

Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Ambientale, a.a. 2003/2004
Prova scritta di Meccanica Razionale del 18 dicembre 2003
Prof. V. Romano

Un sistema materiale omogeneo, posto su di un piano verticale, è costituito di un'asta AB, omogenea di lunghezza l e massa m , e di un'asta CD di stessa lunghezza e densità di legge

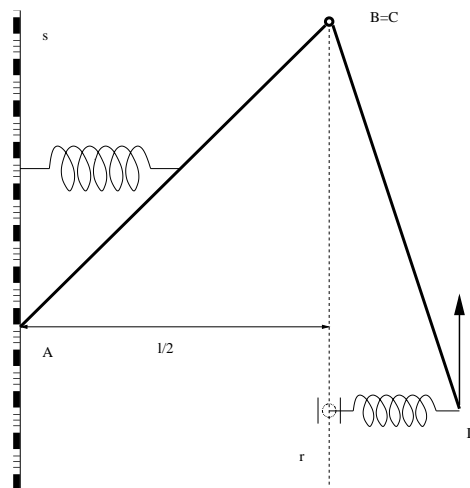
$$\rho(P) = \rho_0 \left(1 + \frac{\overline{PC}^2}{l^2} \right).$$

L'asta AB è incastrata nell'estremo A mentre è incernierata nell'altro estremo all'asta CD come da figura.

Una molla orizzontale di costante elastica $k > 0$ collega il baricentro dell'asta AB con la verticale s per A. Sull'asta CD, oltre alla forza peso, agiscono una forza costante \mathbf{F} , verticale e rivolta verso l'alto, applicata in D e la forza elastica $-k(D - \overline{D})$, essendo \overline{D} la proiezione ortogonale di D sulla verticale r per B.

Supposti i vincoli ideali ed assumendo che il modulo di \mathbf{F} soddisfi la relazione $F = 9/16 Mg + kl/2$ con M massa dell'asta CD, risolvere i seguenti quesiti:

- a) determinare il baricentro G e il momento polare rispetto a B dell'asta CD;
- b) trovare le configurazioni di equilibrio;
- c) calcolare le reazioni vincolari, sia interne che esterne, dell'intero sistema nelle configurazioni di equilibrio in cui CD risulta verticale e dire se esistono valori di k per cui è nulla la coppia di reazione in A in tali configurazioni di equilibrio;
- d) scrivere le equazioni di moto e determinare, in funzione dei parametri lagrangiani e delle loro derivate, la reazione vincolare che durante il moto l'asta CD esercita su quella AB.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Ambientale, a.a. 2003/2004
Prova scritta di Meccanica Razionale del 7 gennaio 2004

Prof. V. Romano

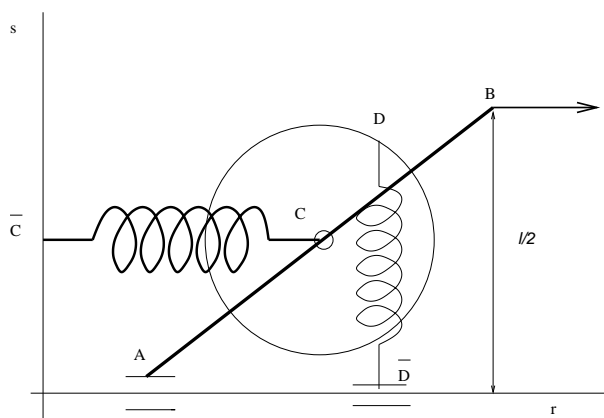
Un sistema materiale, posto su di un piano verticale, è costituito di un'asta AB, omogenea di lunghezza l e massa m , e di un disco di raggio R . Il disco è diviso da un diametro in due parti omogenee, di cui una ha densità doppia dell'altra.

L'asta ha l'estremo A vincolato a scorrere, tramite un pattino (carrello senza cerniera), lungo una guida orizzontale r come da figura. Il disco ha il centro C vincolato tramite una cerniera interna al punto medio dell'asta.

Una molla orizzontale di costante elastica $k > 0$ collega il centro del disco con il punto \bar{C} appartenente alla verticale s come da figura. Sull'asta, oltre alla forza peso, agiscono la forza costante \mathbf{F} orizzontale, applicata in B e la forza $-h_1 \mathbf{v}_A$, applicata in A, con h_1 costante positiva e \mathbf{v}_A velocità di A. Sul disco, oltre alla forza peso, agiscono una coppia di momento $-h_2 \boldsymbol{\omega}_D$, con $\boldsymbol{\omega}_D$ velocità angolare del disco e h_2 una costante positiva, e la forza elastica $-k(D - \bar{D})$, ove D è il punto del bordo del disco allineato con il baricentro G del disco e con C e appartenente alla parte più pesante, mentre \bar{D} ne è la proiezione ortogonale su r .

Supposti i vincoli ideali, detta a la distanza tra il centro e il baricentro del disco, assumendo che tra i parametri valga la relazione $\frac{Mga}{kR^2} + \frac{l}{4R} = 2$ con M massa del disco, risolvere i seguenti quesiti:

- a) determinare l'ubicazione di G in funzione dei parametri lagrangiani e il momento polare del disco rispetto al proprio centro;
- b) trovare le configurazioni di equilibrio;
- c) calcolare le reazioni vincolari, sia interne che esterne, dell'intero sistema nelle configurazioni di equilibrio in cui G appartiene alla verticale per C, al di sotto di quest'ultimo.
- d) scrivere le equazioni di moto.



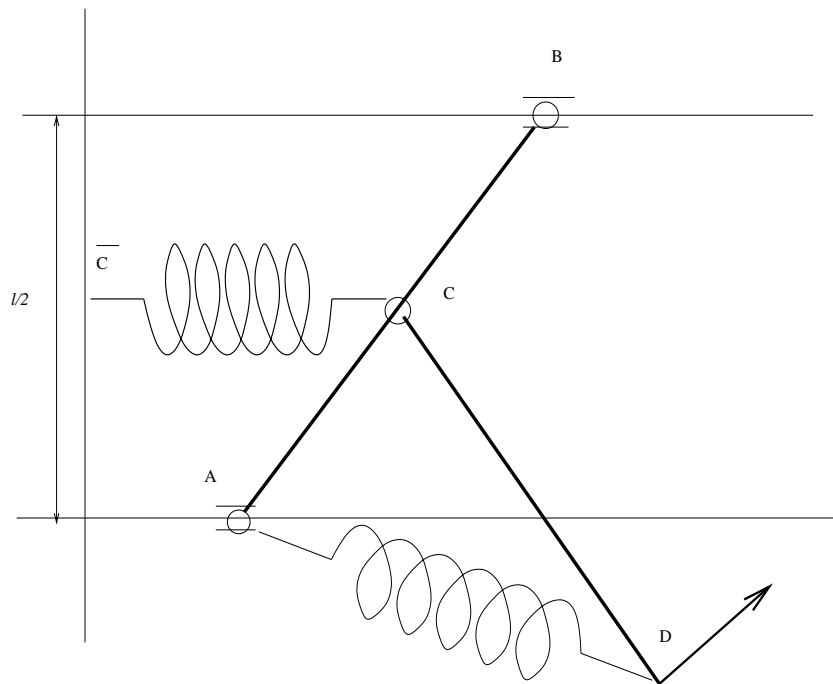
Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Ambientale, a.a. 2003/2004
Prova scritta di Meccanica Razionale del 7 aprile 2004
Prof. V. Romano

Un sistema materiale, posto su di un piano verticale, è costituito da due aste AB e CD, entrambe omogenee di lunghezza l e massa m . L'asta AB ha gli estremi vincolati, tramite due carrelli con cerniera, a due guide orizzontali, poste a distanza $l/2$ come in figura. L'estremo C è incernierato al punto medio dell'asta AB.

Sul nodo C agisce una molla orizzontale di costante elastica $k > 0$ e avente l'altro estremo fisso in \bar{C} . Una seconda molla di stessa costante elastica collega A e D. Su D agisce pure una forza \mathbf{F} di modulo costante, ortogonale all'asta CD.

Supposti i vincoli ideali, risolvere i seguenti quesiti:

- a) si provi che la sollecitazione attiva dovuta alla forza \mathbf{F} non è conservativa;
- b) determinare la relazione tra i parametri affinché il sistema ammetta configurazioni di equilibrio con l'asta CD verticale;
- c) calcolare le reazioni vincolari, sia interne che esterne, dell'intero sistema nelle configurazioni di equilibrio di cui al punto precedente;
- d) scrivere le equazioni di moto.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Ambientale, a.a. 2003/2004
Prova scritta di Meccanica Razionale del 8 luglio 2004
Prof. V. Romano

Un sistema materiale, posto su di un piano verticale, è costituito da un'asta omogenea AB di lunghezza l e da un disco omogeneo di centro C e raggio R . L'asta AB , avente massa m , ha l'estremo A incastrato ad una parete in modo da rimanere orizzontale. Il disco, avente massa M , ha un punto D della suo bordo vincolato, tramite un carrello con cerniera, all'asta AB .

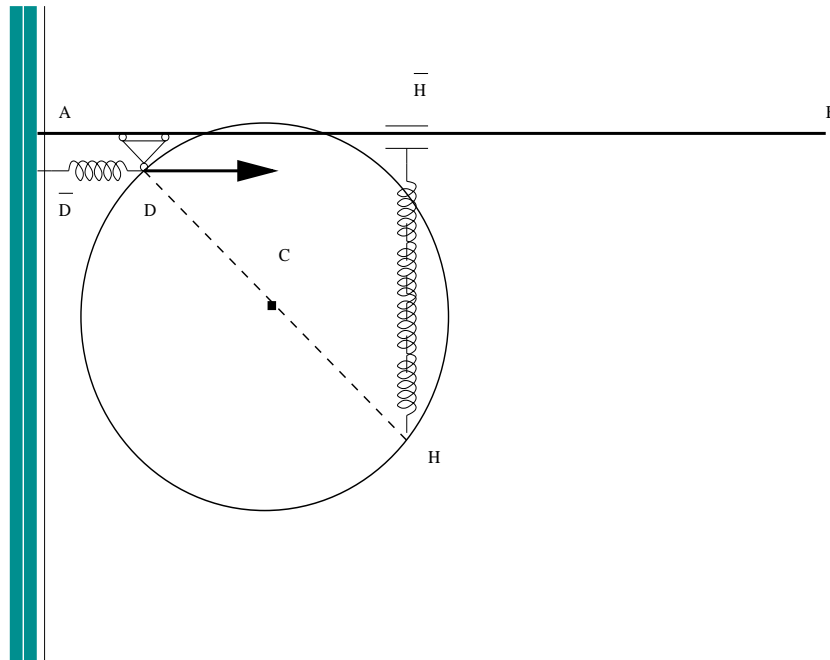
Sul nodo D agiscono una forza costante orizzontale \mathbf{F} e una molla orizzontale di costante elastica $k_1 > 0$ come da figura. Sul punto H del bordo del disco, appartenente al diametro per C e D , agisce la forza $-k_2 (H - \bar{H})$, essendo \bar{H} la proiezione ortogonale di H su AB e k_2 una costante positiva.

Supposti i vincoli ideali, risolvere i seguenti quesiti:

a) si determinino le relazioni tra i parametri affinché le sole configurazioni ordinarie di equilibrio siano quelle in cui D coincide con il punto medio di AB e il diametro DH è verticale ;

b) si calcolino le reazioni vincolari, sia interne che esterne, dell'intero sistema nelle configurazioni di equilibrio di cui al punto precedente;

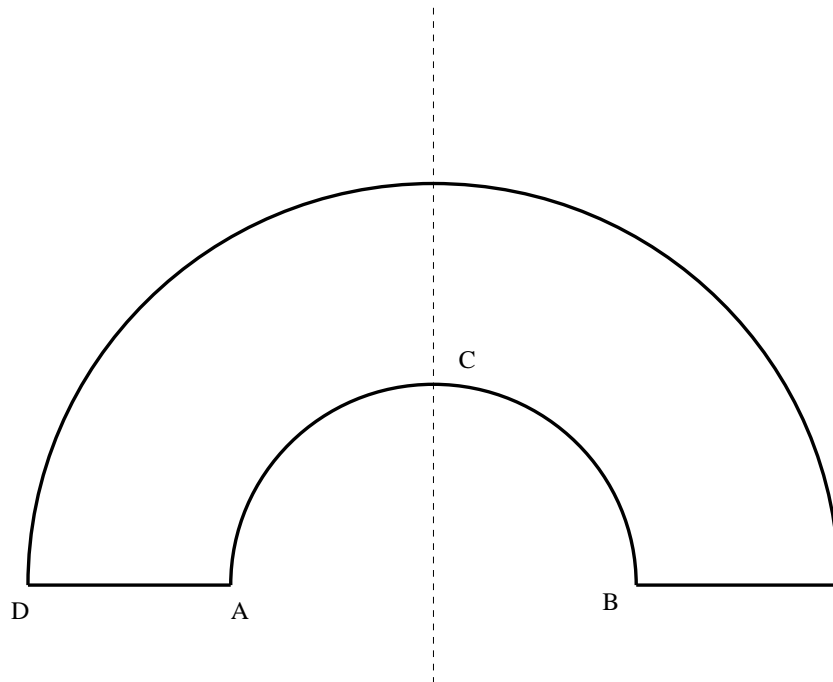
c) scrivere le equazioni di moto ed eventuali integrali primi.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Ambientale, a.a. 2003/2004
Prova scritta di Meccanica Razionale del 15 settembre 2004
Prof. V. Romano

Un sistema materiale è costituito da un semidisco omogeneo di raggio R , da cui è stato cavato un semidisco concentrico di raggio $r=R/2$ come da figura.

