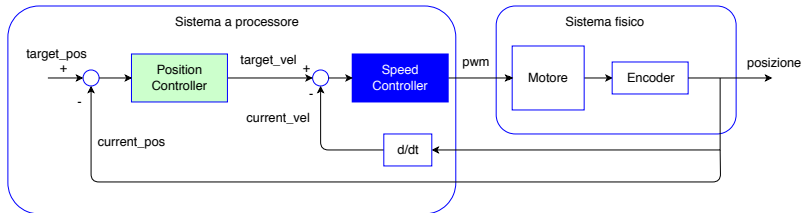
Dipartimento di Matematica e Informatica - Università di Catania, Italy

santoro@dmi.unict.it



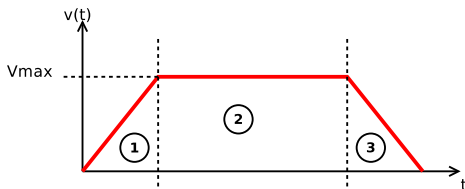
Programmazione Sistemi Robotici

Controllore di posizione



- La tecnica di controllo alternativa al semplice controllo "P" prevede l'uso di un **algoritmo software** che genera il **profilo di velocità** da seguire per poter raggiungere la posizione target.

Profilo di Velocità



- I tipici profili di velocità dei sistemi meccanici prevedono tre fasi:
 - 1 Una prima fase di **accelerazione**, parametro $a_1 = cost$
 - 2 Una fase di *crociera* a **velocità costante**, $a_2 = 0$, $v = V_{max}$
 - 3 Una fase di **decelerazione**, con parametro $a_3 = cost$
- L'obiettivo è far sì che, al termine della fase di decelerazione, la massa da controllare si trovi effettivamente alla **posizione target**
- Il controllore è totalmente determinato dai **parametri** a_1 , V_{max} e a_3 , più il tempo di campionamento ΔT .

Profilo di Velocità e Moto uniformemente accelerato

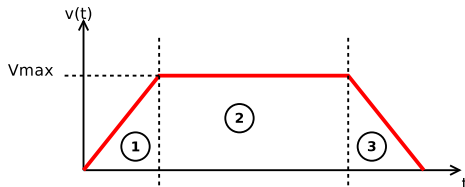
Per determinare l'algoritmo del controllore, useremo le formule del **moto uniformemente accelerato** che qui ricordiamo:

$$a = \text{cost}$$

$$v(t) = v(0) + at$$

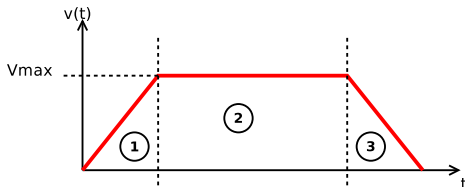
$$x(t) = x(0) + v(0)t + \frac{1}{2}at^2$$

Implementazione delle fasi



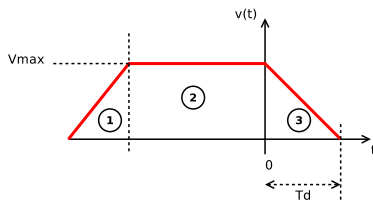
- Le fasi 1 e 2 sono abbastanza semplici: si tratta di incrementare la velocità, ad ogni step di simulazione, del valore $a_1 \Delta T$, fino alla saturazione V_{max} :

Implementazione delle fasi



- Per implementare la fase **3** è necessario identificare il punto in cui la fase 3 stessa **deve cominciare**
- Poichè possiamo conoscere la **distanza** (errore) tra la posizione corrente $x(t)$ e la posizione target $d = X_{target} - x(t)$, possiamo usare questa informazione per calcolare **a quale distanza deve iniziare la decelerazione**
- Determiniamo quindi la **distanza di decelerazione**

