

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI CATANIA  
**Facoltà di Ingegneria**  
**Programma di Metodi e Modelli Matematici per le Applicazioni**  
**Corso di Laurea Specialistica in Ing. Geotecnica, Idraulica, Strutture Trasporti**  
**a.a. 2009-2010**  
**Prof. Vittorio Romano**

**Elementi di variabile complessa**

Generalità sui numeri complessi, forma polare, teorema di De Moivre, radici dei numeri complessi, formula di Eulero, radici ennesime dell'unità. Funzioni complesse di variabile complessa: funzioni elementari nel campo complesso, punti e rette di diramazione, limiti, continuità. Funzioni olomorfe ed equazioni di Cauchy-Riemann, regole di derivazione, teorema di de l'Hospital. Integrali di linea, regioni semplicemente e molteplicemente connesse, teoremi di Cauchy-Goursat, integrali indefiniti; formule integrali di Cauchy e conseguenze. Serie di Taylor e di Laurent, classificazione delle singolarità. Calcolo dei residui, teorema dei residui. Applicazioni al calcolo di integrali.

**Trasformata di Laplace**

Definizione e ascissa di convergenza. Trasformate di alcune funzioni elementari. Condizioni sufficienti per l'esistenza della trasformata. Proprietà della linearità, formule del ritardo e cambio scala, trasformate delle derivate e delle primitive, derivata di una trasformata, integrale di una trasformata, trasformata delle funzioni periodiche, dei prodotti per potenze e delle divisioni per la variabile indipendente, trasformata di un prodotto di convoluzione. Funzione gamma. Trasformata della delta di Dirac. Antitrasformate, metodi per la determinazione delle antitrasformate, formula dello sviluppo di Heaviside. Risoluzione di equazioni differenziali, integrali e integro-differenziali con l'ausilio delle trasformate di Laplace. Funzione di trasferimento. Applicazioni ai circuiti elettrici.

**Serie di Fourier**

Spazio dei polinomi trigonometrici. Determinazione dei coefficienti di Fourier. Forma rettangolare e complessa delle serie di Fourier. Convergenza in media quadratica, Teorema di Riemann e uguaglianza di Parseval. Convergenza puntuale. Teorema di integrazione e derivazione per serie. Spettro di fase e di ampiezza. Armonica fondamentale e armoniche superiori per un segnale acustico. Sviluppi in soli seni soli coseni.

**Trasformate di Fourier**

Definizione ed esempi. Spettro di fase e di ampiezza. Formula di inversione. Proprietà delle trasformate di Fourier: linearità, formule del ritardo, modulazione, trasformata di una derivata, derivata di una trasformata, trasformata di un prodotto di convoluzione. Uguaglianza di Parseval. Legame tra la trasformata di Fourier e quella di Laplace.

**Cenni sulla teoria delle distribuzioni**

Spazio delle funzioni test e definizione di distribuzione. Distribuzioni generate da funzioni localmente sommabili. Distribuzioni singolari. La delta di Dirac e v.p. di  $1/x$ . Operazioni con le distribuzioni. Derivata di una distribuzione. Lo spazio  $S$  di Schwartz e distribuzioni temperate. Distribuzioni temperate generate da funzioni a crescita lenta. Trasformata di Fourier di una distribuzione temperata. Serie di Fourier di distribuzioni periodiche: formula di sommazione di Poisson; serie di Fourier del "pettine di delta". Trasformata di Laplace nell'ambito delle distribuzioni.

**Principali equazioni della fisica-matematica**

Classificazione delle equazioni differenziali. Studio delle equazioni del primo ordine: curve caratteristiche, caso lineare e nonlineare, formazione di onde d'urto. Equazioni quasilineari e non lineari in due variabili indipendenti. Classificazione delle equazioni lineari del secondo ordine. Equazioni iperboliche: generalità, metodo delle caratteristiche, metodo di separazione delle variabili, equazione della corda vibrante. Equazioni paraboliche: generalità, equazione di Fourier, metodo di separazione delle variabili, soluzione fondamentale e problema di Cauchy. Equazioni ellittiche: generalità, equazioni di Laplace e di Poisson, metodo di separazione delle

variabili.

### **Elementi di calcolo delle probabilità.**

Richiami di calcolo combinatorio: disposizioni semplici, permutazioni, combinazioni semplici. Spazi di probabilità: definizione, proprietà elementari, probabilità condizionale, indipendenza, teorema delle probabilità totali e teorema di Bayes. Variabili aleatorie discrete e continue: densità, funzione di ripartizione, densità congiunte e marginali, densità condizionali, indipendenza. Speranza matematica, momenti, varianza, covarianza, coefficiente di correlazione lineare. Disuguaglianza di Chebyshev. Legge della somma di due variabili aleatorie. Funzione di sopravvivenza. Calcolo di leggi e rispettive proprietà: distribuzione ipergeometrica, geometrica, binomiale, multinomiale, binomiale negativa, di Poisson, normale, leggi gamma, leggi esponenziali, leggi chi-quadro. Convergenza in probabilità e legge dei grandi numeri. Convergenza in legge e teorema limite centrale e approssimazione normale.

### **Statistica**

Rappresentazione di dati e distribuzioni di frequenze. Stimatori. Stimatori non distorti per media, varianza e proporzioni. Intervalli di confidenza per la media, sia nel caso in cui la varianza è nota che nel caso in cui la varianza è incognita, per la varianza e per le proporzioni. Distribuzione t di Student e chi-quadro. Teoria delle decisioni statistiche: livello di significatività, errori di I e II tipo, potenza di un test. Inferenza sulla media, nota la varianza. Inferenza sulla media quando la varianza non è nota. Inferenza sulla varianza. Inferenza sulla proporzione. Analisi di regressione: generalità. Regressione lineare: equazioni normali dei minimi quadrati per la determinazione della retta di regressione. Proprietà degli stimatori di pendenza e ordinata all'origine della retta di regressione.

### *Modalità di esame*

L'esame consta di una prova scritta e di una prova orale. Durante il corso si terranno delle prove in itinere. Gli studenti che superano le prove in itinere sono esonerati dalla prova scritta.

### Testi consigliati

G. C. Barozzi *Matematica per l'ingegneria dell'informazione*, Zanichelli, Bologna  
G. di Fazio e M. Frasca *Metodi matematici per l'ingegneria*, Monduzzi editore, Bologna  
M. R. Spiegel *Variabili complesse*, collana SCHAUM, McGraw-Hill, Milano  
M.R. Spiegel *Trasformate di Laplace*, collana SCHAUM, McGraw-Hill, Milano  
S. Salsa *Equazioni a derivate parziali*, Springer  
M.I. Smirnov, *Corso di Matematica Superiore* Vol. II, MIR  
P. Baldi *Calcolo delle probabilità e statistica*, McGraw-Hill