- a) si determini l'ubicazione del baricentro e il momento polare rispetto al vertice D ;
- b) supponendo di appoggiare il sistema su di un piano orizzontale, fisso, liscio e non cedevole nei vertici A , B e C , con C sull'asse di simmetria del sistema, si dica se il sistema risulta in equilibrio e, in caso affermativo, si calcolino le reazioni vincolari;
- c) supponendo adesso che il sistema sia vincolato a muoversi su di un piano verticale mediante una cerniera piana e ideale, posta in D , e che su C agisca la forza $-k(C - \bar{C})$, con \bar{C} proiezione ortogonale di C sulla verticale per D , si scrivano le equazioni di moto e si determini la reazione vincolare durante il moto in funzione degli eventuali parametri lagrangiani e delle rispettive derivate.



Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in R.E.A, a.a. 2006/2007

Prova in itinere di Meccanica Razionale del 7 giugno 2007

Prof. V. Romano

Quesito I

Si riduca all'origine il sistema di vettori applicati $\Sigma = \{(P_i, \mathbf{v}_i) : i = 1, 2, 3\}$ con

$$\begin{aligned} P_1 &= (a, 1, 1) & \mathbf{v}_1 &= (2a, 2, 1) \\ P_2 &= (0, 1, 0) & \mathbf{v}_2 &= (1, 3, 2) \\ P_3 &= (1, 1, 0) & \mathbf{v}_3 &= (1, 1, 0) \end{aligned}$$

Si trovi poi il valore di a per cui il sistema ammette risultante equivalente e la si determini.

Quesito II

Un punto materiale è vincolato a muoversi su di una guida r , la quale a sua volta è vincolata a muoversi su di un piano in modo che un suo punto O scorra lungo una guida s dello stesso piano (si veda la fig.1). Considerato come fisso un riferimento solidale alla guida s e come mobile uno avente origine in O e un asse coincidente con r , si calcolino le velocità assolute, relative e di trascinamento e le accelerazioni assolute, relative, di trascinamento e di Coriolis del punto materiale.

Quesito III

Due lamine rettangolari omogenee di eguali dimensioni, una di vertici ABCD e massa m e una di vertici HLMN e massa $2m$, sono saldate come in figura 2. Si determini l'ubicazione del baricentro e poi rispetto al polo A la matrice d'inerzia e gli assi principali d'inerzia dell'intero sistema.

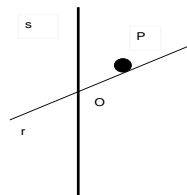


Fig. 1

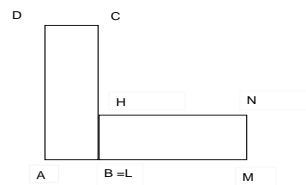


Fig. 2

Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. R.E.A, a.a. 2006/2007
Prova scritta di Meccanica Razionale, 11 luglio 2007

Prof. V. Romano

QUESITO I

Un sistema materiale è costituito da sei aste omogenee uguali di lunghezza l e massa m , saldate come in figura 1.

Si determini la matrice principale centrale d'inerzia e la matrice principale d'inerzia rispetto al vertice A.

QUESITO II

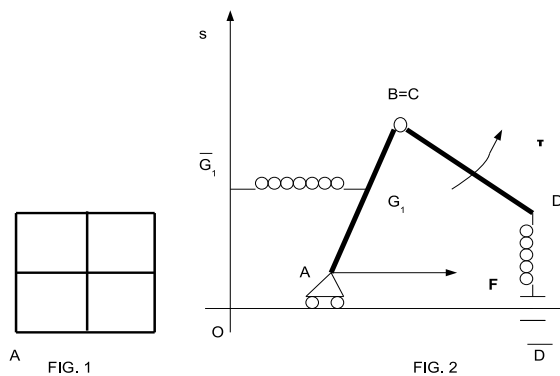
Un sistema materiale, costituito da due aste omogenee di lunghezza l e massa m , è vincolato a muoversi su di un piano verticale. Un'asta ha l'estremo A vincolato tramite un carrello senza cerniera ad una guida orizzontale r e l'estremo B vincolato all'estremo C della seconda asta tramite una cerniera interna.

Sul sistema, oltre alla forza peso, agiscono una forza costante \mathbf{F} orizzontale orientata come in figura 2 e applicata in A, la forza $-k(G_1 - \overline{G}_1)$, applicata nel baricentro G_1 dell'asta AB, essendo \overline{G}_1 la proiezione ortogonale di G_1 su una retta orizzontale s e k una costante positiva, la forza $-k(D - \overline{D})$, con D secondo estremo della seconda asta e \overline{D} proiezione ortogonale di D su r . Sull'asta CD agisce inoltre la coppia di momento costante τ , secondo l'orientazione di figura.

Assumendo ideali i vincoli e che sia verificata dal modulo del momento della coppia la condizione

$$\tau = kl^2 \frac{\sqrt{2}}{2},$$

si determinino le condizioni di equilibrio tramite un metodo energetico e poi le reazioni vincolari, interne ed esterne, nelle possibili configurazioni di equilibrio.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. R.E.A, a.a. 2006/2007
Prova scritta di Meccanica Razionale, 20 luglio 2007

Prof. V. Romano

QUESITO I

Un sistema materiale è costituito da sei aste omogenee, quattro di massa m e lunghezza l , due di lunghezza $l\sqrt{2}$ e massa M , saldate come in figura 1.

Si determini la matrice principale centrale d'inerzia e la matrice d'inerzia rispetto al vertice A .

QUESITO II

Un sistema materiale, costituito da due aste omogenee di lunghezza l e massa m , è vincolato a muoversi su di un piano verticale. Un'asta ha l'estremo A vincolato tramite un carrello senza cerniera ad una guida orizzontale r e l'estremo B vincolato all'estremo C della seconda asta tramite una cerniera interna. L'asta AB forma un angolo di $\pi/4$ con la guida orizzontale.

Sul sistema, oltre alla forza peso, agiscono una forza costante \mathbf{F} orizzontale orientata come in figura 2 e applicata in A , la forza $-k(B - \bar{B})$, essendo \bar{B} la proiezione ortogonale di B su una retta orizzontale s e k una costante positiva, la forza $-k(D - \bar{D})$, con D secondo estremo della seconda asta e \bar{D} proiezione ortogonale di D su r .

Assumendo ideali i vincoli, si determinino le configurazioni di equilibrio tramite un metodo energetico e poi le reazioni vincolari, interne ed esterne, nelle configurazioni di equilibrio.

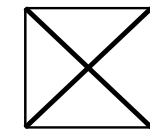


FIG. 1

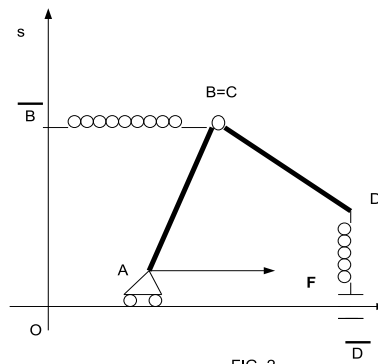


FIG. 2

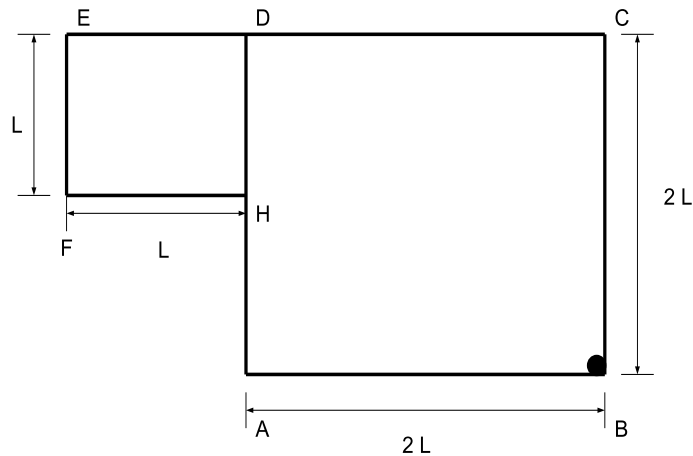
Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. R.E.A, a.a. 2006/2007
Prova scritta di Meccanica Razionale, 3 settembre 2007
Prof. V. Romano

QUESITO I

Un sistema materiale è costituito da due lamine quadrate omogenee, una di vertici ABCD, lato $2L$ e massa M , l'altra di vertici DEFH, lato L e massa m , saldate come in figura. Sul vertice B è saldato pure un punto materiale di massa m . Si determinino il centro di massa e la matrice d'inerzia rispetto al vertice A dell'intero sistema. Si individuino, poi, le direzioni degli assi principali relativi allo stesso vertice A.

QUESITO II

Supponendo che il sistema di cui al quesito I sia appoggiato per i vertici BCE ad un piano orizzontale, fisso, liscio e non cedevole, si trovi la relazione tra le masse affinché il sistema stia in equilibrio e sotto tale condizione si determinino le reazioni vincolari.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. R.E.A, a.a. 2006/2007
Prova scritta di Meccanica Razionale, 19 settembre 2007
Prof. V. Romano

QUESITO I

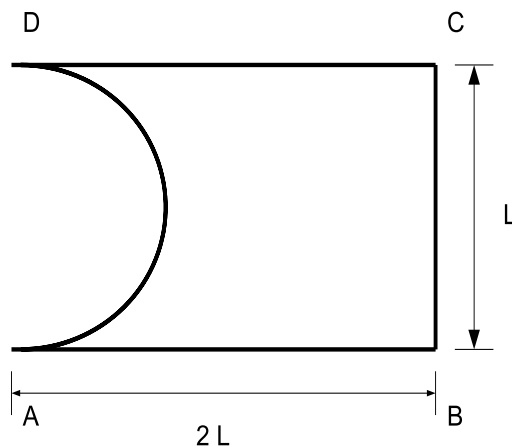
Un sistema materiale omogeneo è costituito da una lamina quadrata da cui è stato cavato un semicerchio di diametro AD di lunghezza L come da figura.

Si determinino il centro di massa e la matrice principale centrale d'inerzia.

QUESITO II

Si supponga che il sistema di cui al quesito I sia appoggiato per i vertici $A B C$ ad un piano orizzontale, fisso, liscio e non cedevole e che sul vertice B sia applicata una forza costante di modulo F , rivolta lungo la verticale ascendente.

Assumendo che $F \neq mg$ con m massa del sistema, si trovi la relazione tra i parametri fisici affinché il sistema stia in equilibrio e, sotto tale condizione, si determinino le reazioni vincolari.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. R.E.A, a.a. 2007/2008
Prova scritta di Meccanica Razionale, 11 dicembre 2007

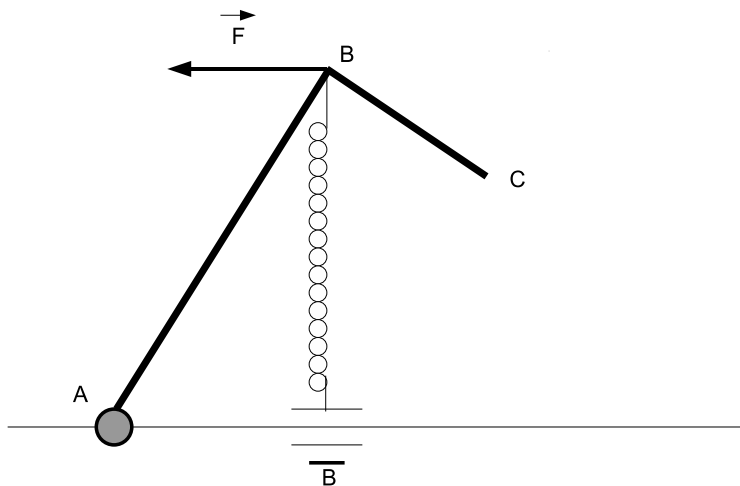
Prof. V. Romano

QUESITO I

Un sistema materiale omogeneo, vincolato ad un piano verticale, è costituito da due aste AB e BC saldate ad angolo retto. L'asta AB è lunga L , quella BC $L/2$. Il sistema ha massa M ed è vincolato in A tramite una cerniera fissa piana. In B sono applicate la forza $-k(B - \bar{B})$, con k costante positiva e \bar{B} proiezione di B lungo la retta orizzontale passante A , e una forza costante \mathbf{F} orizzontale, come da figura.