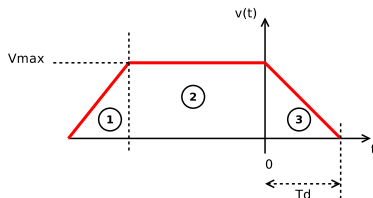
Implementazione della fase 3



- Operiamo una **traslazione temporale** e consideriamo il tempo 0 l'inizio della fase 3
- Usando la formula del moto uniformemente accelerato, calcoliamo il **tempo necessario per arrivare a velocità zero** (tempo di decelerazione) T_D :

$$\begin{aligned}v(T_D) &= v(0) + a_3 T_D \\0 &= V_{max} + a_3 T_D \\T_D &= -\frac{V_{max}}{a_3}\end{aligned}$$

Implementazione della fase 3



$$\begin{aligned}v(T_D) &= v(0) + a_3 T_D \\0 &= V_{max} + a_3 T_D \\T_D &= -\frac{V_{max}}{a_3}\end{aligned}$$

- Il segno “meno” è normale perchè, essendo a_3 **negativo** (è una decelerazione), accade che T_D risulti alla fine **positivo**.

Implementazione della fase 3

- Determiniamo a questo punto la **distanza di decelerazione**
 $X_D = x(T_D)$:
- Se la distanza dal target è inferiore a X_D allora siamo nella fase di decelerazione.

$$x(T_D) = x(0) + v(0)T_D + \frac{1}{2}a_3T_D^2$$

$$x(T_D) = 0 + V_{max}T_D + \frac{1}{2}a_3T_D^2$$

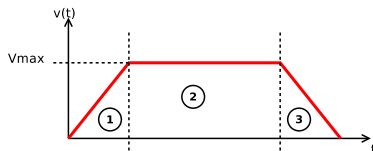
$$x(T_D) = V_{max}\left(-\frac{V_{max}}{a_3}\right) + \frac{1}{2}a_3\left(-\frac{V_{max}}{a_3}\right)^2$$

$$x(T_D) = -\frac{V_{max}^2}{a_3} + \frac{1}{2}a_3\frac{V_{max}^2}{a_3^2}$$

$$x(T_D) = -\frac{V_{max}^2}{a_3} + \frac{1}{2}\frac{V_{max}^2}{a_3}$$

$$X_D = -\frac{V_{max}^2}{2a_3}$$

Implementazione della fase 3



- Durante la fase 3, il controllore deve fornire la velocità alla quale la massa deve andare
- Poichè conosciamo la distanza tra **posizione target** e **posizione corrente** usiamo questa informazione per determinare la velocità zero
- Dobbiamo quindi trovare una funzione del tipo

$$v(t) = f(e(t)), e(t) = X_{target} - x(t)$$

- A tale scopo usiamo ancora una volta le equazioni della cinematica applicate alla **sola fase di decelerazione**

Implementazione della fase 3

- Consideriamo il tempo 0 l'inizio della fase della decelerazione, quindi $v(0) = V_{max}$ e $x(0) = 0$, abbiamo:

$$\begin{aligned}v(t) &= V_{max} + a_3 t \\x(t) &= V_{max} t + \frac{1}{2} a_3 t^2\end{aligned}$$

- Poniamo, per brevità, $x = x(t)$ e $v = v(t)$ e calcoliamo il tempo dalla prima equazione:

$$t = \frac{v - V_{max}}{a_3}$$

- e sostituiamolo nella seconda:

Implementazione della fase 3

$$x = V_{max} \frac{v - V_{max}}{a_3} + \frac{1}{2} a_3 \left(\frac{v - V_{max}}{a_3} \right)^2$$

$$x = \frac{V_{max} v - V_{max}^2}{a_3} + \frac{v^2 - 2vV_{max} + V_{max}^2}{2a_3}$$

$$2a_3 x = 2V_{max} v - 2V_{max}^2 + v^2 - 2V_{max} v + V_{max}^2$$

$$2a_3 x = -2V_{max}^2 + v^2 + V_{max}^2$$

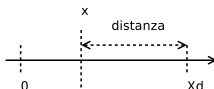
$$2a_3 x = v^2 - V_{max}^2$$

$$v = \sqrt{V_{max}^2 + 2a_3 x}$$

- x è la distanza percorsa a partire **dall'inizio della fase di decelerazione**
- Tuttavia noi possediamo la **distanza dal target**, quindi ...

