



Somma Aritmetica Binaria e sua Realizzazione Elettronica

Corso di Abilità Informatiche
Laurea in Fisica

prof. Corrado Santoro

La Somma aritmetica binaria



Sommiamo i numeri:

$$(101101)_2 + (1101)_2 = ???$$

Usiamo le seguenti regole per la somma “in colonna”

$$0 + 0 = 0$$

$$1 + 0 = 1$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 1 = 0 \text{ con riporto di } 1$$

La Somma aritmetica binaria



Sommiamo i numeri:

$$(101101)_2 + (1101)_2 = ???$$

Riporto	11 1
Primo addendo	101101 +
Secondo addendo	1101 =
Somma	<hr/> 111010

$$(101101)_2 = 2^5 + 2^3 + 2^2 + 2^0 = 32 + 8 + 4 + 1 = 45$$

$$(1101)_2 = 2^3 + 2^2 + 2^0 = 8 + 4 + 1 = 13$$

$$(111010)_2 = 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^1 = 32 + 16 + 8 + 2 = 58$$

$$45 + 13 = 58$$

La Somma aritmetica binaria



Esprimiamo la regola in forma tabellare

A	B	Somma	Riporto
0	0	0	0
1	0	1	0
0	1	1	0
1	1	0	1

Possiamo trovare delle espressioni in **ALGEBRA BOOLEANA** in grado di esprimere:

$$\text{Somma} = f(A, B)$$

$$\text{Riporto} = g(A, B)$$

La Somma aritmetica binaria



A	B	Somma
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	0

$$\text{Somma} = A \cdot \overline{B} \oplus \overline{A} \cdot B$$

\cdot = prodotto logico

\oplus = somma logica

La Somma aritmetica binaria



A	B	Riporto
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1

$$\text{Riporto} = A \cdot B$$

\cdot = prodotto logico

\oplus = somma logica

La Somma aritmetica binaria



In definitiva abbiamo espresso in ALGEBRA BOOLEANA le regole della SOMMA ARITMETICA