Supponendo ideali i vincoli e che il modulo di \mathbf{F} sia pari a $Mg/6$, si risolvano i seguenti quesiti

1. Si scrivano le coordinate del centro di massa in una generica configurazione in funzione del parametro lagrangiano.
2. Si trovino le configurazioni di equilibrio.
3. Supponendo che il sistema sia incastrato in A con l'asta AB in posizione verticale, si determinino le reazioni vincolari.

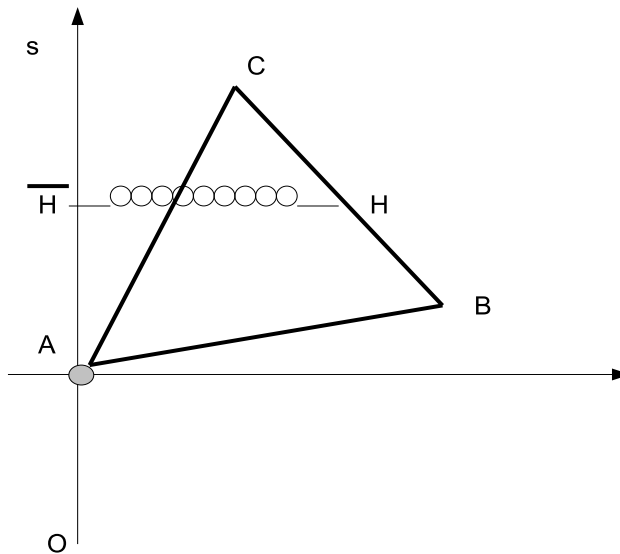


Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. R.E.A, a.a. 2007/2008
Prova scritta di Meccanica Razionale, 21 aprile 2008
Prof. V. Romano

Un sistema materiale omogeneo, vincolato ad un piano verticale, è costituito da un triangolo equilatero omogeneo di lato L , vincolato in A tramite una cerniera fissa piana, come da figura. In H , punto medio del lato opposto al vertice A è applicata la forza $-k(H - \bar{H})$, con k una costante positiva e \bar{H} proiezione di H sull'asse verticale s passante per A .

Supponendo ideale la cerniera, si risolvano i seguenti quesiti

1. Si scrivano, in funzione del parametro lagrangiano, le coordinate del centro di massa in una generica configurazione e la matrice principale rispetto al polo A .
2. Si trovino le configurazioni di equilibrio.
3. Si determinino le reazioni vincolari nelle configurazioni di equilibrio.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. R.E.A, a.a. 2007/2008
Prova scritta di Meccanica Razionale, 4 giugno 2008
Prof. V. Romano

Parte A

Quesito 1A

Si consideri il sistema di vettori applicati $\Sigma = \{(A_i, \mathbf{v}_i) : i = 1, 2\}$ con

$$\begin{aligned} A_1 &= (1, 0, 0) & \mathbf{v}_1 &= (a, 2a, 3) \\ A_2 &= (1, 1, 1) & \mathbf{v}_2 &= (-1, a, 1) \end{aligned}$$

con a parametro reale.

Si riduca il sistema all'origine. Si dica se esistono valori per cui Σ è equivalente ad una coppia. Determinare i valori di a per cui il sistema ammette risultante equivalente, eventualmente determinandola.

Quesito 2A

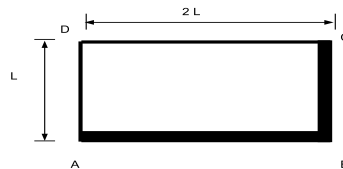
Un sistema materiale è formato da quattro aste AB , BC , CD , AD , saldate ad angolo retto in modo da formare il bordo di un rettangolo come da figura. Le aste AB e CD sono omogenee, hanno lunghezza $2L$ e densità ρ_1 ; le aste BC e AD sono omogenee, hanno lunghezza L e densità ρ_2 . Si scriva la matrice centrale e si determinino gli assi principali centrali.

Parte B

Si consideri il sistema materiale di cui al quesito 2A (si veda la figura) assumendo $\rho_1 > \rho_2$.

Si dica sotto quali condizioni sulle densità il sistema resta in equilibrio quando appoggiato nei vertici B, C, D su di un piano orizzontale, fisso, liscio e non cedevole.

Si determini poi un sistema di reazioni vincolari compatibile con le ipotesi sui vincoli quando il sistema è appoggiato nei quattro vertici.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. R.E.A., a.a. 2007/2008
Prova scritta di Meccanica Razionale del 01/07/08
Prof. V. Romano

PARTE A

Un sistema materiale è costituito da una lamina omogenea avente la forma riportata in fig. 1. Supponedo che $\overline{AB} = 2L$, $\overline{BC} = L$, $\overline{DC} = 5/2 L$, $\overline{DE} = L/2$, si determini l'ubicazione del baricentro, si scriva la matrice centrale d'inerzia e si individui poi la terna principale centrale.

PARTE B

Un sistema materiale omogeneo, vincolato ad un piano verticale, è costituito da un triangolo omogeneo isoscele di massa M , avente i lati AC e BC pari a L e il lato AB pari a $L\sqrt{2}/2$, e da un'asta DE , omogenea di massa m e lunghezza $2L$. Il triangolo ha i vertici A e B vincolati ad una guida orizzontale r tramite due carrelli con cerniera, mentre il vertice C è incernierato all'estremo D dell'asta. Il vertice E dell'asta può scorrere lungo una guida verticale s .

Sul nodo C è applicata una forza costante verticale; sull'asta DE agisce una coppia di momento μ , come da figura.

Supposti ideali i vincoli e che il modulo della coppia è pari a $mgL\sqrt{2}/2$, si determinino le configurazioni di equilibrio e le reazioni vincolari, esterne ed interne, nelle configurazioni di equilibrio.

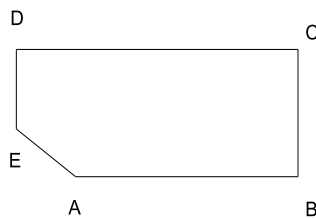


FIG. 1

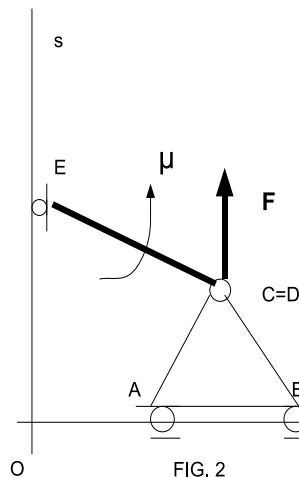


FIG. 2

Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. R.E.A., a.a. 2007/2008
Prova scritta di Meccanica Razionale del 16/07/08
Prof. V. Romano

PARTE A

Un sistema materiale è costituito da una lamina omogenea a forma di trapezio rettangolo (fig. 1). Supponedo che $\overline{AB} = 2L$, $\overline{BC} = L$, $\overline{DC} = 3L$, si determini l'ubicazione del baricentro, si scriva la matrice centrale d'inerzia e si individui poi la terna principale centrale.

PARTE B

Un sistema materiale omogeneo, vincolato ad un piano verticale, è costituito da un triangolo rettangolo omogeneo di massa M , avente i lati AB e BC pari a L , e da un'asta DE , omogenea di massa m e lunghezza $2L$. Il triangolo ha i vertici A e B vincolati ad una guida orizzontale r tramite due carrelli con cerniera, mentre il vertice C è incernierato all'estremo D dell'asta. Il vertice E dell'asta può scorrere lungo una guida verticale s .

Sul vertice A è applicata una forza costante verticale; sull'asta DE agisce una coppia μ , come da figura.

Supposti ideali i vincoli e che il modulo della coppia è pari a $mgL\sqrt{2}/2$, si determinino le configurazioni di equilibrio e le reazioni vincolari, esterne ed interne, nelle configurazioni di equilibrio.

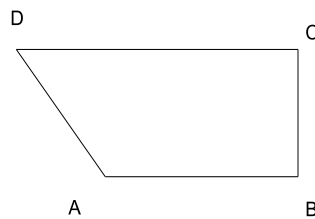


FIG. 1

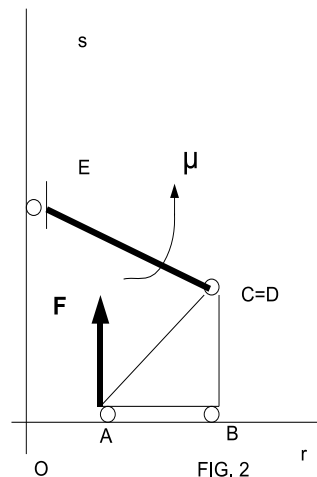


FIG. 2

Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. R.E.A., a.a. 2007/2008
Prova scritta di Meccanica Razionale del 01/09/08

Prof. V. Romano

Un sistema materiale, vincolato ad un piano verticale, è costituito da una lamina quadrata omogenea di lato L e massa M e da un'asta omogenea di lunghezza L e massa m . Il vertice A della lamina quadrata è incernierato ad un punto fisso O del piano, mentre il vertice B è vincolato all'estremo E dell'asta, il cui secondo estremo F è vincolato a scorrere lungo una guida orizzontale r (si veda la figura).

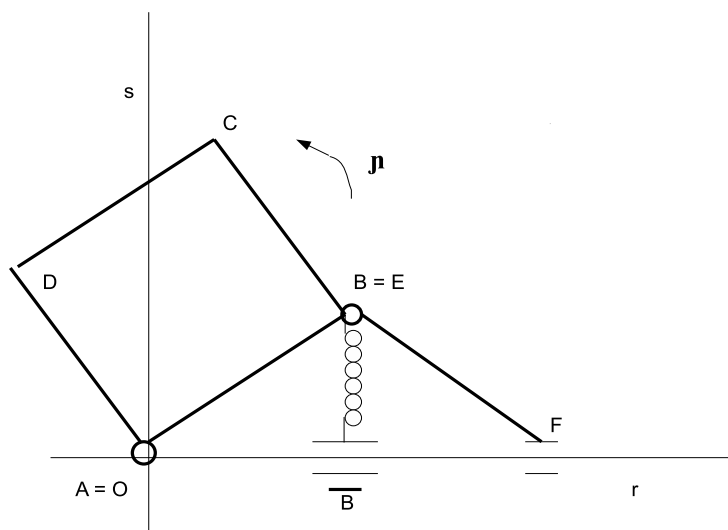
QUESITO A

In funzione dei parametri lagrangiani, si determini l'ubicazione del baricentro, si scriva la matrice d'inerzia rispetto al polo O e si calcoli il momento assiale rispetto alla retta verticale s passante per O .

Quesito B

Si assuma che sul nodo B sia applicata la forza $-k(B - \bar{B})$, con \bar{B} proiezione di B sulla retta r e che sulla lamina agisca una coppia μ di modulo costante, come da figura.

Supposti ideali i vincoli, si determini la relazione tra i parametri affinché sia di equilibrio la configurazione di figura con l'angolo tra la retta r e il lato AB pari a $\pi/4$ e le reazioni vincolari, esterne ed interne, in tale configurazione di equilibrio.



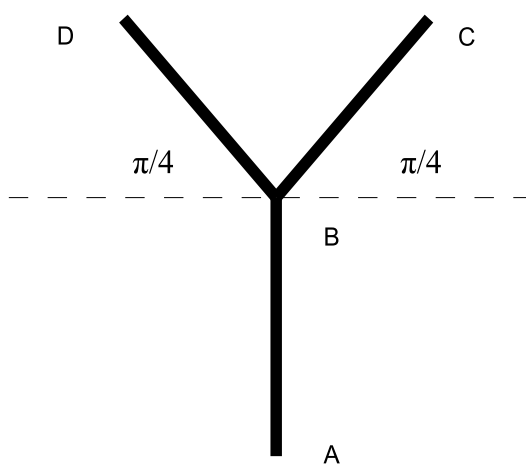
Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. R.E.A., a.a. 2008/2009
Prova scritta di Meccanica Razionale del 10/12/08

Prof. V. Romano

Un sistema materiale è costituito da tre aste omogenee di massa m e lunghezza L , saldate a forma di forcella (vedi figura). Il sistema è libero di muoversi su di un piano verticale. L'estremo A è vincolato ad una cerniera fissa. Sul punto B agisce la forza elastica $-k(B - \bar{B})$, essendo \bar{B} la proiezione di B lungo la verticale s per A . I punti C e D sono anch'essi collegati da una molla di costante elastica k .

