

Compito del 23/07/2008

[1] Determinare le matrici L ed U della fattorizzazione $A = LU$ con

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

[2] a) Si dimostri che per ogni terna di reali (y_0, y_1, y_2) esiste ed é unico il polinomio $P \in \Pi_2$ tale che

$$P(0) = y_0, P(0.5) = y_1, \int_0^1 P(x)dx = y_2.$$

b) Posto $(y_0, y_1, y_2) = (-2, -0.75, 0)$ ed $(x_0, x_1, x_2) = (0, 0.5, 1)$, determinare il polinomio di grado minimo che passa per tali punti.

c) Costruire una formula di quadratura interpolatoria (cioé determinare nodi e pesi di tale formula) avente come nodi gli zeri del polinomio del punto b), per l'approssimazione dell'integrale

$$\int_0^3 f(x)dx.$$

d) Stabilire l'ordine polinomiale della formula di quadratura.

[3] Verificare le ipotesi di applicabilitá del metodo di Newton alla funzione

$$f(x) = \frac{1}{x} - 1$$

nell'intervallo $I = [0.5, 1.5]$ per determinare una approssimazione della soluzione $\alpha = 1$. Partendo da $x_0 = 0.5$, determinare il numero n di iterazioni necessarie affinché $|x_n - \alpha| < 10^{-2}$.