A	B	Somma	Riporto
0	0	0	0
1	0	1	0
0	1	1	0
1	1	0	1

$$\text{Somma} = A \cdot \overline{B} \oplus \overline{A} \cdot B$$

$$\text{Riporto} = A \cdot B$$

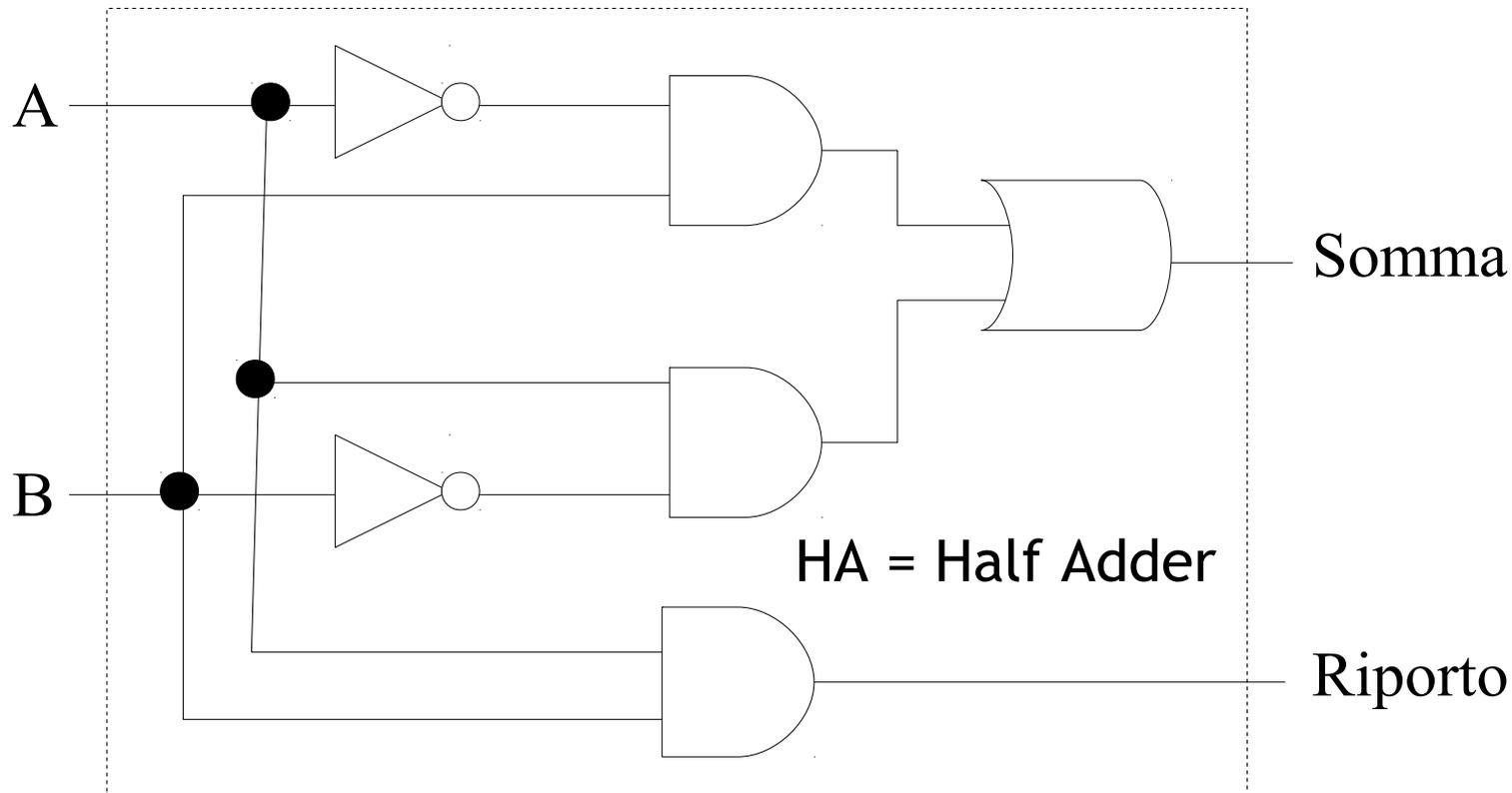
\cdot = prodotto logico

\oplus = somma logica

Il circuito per la somma aritmetica



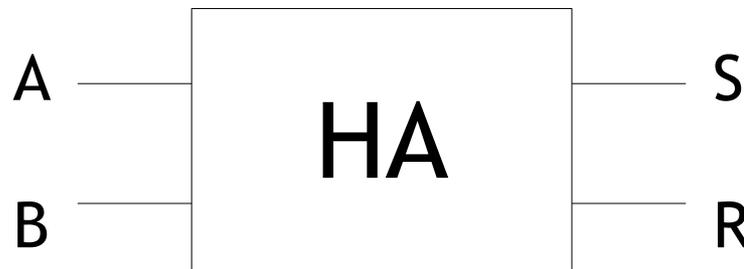
$$\text{Somma} = A \cdot \overline{B} \oplus \overline{A} \cdot B$$
$$\text{Riporto} = A \cdot B$$



L'HALF ADDER



Riporto	11 1	
Primo addendo	101101	+
Secondo addendo	1101	=
Somma	<hr/> 111010	



L'Half Adder è in grado di sommare il primo bit.
Cosa facciamo per gli altri bit?

Verso il FULL ADDER



Riporto	11 1	
Primo addendo	101101	+
Secondo addendo	1101	=
Somma	<hr/> 111010	

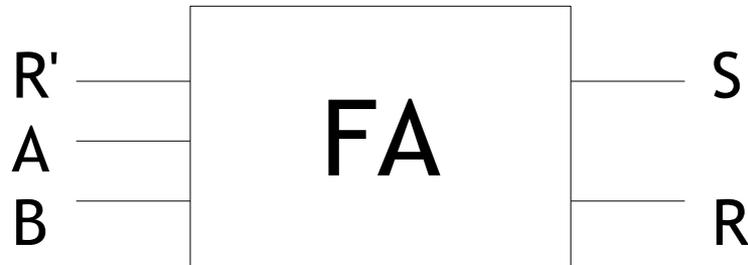
Dal secondo bit in poi, abbiamo da considerare anche il **riporto della colonna precedente**.