Supponendo i vincoli ideali, si risolvano i seguenti quesiti:

1. si determini l'ubicazione del baricentro e si scriva la matrice principale d'inerzia rispetto al polo A ;
2. si determinino le configurazioni di equilibrio;
3. si calcolino le reazioni vincolari nelle configurazioni di equilibrio.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. R.E.A., a.a. 2008/2009
Prova scritta di Meccanica Razionale del 02/02/2009
Prof. V. Romano

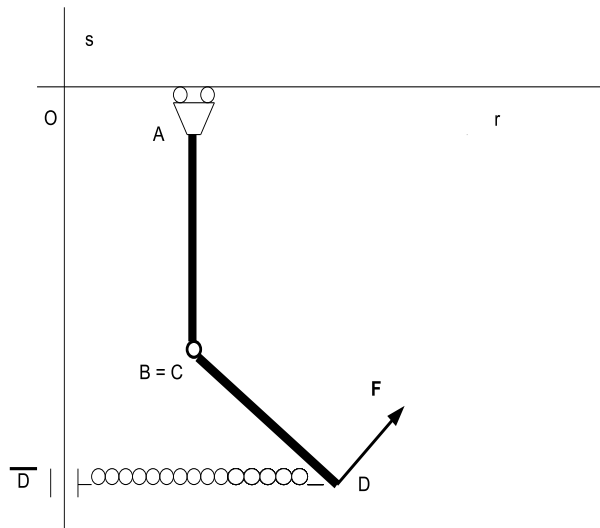
Un sistema materiale è costituito da due aste omogenee di massa M e lunghezza L , vincolate a muoversi su di un piano verticale. L'estremo A di un'asta è vincolato tramite un carrello senza cerniera a scorrere lungo una guida orizzontale r , mantenendosi in posizione verticale, mentre sul secondo estremo è incernierata la seconda asta come da figura.

PARTE A

In funzione dei parametri lagrangiani, si determini l'ubicazione del baricentro e si scriva la matrice d'inerzia rispetto al polo O e alla terna avente come due degli assi quelli r ed s di figura.

PARTE B

Si supponga che, oltre alla forza peso, sul sistema agiscano la forza $-k(D - \bar{D})$ applicata in D , essendo k una costante positiva e \bar{D} la proiezione ortogonale di D su s , e una forza \mathbf{F} di modulo costante applicata in D e ortogonale all'asta CD . Assumendo ideali i vincoli, si determinino le eventuali configurazioni di equilibrio e le reazioni vincolari, interne ed esterne, in tali configurazioni.

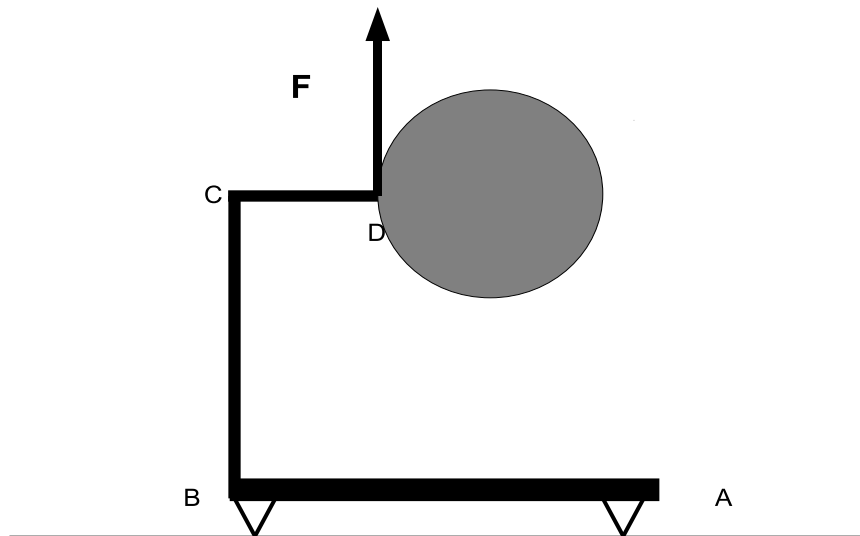


Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. R.E.A., a.a. 2008/2009
Prova scritta di Meccanica Razionale del 07/05/09
Prof. V. Romano

Un sistema materiale, appartenente ad un piano verticale, è costituito da tre aste omogenee e da un disco omogeneo. Il disco ha raggio R e massa M ; un'asta ha estremi A , B , lunghezza L e massa M ; le altre due aste hanno rispettivamente lunghezza R e $2R$ e massa m e $2m$. Le aste AB , BC e CD sono saldate ad angolo retto, il disco è saldato in D in modo che il suo centro stia sul prolungamento di CD come da figura.

Il sistema è appoggiato in A e B su una guida orizzontale. Sul punto D agisce una forza costante \mathbf{F} rivolta lungo la verticale ascendente.

1. In funzione dei parametri lagrangiani, si determini l'ubicazione del baricentro e si scriva la matrice d'inerzia rispetto al polo B e alla terna avente due degli assi paralleli alle aste AB e CD ;
2. Supposti ideali i vincoli, si individuino i valori del modulo di \mathbf{F} e del rapporto L/R in modo che il sistema stia in equilibrio e in tal caso si determinino le reazioni vincolari.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. R.E.A., a.a. 2008/2009
Prova scritta di Meccanica Razionale del 10/07/09

Prof. V. Romano

Un sistema materiale piano è costituito da due lamine omogenee a forma di triangolo rettangolo saldate per un vertice come da figura. Il triangolo di vertici ABC ha densità ρ_1 e cateti di lunghezza $2L$ e L rispettivamente. L'altro triangolo ha le stesse dimensioni e densità $\rho_2 = 2\rho_1$. Il sistema è appoggiato nei vertici A e E ad un piano orizzontale fisso, liscio e non cedevole, in posizione verticale.

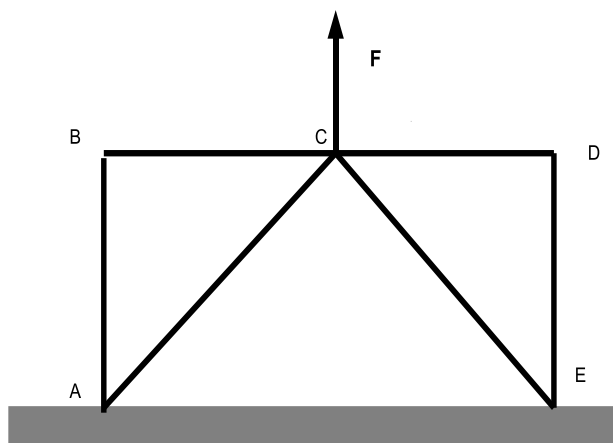
Sul punto C è applicata una forza costante di modulo F rivolta lungo la verticale ascendente.

Quesito 1

In funzione dei parametri lagrangiani, si determini l'ubicazione del baricentro e si scriva la matrice d'inerzia rispetto al polo C e alla terna avente uno degli assi parallelo al piano di appoggio;

Quesito 2

Si determinino le relazioni tra i parametri affinché sussista l'equilibrio e si calcolino quindi le reazioni vincolari.



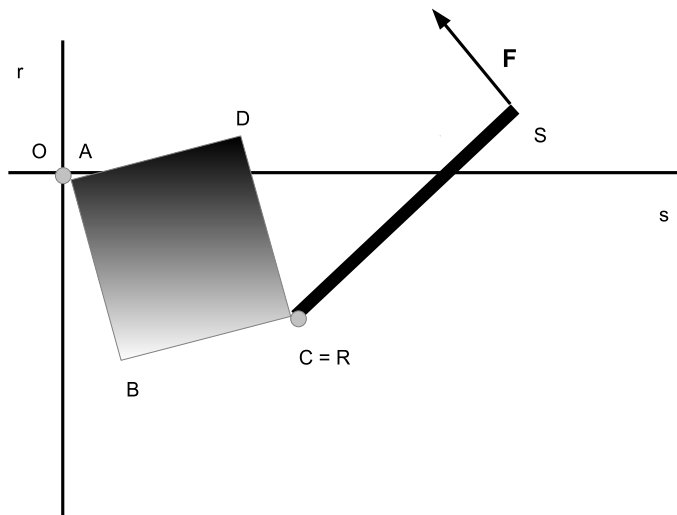
Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. R.E.A., a.a. 2008/2009
Prova scritta di Meccanica Razionale del 22/09/09
Prof. V. Romano

Un sistema materiale, vincolato a muoversi su di un piano verticale, è costituito da un'asta omogenea di lunghezza l e massa m e da un quadrato omogeneo di lato L e massa M . Il quadrato ha il vertice A vincolato al punto O , intersezione della retta orizzontale s e della retta verticale r . L'estremo R dell'asta è vincolato al vertice C del quadrato tramite una cerniera interna, come da figura.

Sul nodo C agisce una forza $-k(C - \bar{C})$, essendo \bar{C} la proiezione di C sulla retta s . Sul vertice S dell'asta, agisce una forza di modulo costante F , avente direzione ortogonale all'asta.

Supposti ideali i vincoli, si risolvano i seguenti quesiti:

1. in funzione dei parametri lagrangiani, si determini l'ubicazione del baricentro, si scriva la matrice d'inerzia rispetto al polo A e alla terna avente uno degli assi parallelo alla guida r e si determini poi la terna principale rispetto al polo A ;
2. si determinino, utilizzando un metodo energetico, le relazioni tra i parametri affinché si abbiano configurazioni di equilibrio con l'asta orizzontale e si calcolino poi le reazioni vincolari in tali configurazioni.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. R.E.A., a.a. 2007/2008
Prova scritta di Meccanica Razionale del 19/09/08
Prof. V. Romano

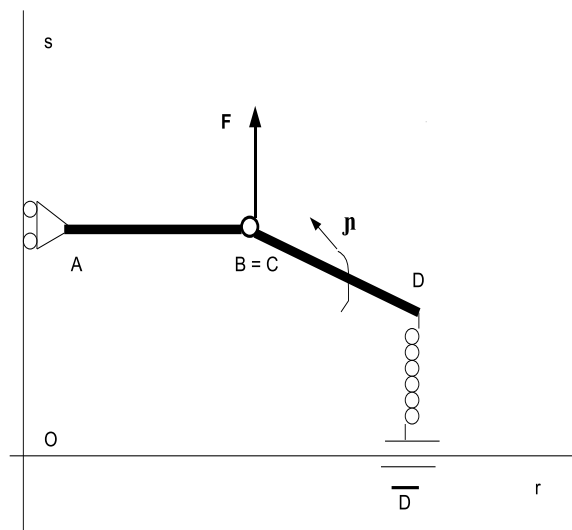
Un sistema materiale è costituito da due aste omogenee di massa m e lunghezza L , vincolate a muoversi su di un piano verticale. L'estremo A di un'asta è vincolato tramite un carrello senza cerniera a scorrere lungo una guida verticale s , mantenendosi in posizione orizzontale, mentre sul secondo estremo è incernierata la seconda asta come da figura.

PARTE A

In funzione dei parametri lagrangiani, si determini l'ubicazione del baricentro e si scriva la matrice d'inerzia rispetto al polo O e alla terna avente come due degli assi le rette r ed s di figura.

PARTE B

Si supponga che, oltre alla forza peso, sul sistema agiscano una forza costante \mathbf{F} verticale orientata verso l'alto e applicata al nodo B , la forza $-k(D - \bar{D})$ applicata in D , essendo k una costante positiva e \bar{D} la proiezione ortogonale di D su r , e una coppia di momento costante μ agente sull'asta CD . Sotto le ipotesi $F = 2mg$ sul modulo di \mathbf{F} , assumendo ideali vincoli, si determinino le eventuali configurazioni di equilibrio e le reazioni vincolari, interne ed esterne, in tali configurazioni.



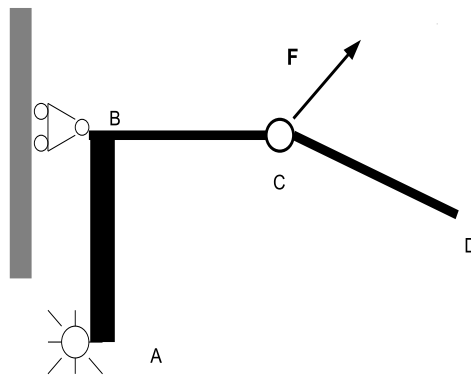
Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. R.E.A., a.a. 2008/2009
Prova scritta di Meccanica Razionale del 29/01/09
Prof. V. Romano

Un sistema materiale, vincolato a muoversi su di un piano verticale, è costituito da tre aste omogenee di lunghezza L : una di estremi AB e di massa $2m$ e le altre due di estremi BC e CD , entrambe di massa m . Le prime due aste sono saldate ad angolo retto, la terza è vincolata tramite una cerniera interna in C al sistema costituito dalle prime due. L'estremo A è vincolato tramite una cerniera fissa, l'estremo B è vincolato ad un carrello con cerniera che può scorrere lungo una guida verticale, come da figura.

Sul nodo C è applicata una forza \mathbf{F} che forma un angolo di $\pi/4$ con la retta orizzontale per C . Una molla di costante elastica $k > 0$ collega gli estremi A e D .

