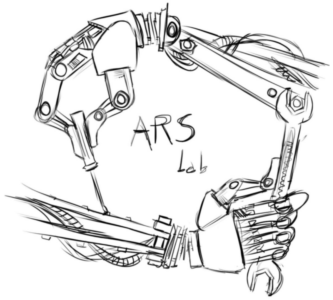
Circuiti Aritmetici

Corrado Santoro

Dipartimento di Matematica e Informatica
santoro@dmi.unict.it



Corso di Architettura degli Elaboratori

Operazioni sugli Interi

Moltiplicazione in Colonna

$$
\begin{array}{cccccccccc}
 & & & & 1 & 1 & 0 & 1 & \times & M \\
 & & & & 1 & 0 & 1 & 1 & = & Q \\
\hline
 & & & & 1 & 1 & 0 & 1 & & \\
 & & & 1 & 1 & 0 & 1 & & & \\
 & & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & \\
 & 1 & 1 & 0 & 1 & & & & & \\
\hline
1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & & P
\end{array}
$$

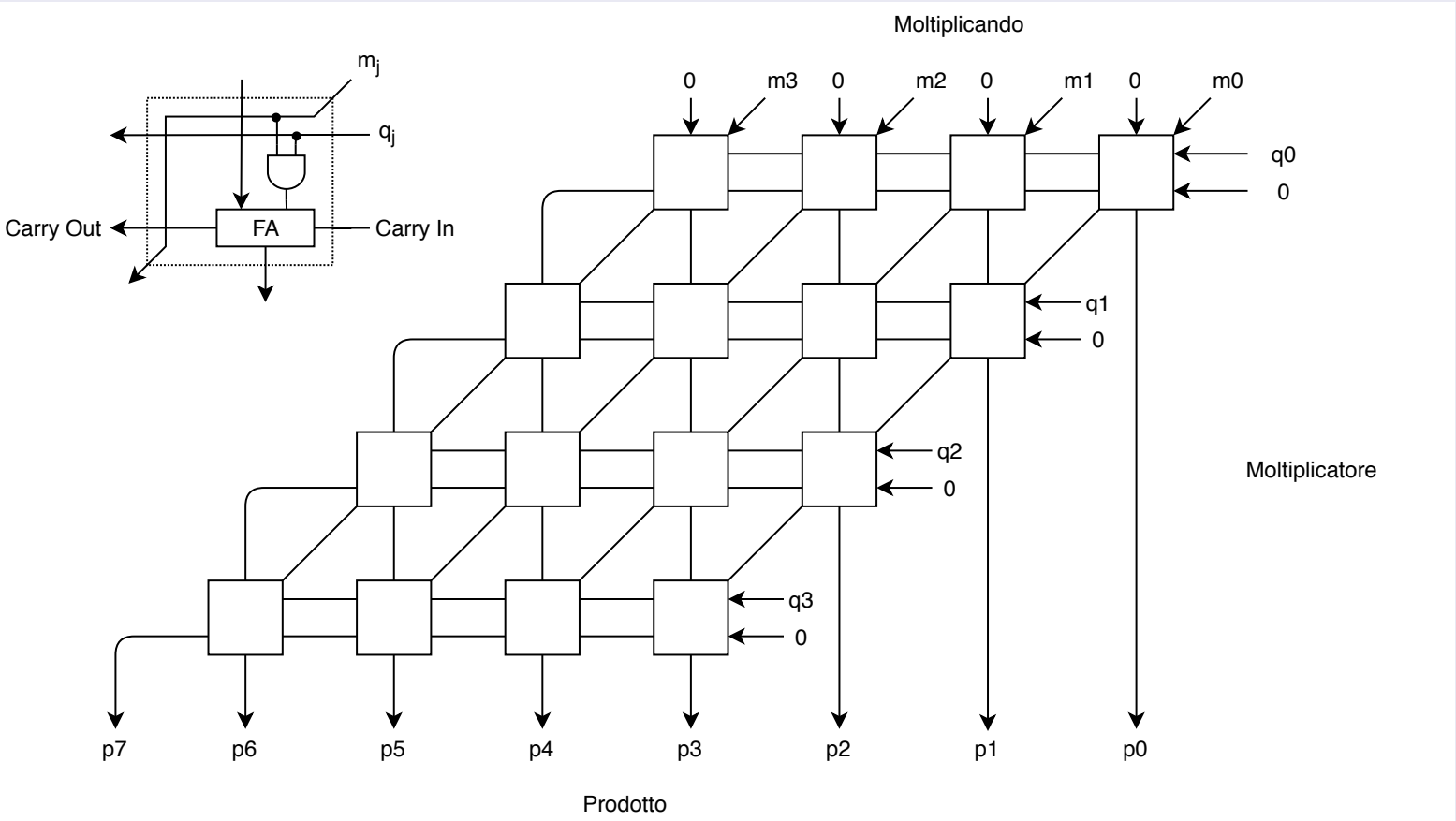
$$P = M \times Q$$

- Se M e P sono a n bit, allora P è a $2n$ bit

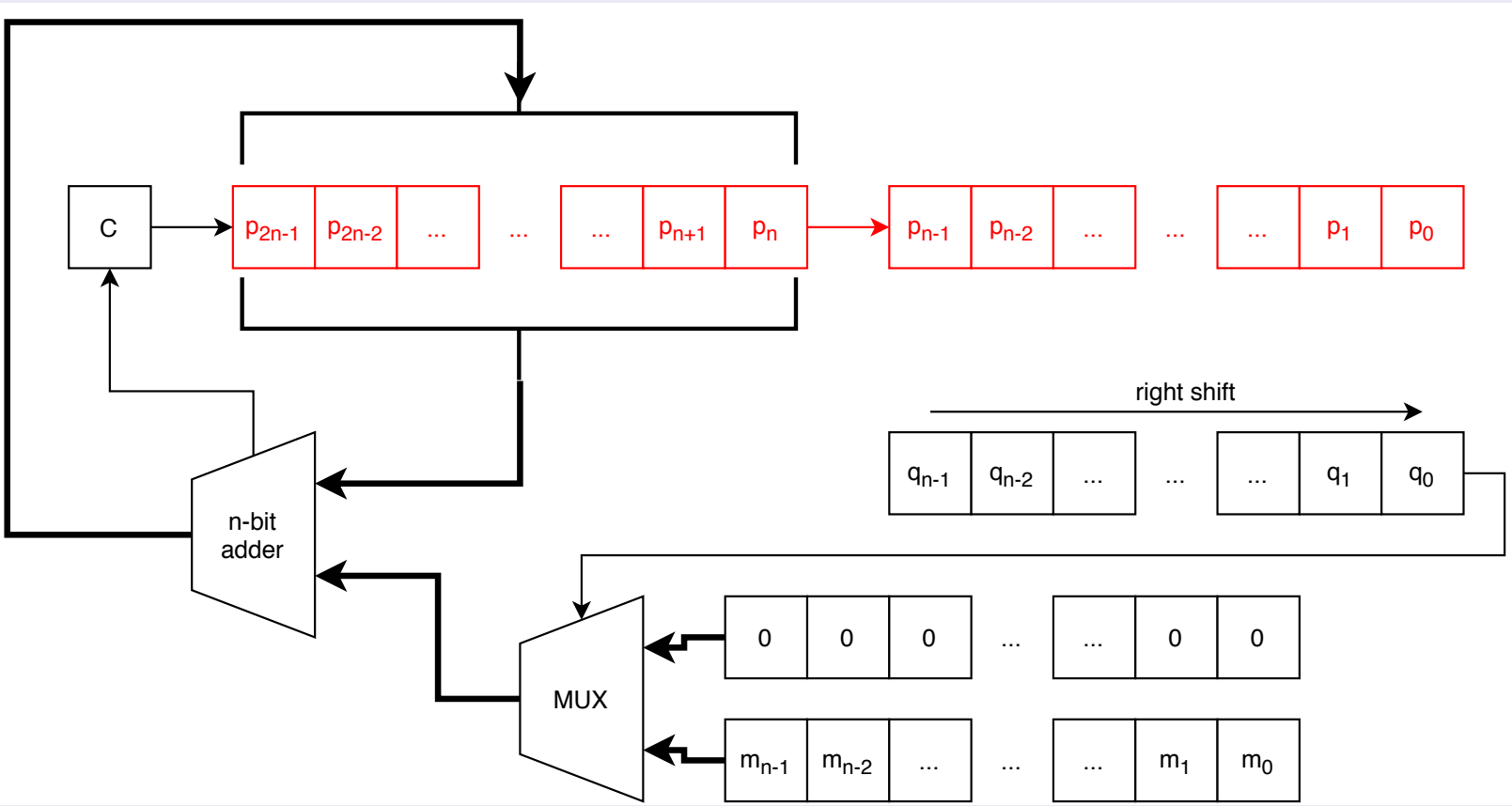
Moltiplicazione in Colonna

				1	1	0	1	$\times$	M
				1	0	1	1	$=$	Q
				1	1	0	1	**1**	q_0
			1	1	0	1		**1**	q_1
		0	0	0	0			**0**	q_2
	1	1	0	1				**1**	q_3
1	0	0	0	1	1	1	1		P