Quindi dobbiamo estendere la regola a **TRE ADDENDI**

Verso il FULL ADDER



Indichiamo con R' il riporto della colonna precedente



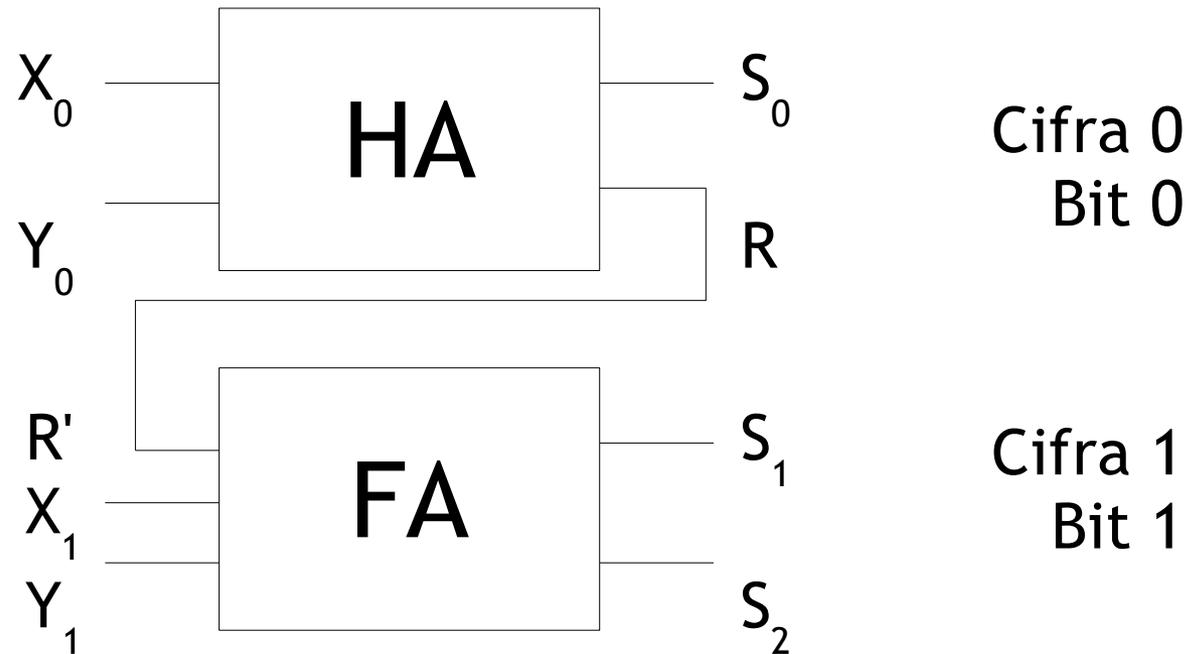
R'	A	B	S	R
0	0	0	0	0
0	1	0	1	0
0	0	1	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	1	0	0	1
1	0	1	0	1
1	1	1	1	1

$$S = \overline{R'} \cdot \overline{A} \cdot \overline{B} \oplus \overline{R'} \cdot \overline{A} \cdot B \oplus \overline{R'} \cdot A \cdot \overline{B} \oplus R' \cdot A \cdot B$$

$$R = \overline{R'} \cdot A \cdot B \oplus R' \cdot \overline{A} \cdot B \oplus R' \cdot A \cdot \overline{B} \oplus R' \cdot A \cdot B$$