Supposti ideali i vincoli, si risolvano i seguenti quesiti:

1. in funzione dei parametri lagrangiani, si determini l'ubicazione del baricentro e si scriva la matrice d'inerzia rispetto al polo B e alla terna avente due degli assi paralleli alle aste AB e BC ;
2. si determinino le eventuali configurazioni di equilibrio e le reazioni vincolari, interne ed esterne, in tali configurazioni.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. R.E.A., a.a. 2008/2009
Prova in itinere di Meccanica Razionale del 18/05/09
Prof. V. Romano

QUESITO 1

Sia data il sistema di vettori applicati $\Sigma = \{(A_i, \mathbf{v}_i) : i = 1, 2, 3\}$ con

$$\begin{aligned} A_1 &= (0, 0, 0) & \mathbf{v}_1 &= (\alpha, 1, 1) \\ A_2 &= (1, 0, 0) & \mathbf{v}_2 &= (0, 2\alpha, 3) \\ A_3 &= (0, 0, 1) & \mathbf{v}_3 &= (0, 0, \alpha) \end{aligned} \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

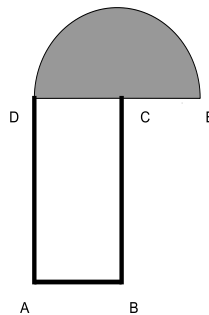
Si riduca il sistema al polo A_3 . Si determinino gli eventuali valori di α per cui il sistema è equivalente ad una coppia e gli eventuali valori di α per cui il sistema ammette risultante equivalente, determinandola poi.

QUESITO 2

Un punto materiale è vincolato a muoversi lungo una guida circolare la quale a sua volta ruota con velocità angolare costante attorno all'asse passante per il centro O ed ortogonale al piano che la contiene. Considerato un sistema di riferimento fisso con origine in O e un sistema di riferimento solidale alla guida, anch'esso con origine in O , si scrivano le espressioni della velocità assoluta, relativa e di trascinamento del punto. Si scrivano quindi le espressioni dell'accelerazione assoluta, relativa, di trascinamento e di Coriolis.

QUESITO 3

Un sistema materiale piano è costituito da un rettangolo omogeneo e da un semidisco omogeneo saldati come in figura. Il rettangolo ha i lati di lunghezza R e $2R$ e densità ρ_1 . Il disco ha raggio R e densità ρ_2 . Si determini il rapporto ρ_1/ρ_2 in modo che il baricentro dell'intero sistema appartenga al segmento DC e si scriva la matrice d'inerzia rispetto al polo C secondo una terna la cui scelta viene lasciata al candidato.

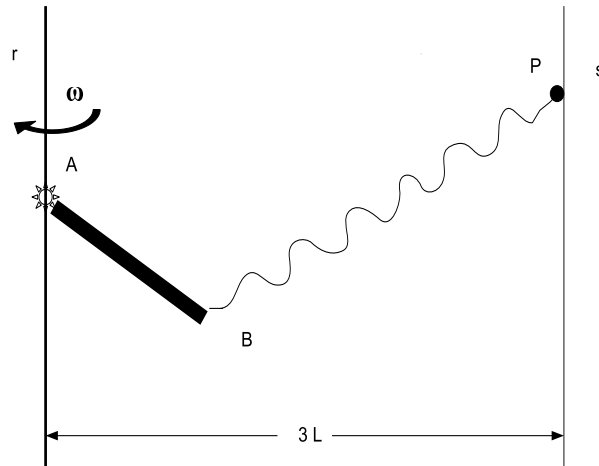


Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. R.E.A., a.a. 2008/2009
Prova scritta di Meccanica Razionale del 25/06/09
Prof. V. Romano

Un sistema materiale, vincolato a muoversi su di un piano verticale, è costituito da un'asta omogenea di lunghezza L massa M e da un punto materiale P di massa m . L'asta è vincolata nell'estremo A ad una guida verticale r tramite una cerniera fissa, mentre il punto P è vincolato ad una guida verticale s posta a distanza $3L$ da r , come da figura. Il piano del sistema ruota con velocità angolare costante di modulo ω attorno alla retta r .

Una molla di costante elastica $k > 0$ collega il secondo estremo B dell'asta con P .
Supposti ideali i vincoli e assumendo che $3k = 2M\omega^2$, si risolvano i seguenti quesiti:

1. in funzione dei parametri lagrangiani, si determini l'ubicazione del baricentro e si scriva la matrice d'inerzia rispetto al polo A e alla terna avente uno degli assi parallelo alla guida r ;
2. si determinino le eventuali configurazioni di equilibrio e le reazioni vincolari in tali configurazioni.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. R.E.A., a.a. 2007/2008
Prova scritta di Meccanica Razionale del 18/12/2009

Prof. V. Romano

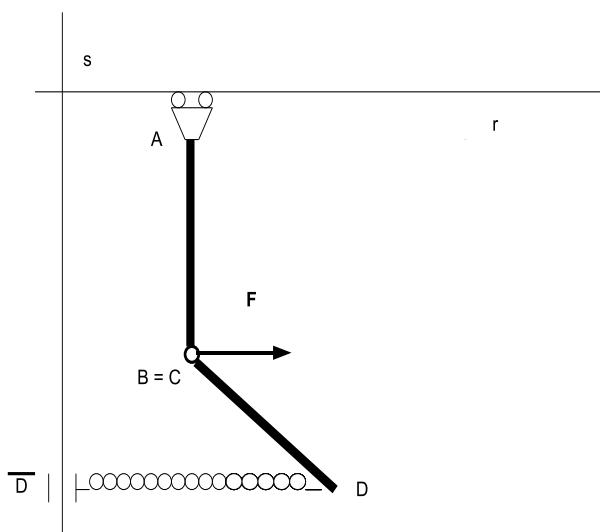
Un sistema materiale è costituito da due aste omogenee di massa M e lunghezza L , vincolate a muoversi su di un piano verticale. L'estremo A di un'asta è vincolato tramite un carrello senza cerniera a scorrere lungo una guida orizzontale r , mantenendosi in posizione verticale, mentre sul secondo estremo è incernierata la seconda asta come da figura.

PARTE A

In funzione dei parametri lagrangiani, si determini l'ubicazione del baricentro e si scriva la matrice d'inerzia rispetto al polo A e alla terna avente come due degli assi le rette r ed s di figura.

PARTE B

Si supponga che, oltre alla forza peso, sul sistema agiscano una forza costante \mathbf{F} orizzontale, applicata al nodo B , e la forza $-k(D - \bar{D})$ applicata in D , essendo k una costante positiva e \bar{D} la proiezione ortogonale di D su s . Sotto le ipotesi $F = Mg$ sul modulo di \mathbf{F} , assumendo ideali vincoli, si determinino le eventuali configurazioni di equilibrio e le reazioni vincolari, interne ed esterne, in tali configurazioni.



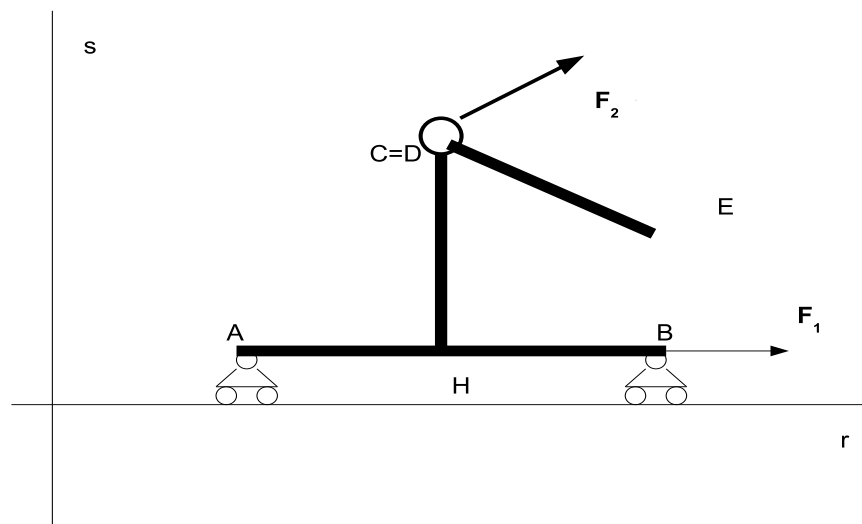
Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. R.E.A., a.a. 2008/2009
Prova scritta di Meccanica Razionale del 19/02/09
Prof. V. Romano

Un sistema materiale, vincolato a muoversi su di un piano verticale, è costituito da tre aste omogenee: la prima di lunghezza $2L$, massa $2m$ ed estremi A, B ; la seconda di lunghezza L , massa m ed estremi C, H ; la terza di lunghezza L , massa m ed estremi D, E . Le aste AB e CH sono saldate ad angolo retto nel punto medio di AB come da figura. Gli estremi C e D sono vincolati tramite una cerniera interna. Gli estremi A e B sono vincolati tramite due carrelli con cerniera a muoversi lungo una guida orizzontale r .

Una molla di costante elastica $k > 0$ collega i punti A ed E . Sull'estremo C agisce la forza $-k(C - \bar{C})$, essendo \bar{C} la proiezione ortogonale di C sulla verticale s . Inoltre su B è applicata una forza costante orizzontale \mathbf{F}_1 mentre sul nodo C agisce la forza costante \mathbf{F}_2 che forma un angolo di $\pi/6$ con la retta orizzontale per C .

Supposti ideali i vincoli, si risolvano i seguenti quesiti:

1. in funzione dei parametri lagrangiani, si determini l'ubicazione del baricentro e si scriva la matrice d'inerzia rispetto al polo H e alla terna avente due degli assi paralleli alle aste AB e CH ;
2. si determinino le eventuali configurazioni di equilibrio e le reazioni vincolari, interne ed esterne, in tali configurazioni.



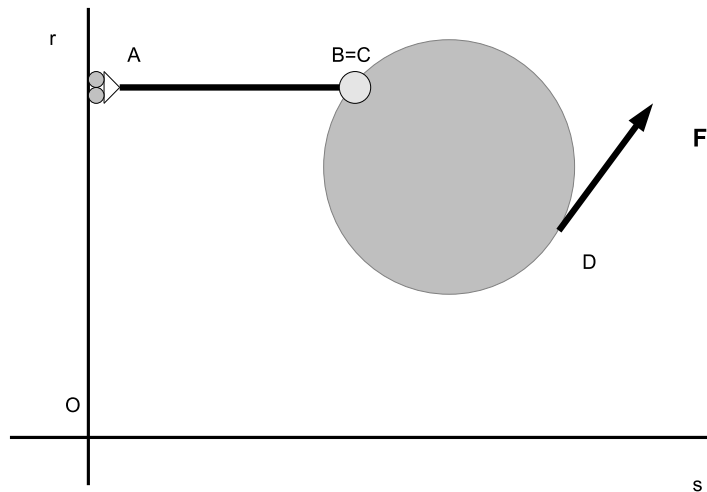
Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. R.E.A., a.a. 2008/2009
Prova scritta di Meccanica Razionale del 25/07/09
Prof. V. Romano

Un sistema materiale, vincolato a muoversi su di un piano verticale, è costituito da un'asta omogenea di lunghezza L e massa m e da un disco omogeneo di raggio R e massa M . L'asta è vincolata nell'estremo A ad una guida verticale r tramite un carrello senza cerniera, mantenendosi in posizione orizzontale. Il disco ha un punto C del bordo vincolato all'estremo B dell'asta tramite una cerniera interna, come da figura.

Una molla di costante elastica $k > 0$ collega la cerniera in B con il punto O , intersezione della guida r con una retta orizzontale s . Sul punto D del disco, diametralmente opposto rispetto a C , agisce una forza di modulo costante F , avente direzione tangenziale.

Supposti ideali i vincoli, si risolvano i seguenti quesiti:

1. in funzione dei parametri lagrangiani, si determini l'ubicazione del baricentro, si scriva la matrice d'inerzia rispetto al polo A e alla terna avente uno degli assi parallelo alla guida r e si determini poi la terna principale rispetto al polo A ;
2. si determinino, utilizzando un metodo energetico, le eventuali configurazioni di equilibrio e poi le reazioni vincolari in tali configurazioni, utilizzando le equazioni cardinali della statica.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. R.E.A., a.a. 2009/2010
Prova scritta di Meccanica Razionale del 20/07/2010
Prof. V. Romano

Un sistema materiale è costituito dalla lamina omogenea di figura, ottenuta cavando da un rettangolo di lati $4L$ e $2L$ due quarti di cerchio di raggio L .