Implementazione della fase 3

$$v = \sqrt{V_{max}^2 + 2a_3x}$$



- x è pari alla **distanza di decelerazione** X_D meno la **distanza dal target**:

$$x = X_D - (target_pos - current_pos)$$

- pertanto ...

$$v = \sqrt{V_{max}^2 + 2a_3(X_D - (target_pos - current_pos))}$$

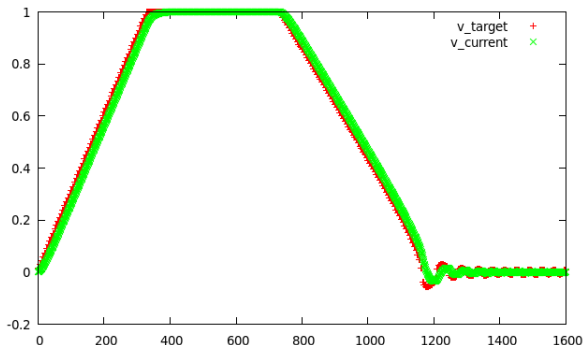
- se a_3 la si considera in valore assoluto abbiamo:

$$v = \sqrt{V_{max}^2 - 2a_3(X_D - (target_pos - current_pos))}$$

Andamento della velocità

L'andamento della velocità, con questo tipo di controllo, ed una distanza di $8m$, è

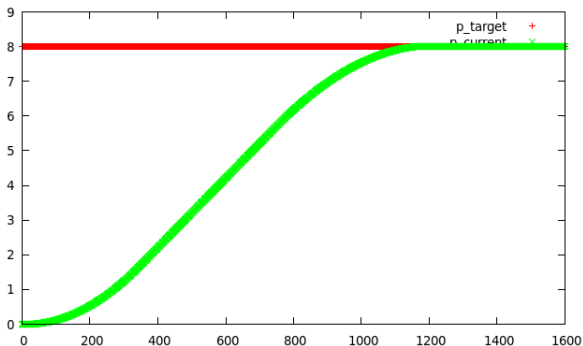
$$a_1 = 0.3m/s^2, V_{max} = 2m/s, a_3 = 0.2m/s^2$$



Andamento della distanza

L'andamento della distanza, con questo tipo di controllo, ed una distanza da percorrere di $8m$, è

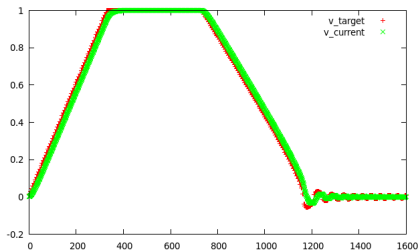
$$a_1 = 0.3m/s^2, V_{max} = 2m/s, a_3 = 0.2m/s^2$$



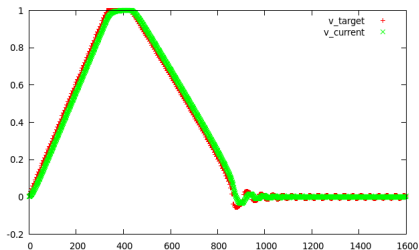
Fasi e Durata

- La durata delle fasi di accelerazione e decelerazione è funzione diretta delle costanti di accelerazione e decelerazione
- Una volta impostata a_1 e a_3 , tali durate sono **sempre uguali**
- Al variare della distanza da percorrere, varierà pertanto la durata della fase a velocità costante

