

Implementazione della Somma Binaria a 4 Bit tramite porte logiche

Corrado Santoro

Dipartimento di Matematica e Informatica
`santoro@dmf.unict.it`



Corso di Architettura degli Elaboratori

Operazione di somma binaria

Somma in base 2

L'operazione di somma binaria, in colonna, può essere svolta applicando le seguenti semplici regole:

0	+	0	=	0
0	+	1	=	1
1	+	0	=	1
1	+	1	=	0 con riporto di 1

Esempio

	Riporti	1	1	1		
Primo addendo		0	0	1	1	+
Secondo addendo		0	1	0	1	=
Risultato		1	0	0	0	

$$(0011)_2 + (0101)_2 = (1000)_2$$

$$3 + 5 = 8$$

Operazione di somma binaria

Esempio

	Riporti	1	1	1	
Primo addendo		0	0	1	1
Secondo addendo		0	1	0	1
Risultato		1	0	0	0

$$(0011)_2 + (0101)_2 = (1000)_2$$
$$3 + 5 = 8$$

Somma in base 2

- Per la *prima colonna*, sommiamo **due bit** e produciamo un **risultato** e un **riporto**
- Per le *successive colonne*, sommiamo **due bit** e il **riporto precedente**, e produciamo un **risultato** e un **nuovo riporto**

Operazione di somma binaria

Nomenclatura

	Riporti C	1	1	1		C_3	C_2	C_1	
Primo addendo x		0	0	1	1	+	x_3	x_2	x_1 x_0
Secondo addendo y		0	1	0	1	=	y_3	y_2	y_1 y_0
Risultato S		1	0	0	0		s_3	s_2	s_1 s_0

Somma in base 2

- Utilizziamo una variabile booleana per ogni bit coinvolto nella nostra operazione
- Rappresentiamo i 4 bit del primo addendo x con le variabili booleane x_3, x_2, x_1, x_0
- Rappresentiamo i 4 bit del secondo addendo y con le variabili booleane y_3, y_2, y_1, y_0
- Rappresentiamo i 4 bit della somma S con le variabili booleane s_3, s_2, s_1, s_0
- Rappresentiamo i 3 bit dei riporti con le variabili booleane c_3, c_2, c_1

Operazione di somma binaria

Implementazione

Riporti C	1	1	1			C_3	C_2	C_1	
Primo addendo x	0	0	1	1	+	x_3	x_2	x_1	x_0
Secondo addendo y	0	1	0	1	=	y_3	y_2	y_1	y_0
Risultato S	1	0	0	0		s_3	s_2	s_1	s_0

Implementazione

- Utilizziamo una **rete logica** per ogni **colonna della somma** $\Rightarrow$ **4 reti logiche**
- La prima colonna (**colonna "0"**) sarà una rete con ingressi x_0, y_0 e uscite s_0, c_1
- Le altre colonne (**$n, n > 0$**) saranno delle reti con ingressi x_n, y_n, c_n e uscite s_n, c_{n+1}

Operazione di somma binaria

Implementazione

Riporti C	1	1	1			C_3	C_2	C_1	
Primo addendo x	0	0	1	1	+	x_3	x_2	x_1	x_0
Secondo addendo y	0	1	0	1	=	y_3	y_2	y_1	y_0
Risultato S	1	0	0	0		s_3	s_2	s_1	s_0

Somma Colonna 0

x_0	y_0	s_0
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$s_0 = \overline{x_0}y_0 + x_0\overline{y_0}$$

Riporto Colonna 0

x_0	y_0	c_1
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

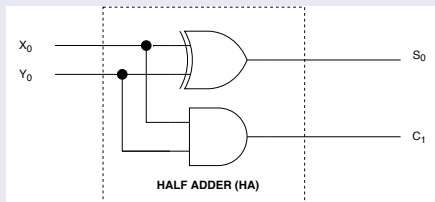
$$c_1 = x_0y_0$$

Operazione di somma binaria

Half Adder

$$S_0 = \overline{x_0}y_0 + x_0\overline{y_0}$$

$$C_1 = x_0y_0$$



Operazione di somma binaria

Implementazione

Riporti C	1	1	1			C₃	C₂	C₁	
Primo addendo x	0	0	1	1	+	x ₃	x ₂	x ₁	x ₀
Secondo addendo y	0	1	0	1	=	y ₃	y ₂	y ₁	y ₀
Risultato S	1	0	0	0		s ₃	s ₂	s ₁	s ₀

Somma Colonna $n > 0$

C _n	x _n	y _n	S _n
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

$$S_n = \overline{x_n} \overline{y_n} \overline{C_n} + \overline{x_n} y_n \overline{C_n} + x_n \overline{y_n} \overline{C_n} + x_n y_n C_n = x_n \text{ XOR } y_n \text{ XOR } C_n$$

Operazione di somma binaria

Implementazione

Riporti C	1	1	1			C_3	C_2	C_1	
Primo addendo x	0	0	1	1	+	x_3	x_2	x_1	x_0
Secondo addendo y	0	1	0	1	=	y_3	y_2	y_1	y_0
Risultato S	1	0	0	0		s_3	s_2	s_1	s_0

Riporto Colonna $n > 0$

C_n	x_n	y_n	C_{n+1}
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

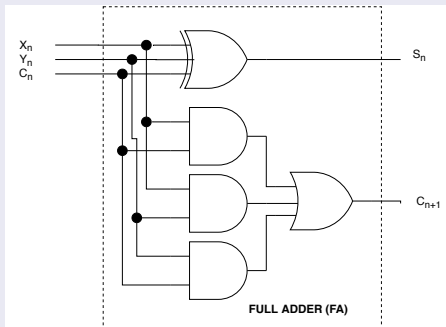
$$C_{n+1} = x_n y_n + y_n C_n + x_n C_n$$

Operazione di somma binaria

Full Adder

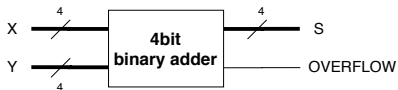
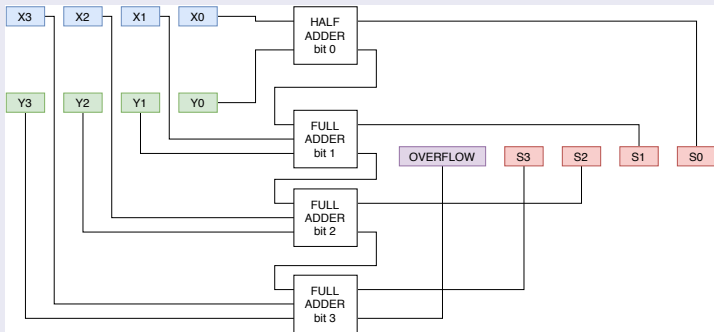
$$S_n = \overline{X_n} \overline{Y_n} \overline{C_n} + \overline{X_n} Y_n \overline{C_n} + X_n \overline{Y_n} \overline{C_n} + X_n Y_n C_n = X_n \text{ XOR } Y_n \text{ XOR } C_n$$

$$C_{n+1} = X_n Y_n + Y_n C_n + X_n C_n$$



Operazione di somma binaria

4 Bit Adder



Implementazione della Somma Binaria a 4 Bit tramite porte logiche

Corrado Santoro

Dipartimento di Matematica e Informatica
`santoro@dmf.unict.it`



Corso di Architettura degli Elaboratori