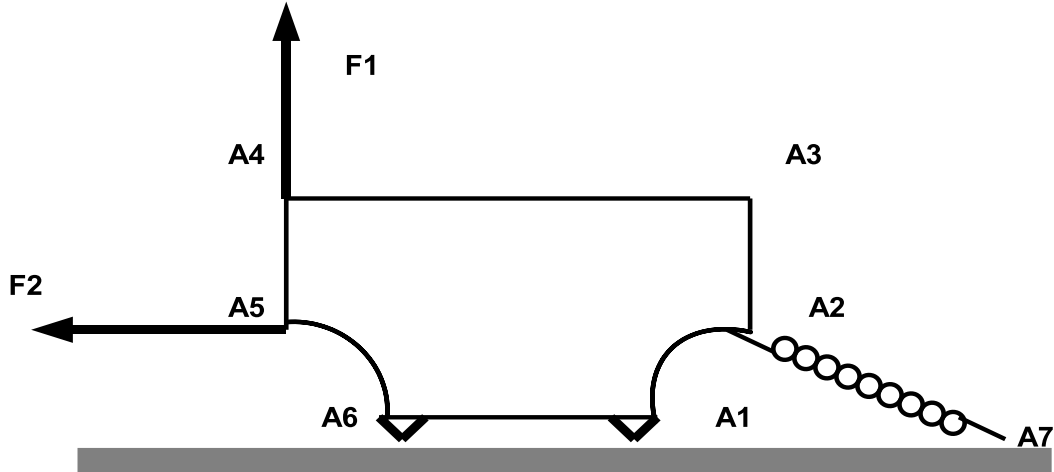
PARTE A

Si determini l'ubicazione del baricentro e si scriva la matrice principale centrale d'inerzia.

PARTE B

Si supponga che il sistema sia posto su di un piano verticale e appoggiato ad un piano orizzontale in A_1 e A_6 e che su di esso agiscano, oltre alla forza peso, una forza costante \mathbf{F}_1 diretta lungo la verticale ascendente, una forza costante \mathbf{F}_2 orizzontale e una molla di costante elastica $k > 0$ agente tra A_2 e il punto A_7 posto a distanza $3L$ da A_1 .

Si trovi sotto quali condizioni tra i parametri la sollecitazione attiva ammette risultante equivalente. Si determinino poi le ulteriori relazioni tra i parametri affinché sussista l'equilibrio e si calcolino le reazioni vincolari.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. R.E.A., a.a. 2007/2008
Prova scritta di Meccanica Razionale del 23/02/2010
Prof. V. Romano

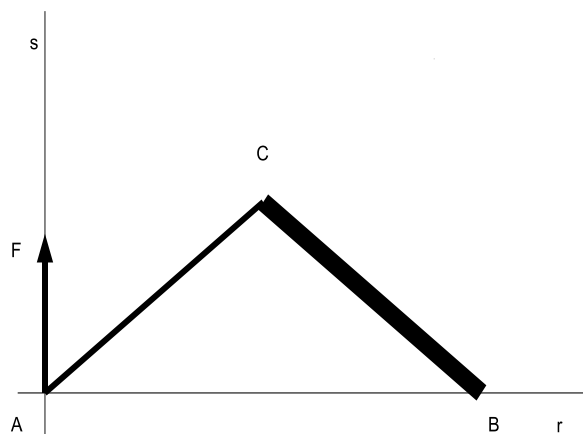
Un sistema materiale è costituito da due aste omogenee, rispettivamente di masse M e $2M$, lunghezza L , saldate a squadra e appoggiate ad un piano orizzontale agli estremi A e B , come da figura.

PARTE A

Si determini l'ubicazione del baricentro e si scriva la matrice d'inerzia rispetto al polo A e alla terna costituita dagli assi r ed s di figura.

PARTE B

Si supponga che, oltre alla forza peso, sul sistema agisca la forza costante verticale \mathbf{F} applicata in A (si veda la figura), con $F < 3Mg$, essendo F il modulo di \mathbf{F} . Assumendo ideali i vincoli, si determinino le condizioni di equilibrio e le reazioni vincolari.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. R.E.A., a.a. 2009/2010
Prova scritta di Meccanica Razionale del 29/04/2010
Prof. V. Romano

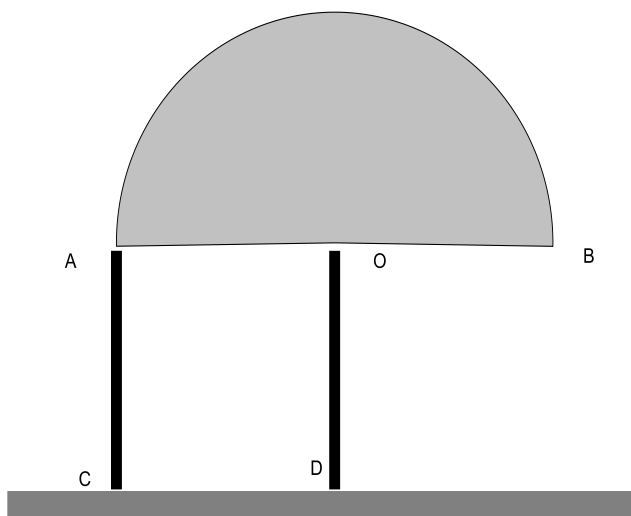
Un sistema materiale è costituito da due aste uguali omogenee e da un semicerchio omogeneo. Ciascuna asta ha lunghezza L e massa m , mentre il semicerchio ha raggio R e massa M . Le aste sono saldate al semicerchio perpendicolarmente al diametro AB in A e O , punto medio di AB , come in figura.

PARTE A

Si determini l'ubicazione del baricentro, si scriva la matrice d'inerzia rispetto al polo O e alla terna avente due assi rispettivamente paralleli al diametro AB e all'asta DO e si individuino le direzioni degli assi principali rispetto al polo O .

PARTE B

Si supponga che il sistema sia posto su di un piano verticale e appoggiato ad un piano orizzontale in C e D . Si determini la condizione tra le masse affinché sussista l'equilibrio e si calcolino le reazioni vincolari.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. R.E.A., a.a. 2009/2010
Prova scritta di Meccanica Razionale del 29/06/2010
Prof. V. Romano

Un sistema materiale è costituito dalla lamina omogenea di figura con $A_1A_3 = 2A_1A_2 = 2L$, $A_1A_8 = 4L$, $A_5A_6 = A_6A_7 = A_7A_8 = L$.

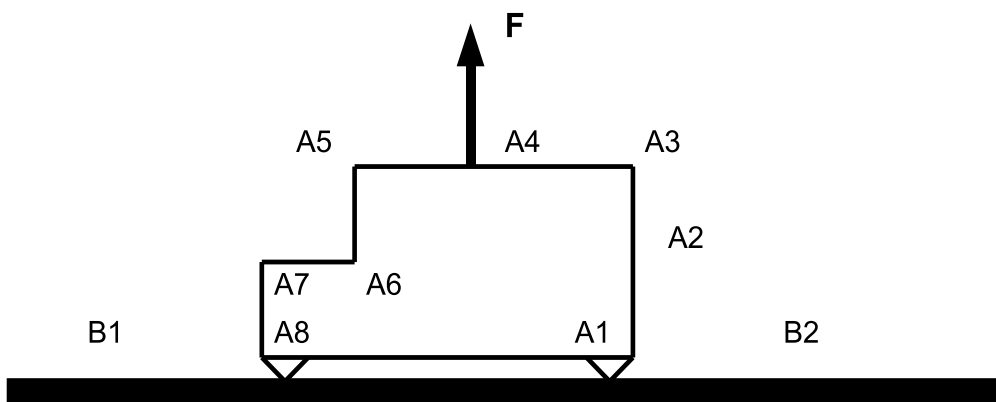
PARTE A

Si determini l'ubicazione del baricentro, si scriva la matrice centrale d'inerzia rispetto alla terna avente due assi rispettivamente paralleli ai lati A_1A_8 e A_1A_3 e si individuino le direzioni degli assi principali centrali.

PARTE B

Si supponga che il sistema sia posto su di un piano verticale e appoggiato ad un piano orizzontale in A_1 e A_8 e che su di esso agiscano, oltre alla forza peso, una forza costante \mathbf{F} diretta lungo la verticale ascendente e due molle di stessa costante elastica agenti tra A_2 , B_2 e tra A_7 , B_1 , con B_1 e B_2 posti a distanza L da A_8 e A_1 rispettivamente.

Si trovi sotto quali condizioni tra i parametri sussiste l'equilibrio e in tal caso si determinino le reazioni vincolari.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. R.E.A., a.a. 2009/2010
Prova scritta di Meccanica Razionale del 07/09/2010

Prof. V. Romano

Un sistema materiale è costituito da due aste omogenee, una di estremi A, B massa m e lunghezza L , l'altra di estremi C, D massa M e lunghezza $2L$. Il sistema si muove su di un piano verticale. L'estremo A è vincolato ad una guida verticale r tramite un carrello senza cerniera, in modo da mantenere l'asta AB orizzontale. L'estremo C è vincolato al punto medio dell'asta AB tramite una cerniera interna, come da figura.

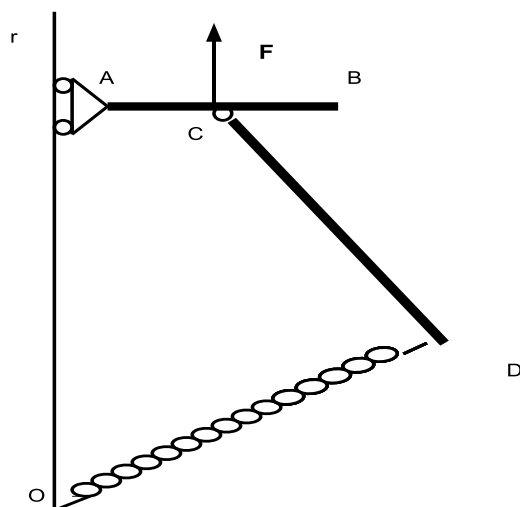
Sul nodo C agisce una forza costante diretta lungo la verticale ascendente \mathbf{F} . Una molla di costante elastica $k > 0$ collega l'estremo D con un punto fisso O della retta r .

PARTE A

Si determini l'ubicazione del baricentro e si scriva la matrice d'inerzia rispetto al polo O e alla terna eventuale uno degli assi paralleli alla retta r , in funzione dei parametri lagrangiani.

PARTE B

Supponendo che i vincoli siano ideali, si trovi sotto quali condizioni tra i parametri esistono configurazioni di equilibrio con l'asta CD orizzontale e si calcolino le reazioni vincolari, interne ed esterne, in tali configurazioni di equilibrio.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. R.E.A., a.a. 2009/2010
Prova scritta di Meccanica Razionale del 28/09/2010

Prof. V. Romano

Un sistema materiale è costituito da due aste omogenee, una di estremi A, B massa m e lunghezza L , l'altra di estremi C, D massa M e lunghezza $2L$. Il sistema si muove su di un piano verticale. L'asta AB ha gli estremi vincolati ad una guida verticale r tramite due carrelli con cerniera. L'estremo C è vincolato al punto medio dell'asta AB tramite una cerniera interna, come da figura.

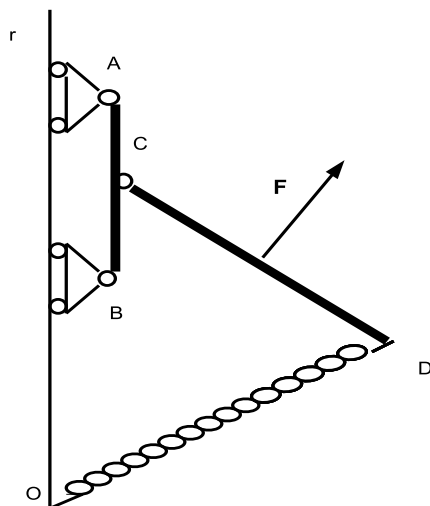
Sul baricentro dell'asta CD agisce, oltre alla forza peso, una forza di modulo costante ortogonale all'asta stessa. Una molla di costante elastica $k > 0$ collega l'estremo D con un punto fisso O della retta r .

QUESITO A

Si determini l'ubicazione del baricentro e si scriva, in funzione dei parametri lagrangiani, la matrice d'inerzia rispetto al polo O e alla terna avente uno degli assi parallelo alla retta r .

QUESITO B

Supponendo che i vincoli siano ideali, si trovi sotto quali condizioni tra i parametri esistono configurazioni di equilibrio con l'asta CD orizzontale e si calcolino le reazioni vincolari, interne ed esterne, in tali configurazioni di equilibrio.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. R.E.A., a.a. 2010/2011
Prova scritta di Meccanica Razionale del 10/12/2010
Prof. V. Romano

Un sistema materiale è costituito da una lamina rettangolare omogenea di massa M e lati $4L$ e $2L$, a cui è stato praticato un foro circolare di raggio $L/2$ e centro posto sull'asse di simmetria parallelo al lato AB (vedi figura) a distanza $L/2$ dal centro geometrico della lamina, e da un'asta omogenea di lunghezza $4L$ e massa m .

Il sistema si muove su di un piano verticale. L'asta ha un estremo vincolato al vertice A della lamina tramite una cerniera interna. Gli estremi C e D della lamina sono vincolati ad una guida orizzontale tramite due carrelli con cerniera.