target = 8m



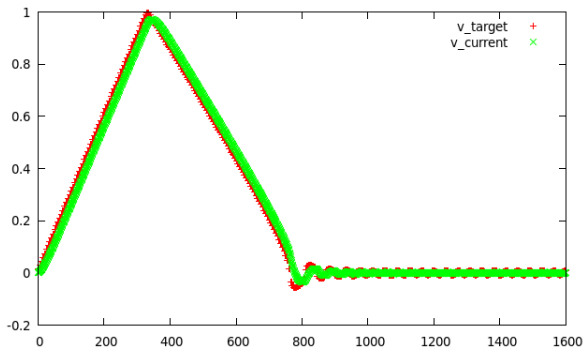
target = 5m



Fasi e Durata

- La fase a velocità costante potrebbe addirittura sparire nel caso la distanza sia particolarmente “corta”
- In tal caso il trapezio degenera in un **triangolo**

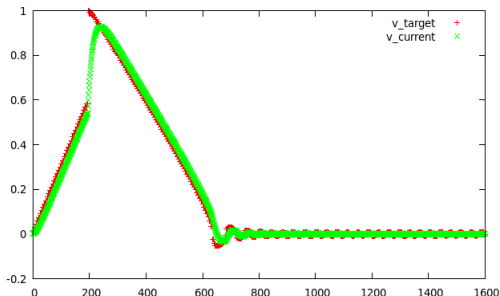
target = 4m



Degenerazione del trapezio e discontinuità

- Tuttavia se distanza è ulteriormente “corta”, le fasi 1 e 3 si *accavallano*
- In tal caso, l'algoritmo descritto presenta un fastidioso punto di discontinuità e il comportamento diventa il seguente:

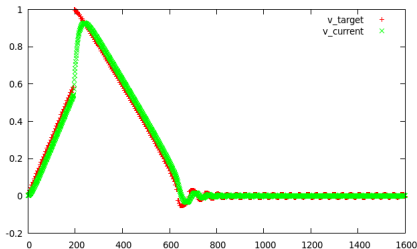
target = 3m



- Il problema è dato dal fatto che siamo già entrati nella **distanza di decelerazione** senza aver **finito la fase di accelerazione**
- La soluzione consiste nel **prolungare la fase di accelerazione** fin quando il segmento crescente non **incontra** il tratto di decelerazione

Soluzione del problema della discontinuità

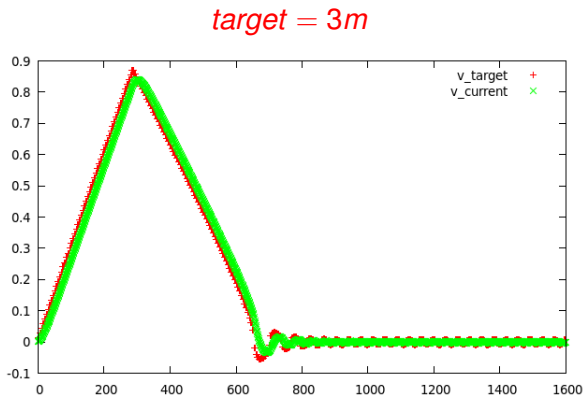
target = 3m



- La fase 3 deve essere caratterizzata da una **invariabilità**: **la velocità da raggiungere deve essere minore della velocità corrente**, altrimenti non ha senso parlare di *decelerazione*
- Nel caso in figura accade proprio il contrario: quando inizia la fase di decelerazione, la velocità calcolata è **maggiore** della velocità corrente
- Possiamo pertanto sfruttare questa proprietà per “far continuare” l’accelerazione fino all’incontro con il segmento di decelerazione

Test con distanza corta

- A questo punto, anche sulle distanze “corte”, l’algoritmo funziona correttamente:



Controllo in posizione con profilo di velocità

Corrado Santoro

ARSLAB - Autonomous and Robotic Systems Laboratory

Dipartimento di Matematica e Informatica - Università di Catania, Italy

santoro@dmi.unict.it



Programmazione Sistemi Robotici