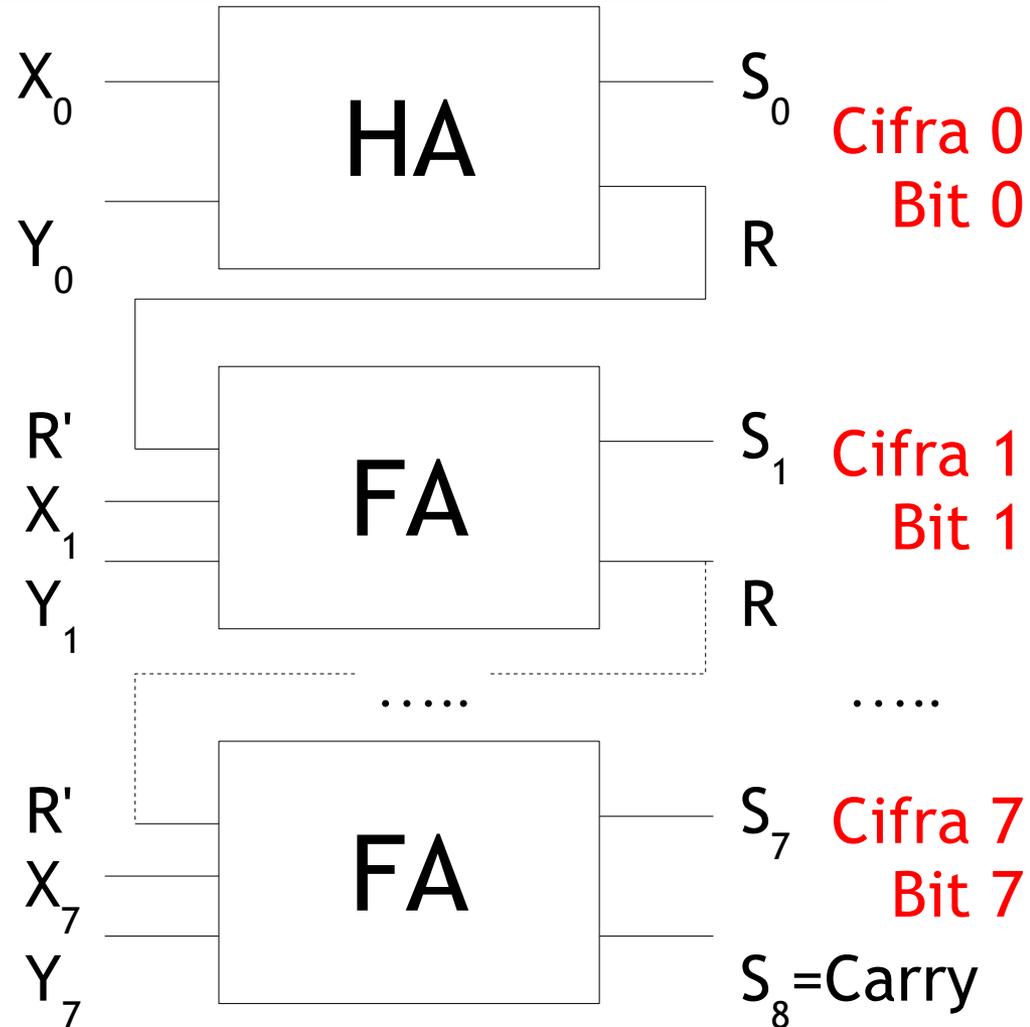
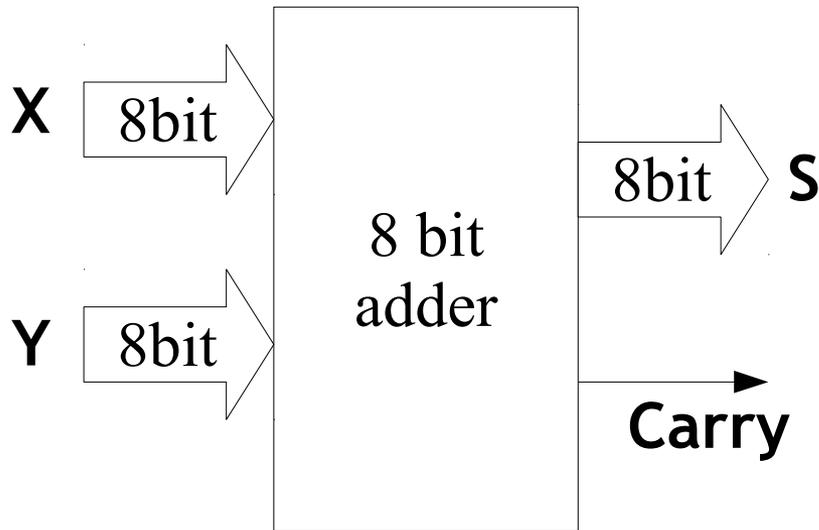
Il Sommatore a 2 bit

$$\begin{array}{r}
 \text{Primo addendo} = X \quad \mathbf{X_1 X_0} + \\
 \text{Secondo addendo} = Y \quad \mathbf{Y_1 Y_0} = \\
 \hline
 \text{Somma} \quad \mathbf{S_2 S_1 S_0}
 \end{array}$$



Il Sommatore a 8 bit

$$\begin{array}{r}
 X_7 X_6 X_5 X_4 X_3 X_2 X_1 X_0 \quad + \\
 Y_7 Y_6 Y_5 Y_4 Y_3 Y_2 Y_1 Y_0 \quad = \\
 \hline
 S_8 S_7 S_6 S_5 S_4 S_3 S_2 S_1 S_0
 \end{array}$$



Il Sommatore a 8 bit



- Il sommatore a 8 bit è uno dei circuiti presenti internamente alla CPU
- E' in grado di sommare i contenuti di due locazioni di memoria (8 bit) e depositare il contenuto in una terza locazione di memoria
- **Gli 8 bit del risultato S vengono dunque trasferiti**
- **Il risultato, è comunque giusto?**
- **Che ce ne facciamo del carry?**