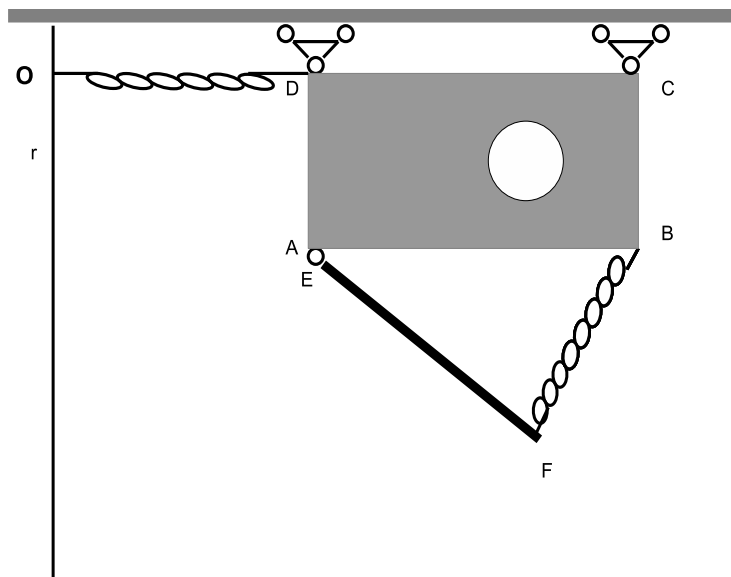
Una molla di costante elastica $k > 0$ collega l'estremo D con un punto fisso O della retta verticale r , mantenendosi orizzontale. Una seconda molla collega l'estremo libero dell'asta con il vertice B della lamina.

QUESITO A

Si determini l'ubicazione del baricentro e si scriva, in funzione dei parametri lagrangiani, la matrice d'inerzia rispetto alla terna di centro O e evente uno degli assi parallelo alla retta r .

QUESITO B

Supponendo che i vincoli siano ideali e che tra i parametri sussista la relazione $mg = 4KL$, si determinino le configurazioni di equilibrio e si calcolino le reazioni vincolari, interne ed esterne, nelle configurazioni di equilibrio.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. R.E.A., a.a. 2010/2011
Prova scritta di Meccanica Razionale del 10/02/2011
Prof. V. Romano

Due aste omogenee di lunghezza L e massa m sono vincolate a muoversi, mantendendosi orizzontali, su di un piano verticale lungo due guide verticali tramite due carrelli senza cerniera come da figura. Le due guide si trovano a distanza $3L$ l'una dall'altra.

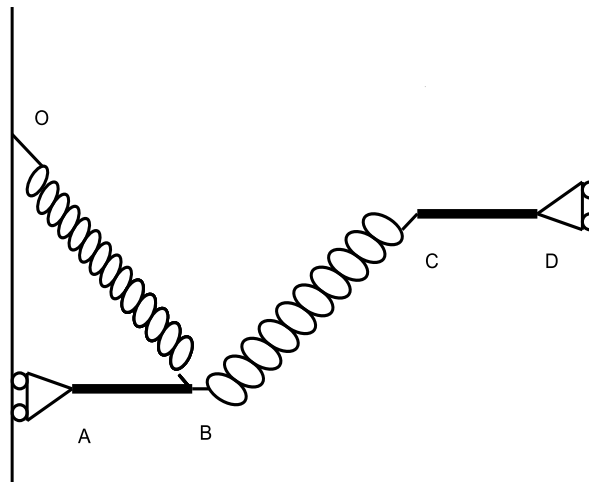
QUESITO A

Si determini per l'intero sistema, in funzione dei parametri lagrangiani, l'ubicazione del baricentro e la matrice principale centrale d'inerzia.

QUESITO B

Una molla di costante elastica $k > 0$ lega l'estremo B della prima asta con un punto fisso O della guida lungo cui si muove; una seconda molla di stessa costante elastica lega gli estremi liberi delle due aste. Il piano del sistema è posto in rotazione uniforme attorno all'asse verticale per O .

Assumendo ideali i vincoli, si determinino le configurazioni di equilibrio con un metodo energetico e le reazioni vincolari in tali configurazioni.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. R.E.A., a.a. 2010/2011
Prova scritta di Meccanica Razionale del 01/03/2011
Prof. V. Romano

Due aste omogenee di lunghezza L e massa M sono vincolate a muoversi su di un piano verticale. L'asta AB è vincolata ad una guida verticale tramite un carrello senza cerniera come da figura. L'asta CD ha l'estremo C vincolato all'estremo B della prima asta tramite una cerniera interna avente massa m .

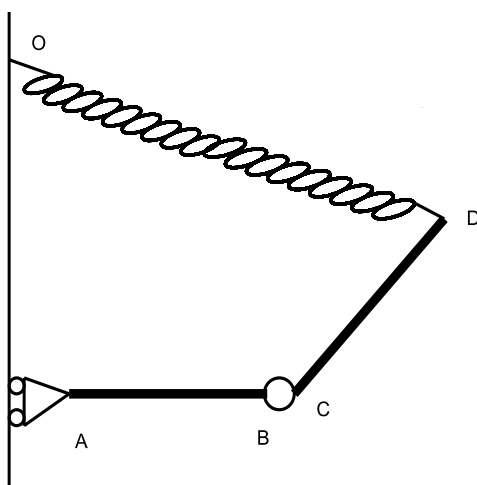
QUESITO A

Si determini per l'intero sistema, in funzione dei parametri lagrangiani, l'ubicazione del baricentro e la matrice principale centrale d'inerzia.

QUESITO B

Una molla di costante elastica $k > 0$ lega l'estremo D della seconda asta con un punto fisso O della guida verticale attorno a cui il piano del sistema è posto in rotazione uniforme.

Assumendo ideali i vincoli, si determini la relazione tra i parametri affinché esistano configurazioni di equilibrio con l'asta CD verticale e le reazioni vincolari in tali configurazioni.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. R.E.A., a.a. 2010/2011
Prova scritta di Meccanica Razionale del 06/05/2011

Prof. V. Romano

Due aste omogenee di lunghezza L e massa M sono vincolate a muoversi su di un piano verticale. Entrambe sono vincolate ad un carrello concerniera che scorre lungo una guida orizzontale come da figura.

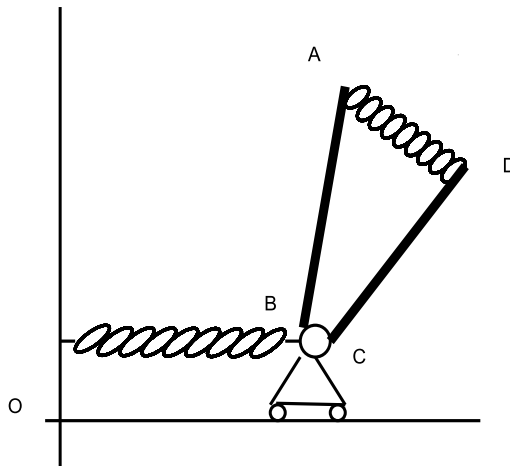
QUESITO A

Si determini per l'intero sistema, in funzione dei parametri lagrangiani, l'ubicazione del baricentro e la matrice principale centrale d'inerzia.

QUESITO B

Una molla di costante elastica $k > 0$ lega il carrello con un punto fisso O mantenendosi orizzontale. Un seconda molla di stessa costante elastica collega gli estremi liberi delle due aste.

Assumendo ideali i vincoli, si determinino le configurazioni di equilibrio e le reazioni vincolari, interne ed esterne, in tali configurazioni.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. R.E.A., a.a. 2010/2011
Prova scritta di Meccanica Razionale del 24/06/2011

Prof. V. Romano

Tre aste omogenee di lunghezza L e massa M sono vincolate a muoversi su di un piano verticale. Due sono saldate ad angolo retto e vincolate ad una guida verticale tramite una carrello senza cerniera e ad una guida orizzontale tramite un carrello con cerniera. Su quest'ultimo è vincolato pure un estremo della terza asta come da figura.

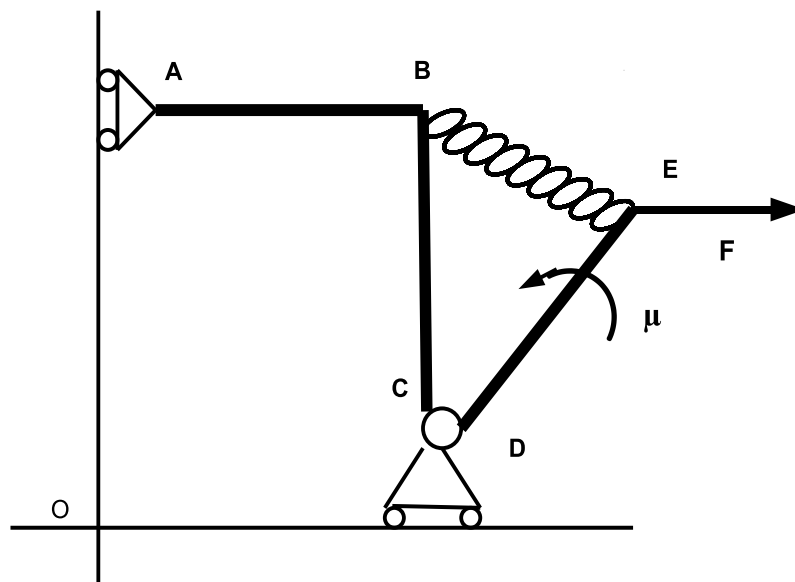
QUESITO A

Si determini per l'intero sistema, in funzione dei parametri lagrangiani, l'ubicazione del baricentro e la matrice d'inerzia rispetto al sistema di riferimento di origine il polo O di figura e avente le guide, verticale e orizzontale, come due assi.

QUESITO B

Una molla di costante elastica $k > 0$ collega l'estremo libero della terza asta con il vertice dell'angolo formato dalle prime due aste. Inoltre sulla terza asta agisce una coppia di momento costante di modulo μ e orientato come da figura. Sul punto E è applicata una forza costante \mathbf{F} orizzontale.

Assumendo ideali i vincoli, si determini, tramite un metodo energetico, il valore di μ affinché siano di equilibrio le configurazioni con l'asta DE formante un angolo di $\pi/4$ con la verticale. Si trovino poi le reazioni vincolari, interne ed esterne, in tali configurazioni.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. R.E.A., a.a. 2010/2011
Prova scritta di Meccanica Razionale del 13/07/2011
Prof. V. Romano

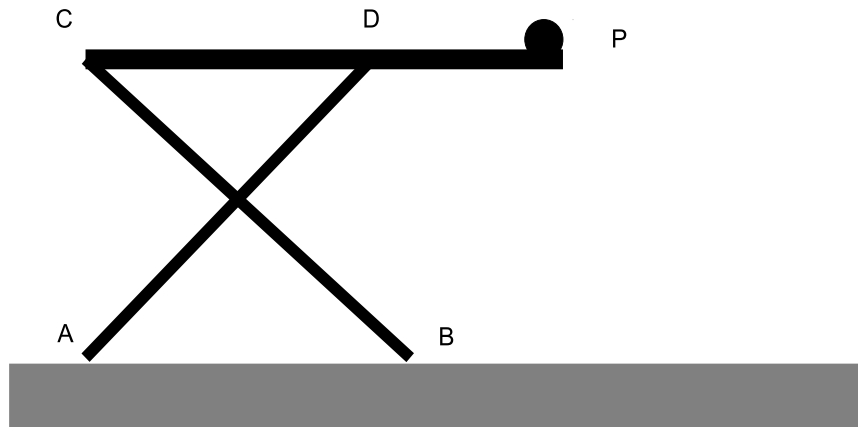
Tre aste omogenee, di cui due di lunghezza L e massa M e la terza di lunghezza $\frac{3}{2}L$ e massa $2M$, sono saldate come da figura. In particolare le prime due sono perpendicolari tra di loro. Sull'estremo libero della terza asta vi è saldato un punto materiale di massa m . Il sistema si trova su di un piano verticale ed è appoggiato su di una guida orizzontale.

QUESITO A

Si determini per l'intero sistema l'ubicazione del baricentro e la matrice d'inerzia rispetto al sistema di riferimento di origine A e avente la guida orizzontale come uno dei due assi sul piano verticale.

QUESITO B

Supponendo ideali i vincoli, si determinino le relazioni tra i parametri affinché il sistema sia in equilibrio nella configurazione di figura e, sotto tali condizioni, si calcolino le reazioni vincolari.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. R.E.A., a.a. 2010/2011
Prova scritta di Meccanica Razionale del 28/07/2011
Prof. V. Romano

Un sistema materiale è costituito da una lamina omogenea di massa M e da un'asta omogenea di massa m e lunghezza $2L$. La lamina è stata ottenuta cavando da una lamina quadrata di vertici A, B, C, D di lato $2L$ un semicerchio di diametro AB come da figura. Un estremo dell'asta è incernierato alla lamina nel vertice C . L'intero sistema si trova su di un piano verticale e ha i vertici A e B vincolati su una guida orizzontale tramite due carrelli con cerniera.