Moltiplicatore a Matrice



Moltiplicatore Sequenziale



Equivalente in C della Moltiplicazione Sequenziale

```
int multiply(int m, int q)
{
    int i;
    int p = 0;

    for (i = 0; i < 8;i++) {
        if ((q & 0x1) != 0)
            p = p + (m << 8);
        p = p >> 1;
        q = q >> 1;
    }

    return p;
}
```

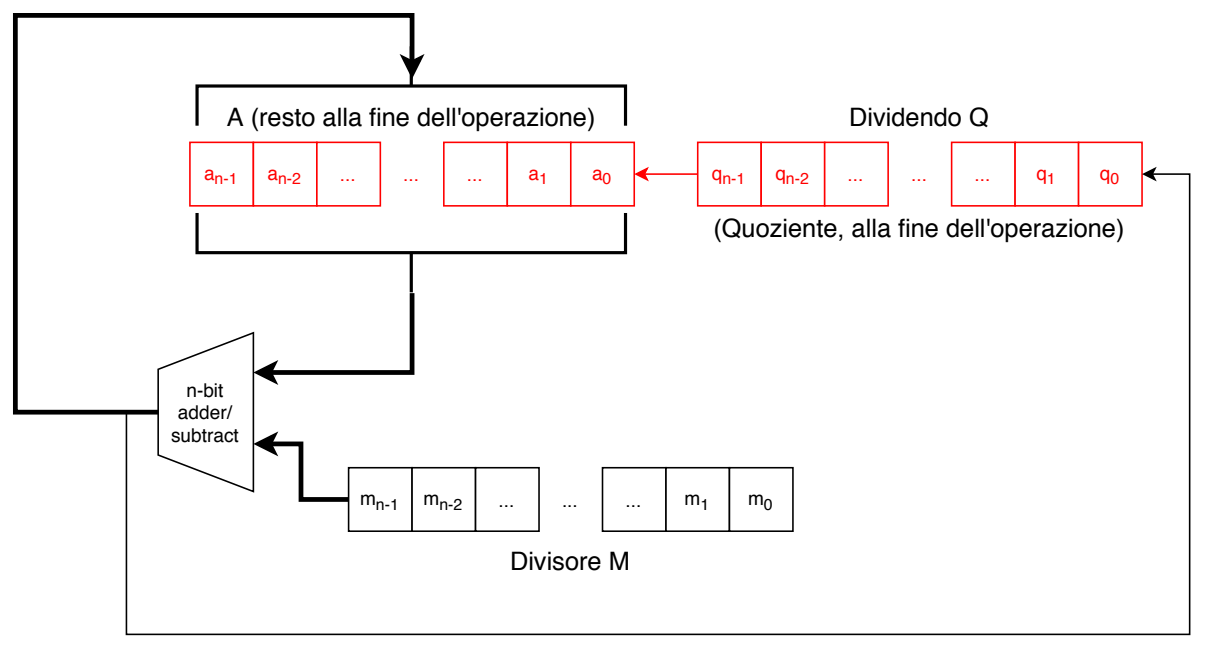
Divisione Binaria

Divisione

1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1
	1	1	0	1					1	0	1	0	1
		1	0	0	0	0						
			1	1	0	1						
					1	1	1	0				
					1	1	0	1				
								1				

$$274 : 13 = 21 \quad \textit{resto} \quad 1$$

Divisore Sequenziale con Ripristino



1. Fare scorrere A e Q a sinistra di una posizione
2. Sottrarre M da A e porre il risultato in A
3. Se $A < 0$, porre $q_0 = 0$ e sommare M ad A (ossia ripristinare A)
4. Se $A >= 0$, porre $q_0 = 1$

Divisione Binaria

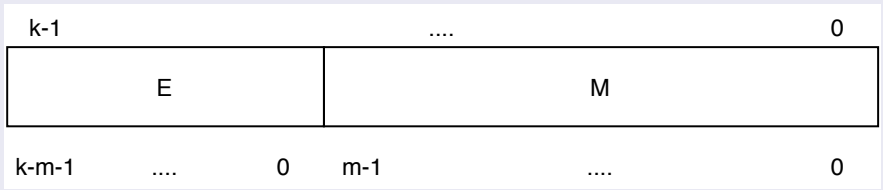
Equivalente in C della Divisione Sequenziale

```
int divide(int q, int m)
{
    int i, a;
    int aq = q;

    for (i = 0; i < 8;i++) {
        aq = aq << 1;
        a = aq >> 8;
        q = aq & 0xff;
        a = a - m;
        if (a < 0) {
            a = a + m;
            q = q & 0xfe;
        }
        else
            q = q | 1;
        aq = (a << 8) | q;
    }

    return q;
}
```

