



Algebra Booleana

Corso di Abilità Informatiche
Laurea in Fisica

Corrado Santoro

Cos'è l'algebra booleana



- **Verso la metà del 1800, George Boole, matematico britannico, introduce un sistema formale che permette di rappresentare concetti logici e filosofici tramite la matematica**
- **L'algebra di Boole (o booleana) si basa su**
 - Concetto di **VERO** e **FALSO**
 - Operazioni algebriche applicate ai due concetti
- **Più tardi (1938), Claude Shannon, ingegnere statunitense, notò che**
 - I concetti di VERO e FALSO potevano essere facilmente associati ai simboli "1" e "0" (corrente, non-corrente)
 - Le operazioni algebriche dell'algebra booleana potevano essere facilmente realizzate tramite circuiti a relè
- **Oggi, tutti i calcolatori utilizzano i risultati di Boole e Shannon e i loro circuiti non sono altro che delle opportune combinazioni degli operatori booleani**

Algebra booleana



- **L'algebra di booleana si basa su**
 - Un insieme $S = \{0, 1\}$
 - Tre operazioni algebriche applicate ad S :
 - AND, o prodotto logico
 - OR, o somma logica
 - NOT, o negazione
 - AND e OR sono **binarie**, cioè prendono due operandi da S e restituiscono un risultato sempre $\in S$
 - NOT è **unaria**, cioè prende un operando da S e restituisce un risultato $\in S$
- **Il funzionamento delle operazioni AND, OR e NOT è regolato dalle cosiddette "tabelle della verità"**

Algebra booleana e tabelle della verità



A	B	A and B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1
$A \cdot B$		

A	B	A or B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1
$A \oplus B$		

A	Not A
0	1
1	0
$\overline{A}$	

Operatore AND: proprietà



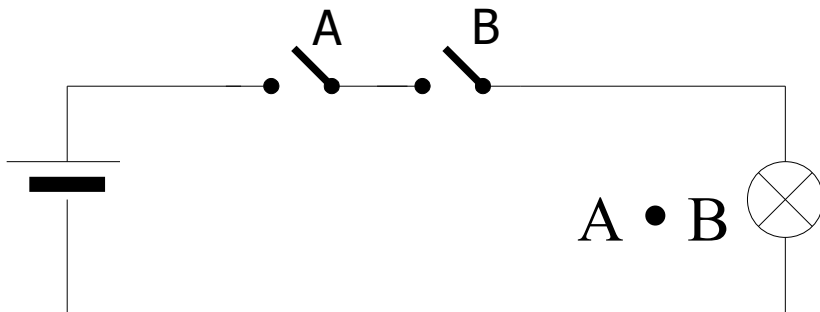
- **Proprietà dell'operatore AND:**
 - Commutativa, $A \cdot B = B \cdot A$
 - Associativa, $A \cdot B \cdot C = (A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$
 - Elemento neutro, $A \cdot 1 = A$
 - $A \cdot \bar{A} = 0$
 - $A \cdot 0 = 0$

A	B	A and B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1
$A \cdot B$		

Operatore AND: realizzazione circuitale



- **Pulsante premuto = 1**
- **Pulsante rilasciato = 0**



A	B	A and B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1
$A \cdot B$		

Operatore OR: proprietà



- **Proprietà dell'operatore OR:**

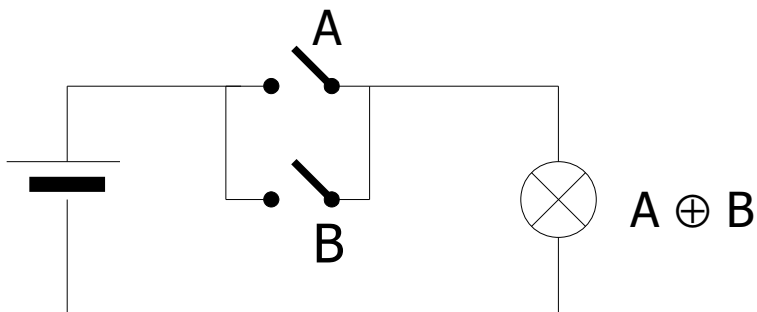
- Commutativa, $A \oplus B = B \oplus A$
- Associativa, $A \oplus B \oplus C = (A \oplus B) \oplus C = A \oplus (B \oplus C)$
- Elemento neutro, $A \oplus 0 = A$
- $A \oplus \bar{A} = 1$
- $A \oplus 1 = 1$

A	B	A or B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1
$A \oplus B$		

Operatore OR: realizzazione circuitale



- **Pulsante premuto = 1**
- **Pulsante rilasciato = 0**

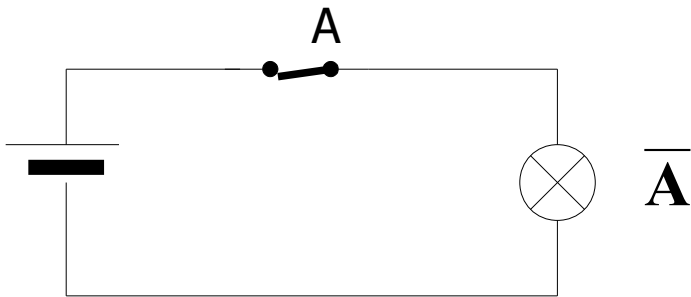


A	B	A or B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1
$A \oplus B$		

Operatore NOT: realizzazione circuitale



- **Pulsante premuto = 1**
- **Pulsante rilasciato = 0**
- **(il pulsante è di tipo "normalmente chiuso")**



A	Not A
0	1
1	0
$\overline{A}$	

Operatori AND/OR: proprietà



- **Proprietà degli operatori AND/OR:**
 - Precedenza, $A \oplus B \cdot C = A \oplus (B \cdot C)$
 - Distributiva, $A \cdot (B \oplus C) = A \cdot B \oplus A \cdot C$
- **Teoremi di De Morgan:**
 - $\overline{A \oplus B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$
 - $\overline{A \cdot B} = \overline{A} \oplus \overline{B}$