Operazioni in Virgola Mobile

Rappresentazione in Virgola Mobile (Floating Point)

- Fissato un numero di bit k, si stabiliscono:
  - m bit di **mantissa**
  - $k - m$ bit di **esponente**

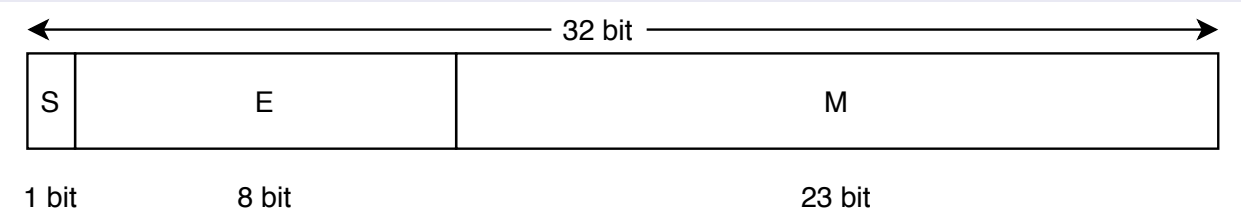


$$valore = M \cdot 2^E$$

- Il numero di bit m e la codifica di mantissa e esponente dipendono poi dallo **standard** adottato

Floating Point IEEE 754

- L'attuale standard utilizzato per la virgola mobile è denominato **IEEE 754**
- E' lo standard usato dai tipi `float` del linguaggio C/C++ (e di tutti gli altri linguaggi di programmazione)
- Usa un'estensione di 32 bit con la seguente suddivisione:
  - **1 bit** per il **segno** ($0 = +, 1 = -$)
  - **8 bit** per l'**esponente** (con codifica *a eccesso 127*)
  - **23 bit** per la **parte frazionaria** della mantissa, la quale ha sempre la parte intera pari a 1 (di default)



$$(-1)^S \times 1.M \times 2^{E-127}$$

Somma di Numeri in Floating Point IEEE 754

$$M_1 \times 2^{E_1} + M_2 \times 2^{E_2}$$

- Sia $E_1 < E_2$, si fa scorrere M_1 a destra di $E_2 - E_1$ posizioni $\Rightarrow M_1'$
- Si calcola la mantissa del risultato come $M_S = M_1' + M_2$
- Il risultato sarà $M_S \times 2^{E_2}$
- Si normalizza il risultato (forma $1.M \times 2^E$)

$$\begin{aligned}
1.0001 \times 2^2 \quad &+ \quad 1.1101 \times 2^4 = \\
0.010001 \times 2^4 \quad &+ \quad 1.1101 \times 2^4 = \\
(0.010001 + 1.1101) \quad &\times \quad 2^4 = \\
10.000101 \quad &\times \quad 2^4 = \\
1.0000101 \quad &\times \quad 2^5
\end{aligned}$$

Moltiplicazione di Numeri in Floating Point IEEE 754

$$\begin{aligned} M_1 \times 2^{E_1} \quad &\times \quad M_2 \times 2^{E_2} = \\ (M_1 \times M_2) \quad &\times \quad 2^{E_1+E_2} \end{aligned}$$

(si applica alla fine la normalizzazione del risultato)

Divisione di Numeri in Floating Point IEEE 754

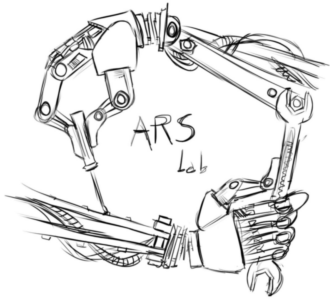
$$\begin{aligned} M_1 \times 2^{E_1} \quad &: \quad M_2 \times 2^{E_2} = \\ (M_1 : M_2) \quad &\times \quad 2^{E_1-E_2} \end{aligned}$$

(si applica alla fine la normalizzazione del risultato)

Circuiti Aritmetici

Corrado Santoro

Dipartimento di Matematica e Informatica
santoro@dmi.unict.it



Corso di Architettura degli Elaboratori