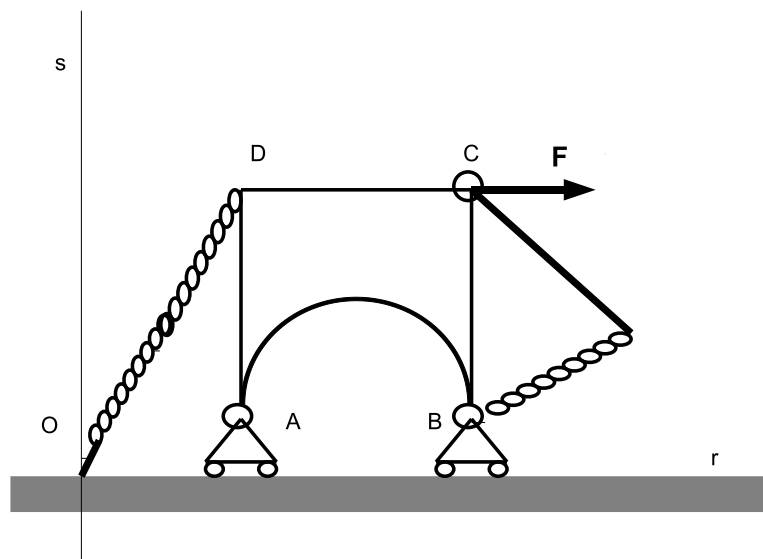
QUESITO A

Si determini per l'intero sistema, in funzione dei parametri lagrangiani, l'ubicazione del baricentro e la matrice d'inerzia rispetto al sistema di riferimento di origine A e avente la guida orizzontale come uno dei due assi sul piano verticale.

QUESITO B

Sul nodo C agisce una forza costante orizzontale \mathbf{F} . Una molla di costante elastica $k > 0$ collega il punto D con il punto fisso O . Una seconda molla di stessa costante elastica collega il vertice B con l'estremo libero dell'asta.

Supponendo ideali i vincoli, si determinino le configurazioni di equilibrio e le reazioni vincolari, interne ed esterne, nelle configurazioni di equilibrio.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. R.E.A., a.a. 2010/2011
Prova scritta di Meccanica Razionale del 01/09/2011
Prof. V. Romano

Un sistema materiale, formato da una lamina e da un'asta, si trova su di un piano verticale. La lamina è omogenea di massa M , ha la forma di un triangolo equilatero con lato di lunghezza L ed è vincolata a muoversi lungo l'asta tramite un carrello con cerniera. L'asta è omogenea di massa m e lunghezza $3L$ ed è incastrata nell'estremo A in modo da rimanere orizzontale.

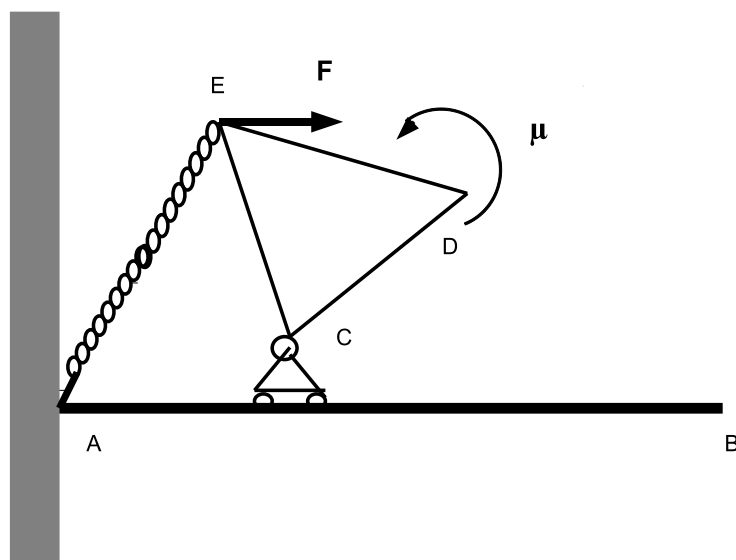
QUESITO A

Si determini per l'intero sistema, in funzione dei parametri lagrangiani, l'ubicazione del baricentro e la matrice d'inerzia rispetto al sistema di riferimento di origine A e avente come uno dei due assi la retta contenente l'asta.

QUESITO B

Si assuma che oltre alla forza peso, sulla lamina agiscano una coppia, il cui momento ha modulo costante μ ed è orientato come da figura, e una forza costante \mathbf{F} orizzontale, applicata nel vertice E . Inoltre una molla di costante elastica $k > 0$ collega il vertice A dell'asta con il vertice E .

Supposti ideali i vincoli, si determinino le condizioni tra i parametri affinché siano di equilibrio le configurazioni in cui il lato CE risulti verticale e le reazioni vincolari, interne ad esterne, in tali eventuali configurazioni di equilibrio.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. R.E.A., a.a. 2010/2011
Prova scritta di Meccanica Razionale del 20/09/2011
Prof. V. Romano

Un sistema materiale, formato da una lamina quadrata di massa M e lato L e da un'asta omogenea di massa m e lunghezza $3L$, si trova su di un piano verticale. La lamina è divisa dalla diagonale QS (vedi figura) in due triangoli, di cui quello con vertice R ha densità doppia dell'altro, ed è vincolata a muoversi lungo l'asta tramite un carrello con cerniera nel vertice R . L'asta è incastrata nell'estremo A in modo da rimanere orizzontale.

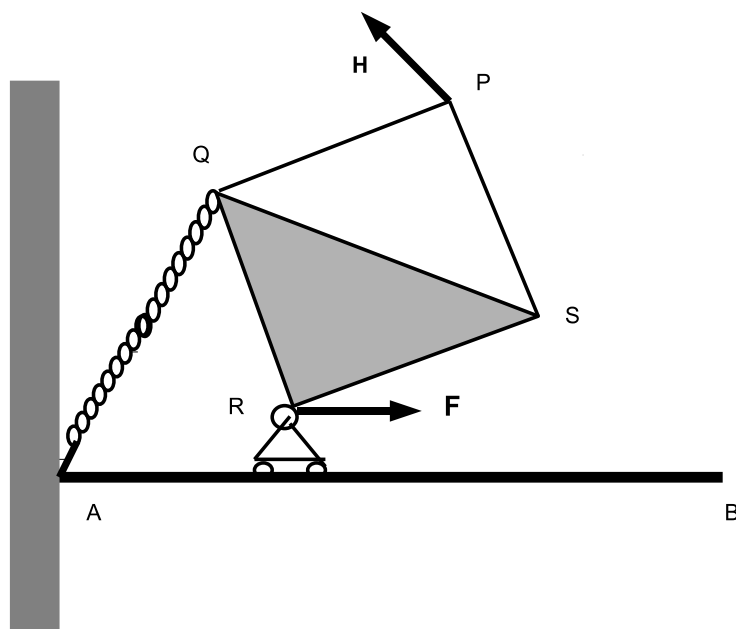
QUESITO A

Si determini per l'intero sistema, in funzione dei parametri lagrangiani, l'ubicazione del baricentro e si scriva poi la matrice principale centrale della lamina.

QUESITO B

Si assuma che, oltre alla forza peso, sulla lamina agiscano una forza costante \mathbf{F} orizzontale, applicata nel vertice R , e una forza \mathbf{H} di modulo costante applicata in P e ortogonale alla diagonale PR , come da figura. Inoltre una molla di costante elastica $k > 0$ collega il vertice A dell'asta con il vertice Q della lamina.

Supposti ideali i vincoli, si determinino le condizioni tra i parametri affinché siano di equilibrio le configurazioni in cui il lato RS risulti orizzontale e le reazioni vincolari, interne ad esterne, in tali eventuali configurazioni di equilibrio.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Civile, Meccanica, R.E.A., a.a. 2011/2012
Prova scritta di Meccanica Razionale del 09/12/2011

Prof. V. Romano

Un sistema materiale, formato da una lamina rettangolare omogenea di massa M e lati L e $2L$, si trova su di un piano verticale. La lamina è vincolata ad un guida orizzontale r nel punto medio H del lato AB tramite una cerniera mobile come da figura.

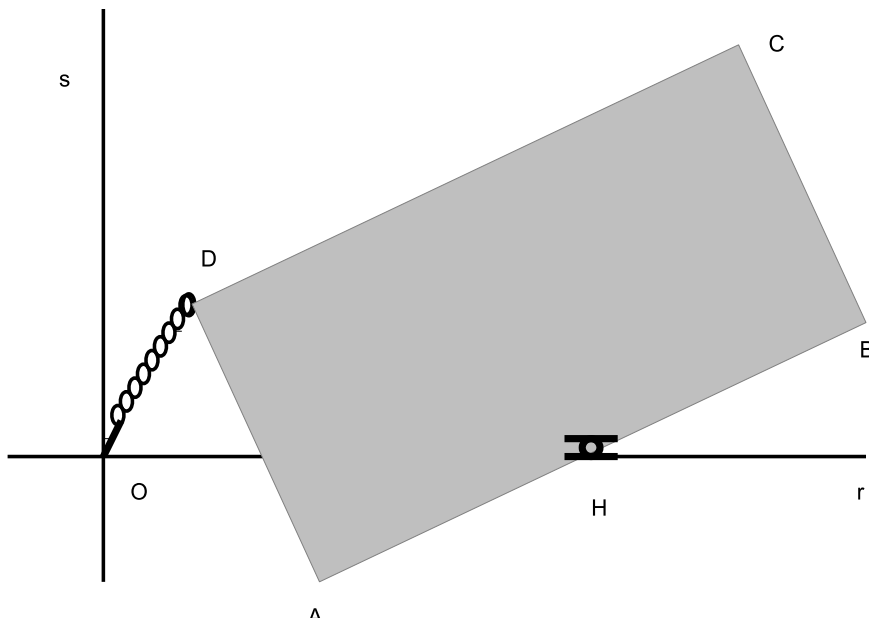
QUESITO A

Si determini per l'intero sistema, in funzione dei parametri lagrangiani, l'ubicazione del baricentro e si scriva poi la matrice principale della lamina rispetto al polo O .

QUESITO B

Si assuma che, oltre alla forza peso, sulla lamina agisca una forza elastica dovuta ad una molla di costante elastica $k > 0$ che collega il vertice D della lamina con il punto O della guida. Il piano del sistema è posto in rotazione uniforme attorno all'asse verticale s passante per O .

Supposti ideali i vincoli, si determinino le condizioni tra i parametri affinché siano di equilibrio le configurazioni in cui il lato AB risulti verticale e si trovi la reazione vincolare in tali eventuali configurazioni di equilibrio.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Civile, Meccanica, R.E.A., a.a. 2011/2012
Prova scritta di Meccanica Razionale del 02/02/2012
Prof. V. Romano

Un sistema materiale, formato da una lamina rettangolare di massa M e lati L e $2L$, si trova su di un piano verticale. Il sistema è costituito da due quadrati omogenei; quello di vertici AH_1H_2D ha massa doppia rispetto a quello di vertici H_1BCH_2 . La lamina è vincolata ad un guida orizzontale r nel punto medio H_1 del lato AB tramite una cerniera mobile come da figura.

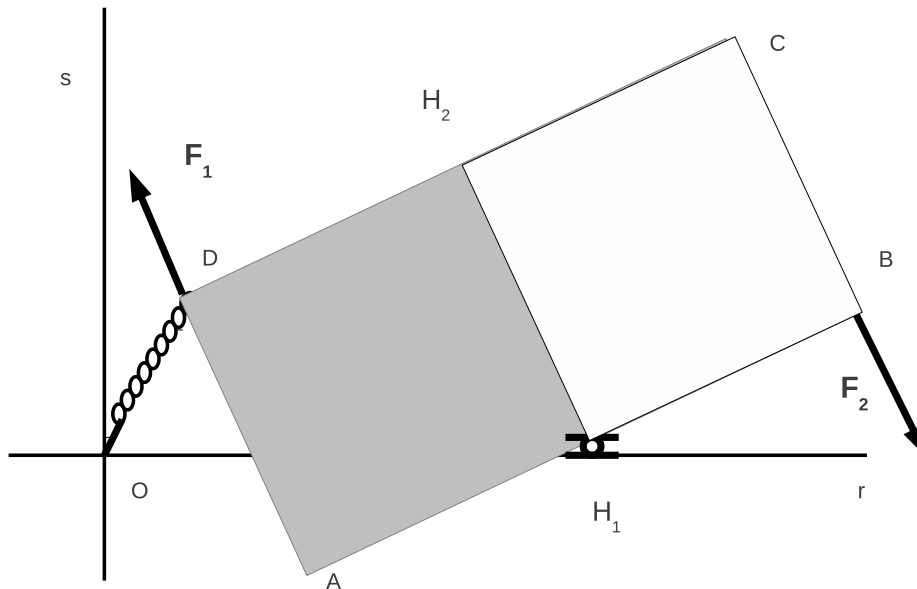
QUESITO A

Si determini per l'intero sistema, in funzione dei parametri lagrangiani, l'ubicazione del baricentro e si scrivano poi i momenti d'inerzia rispetto agli assi r e s di figura.

QUESITO B

Si assuma che, oltre alla forza peso, sulla lamina agiscano una forza elastica dovuta ad una molla di costante elastica $k > 0$ che collega il vertice D della lamina con il punto O della guida, e due forze di medesimo modulo \mathbf{F}_1 e \mathbf{F}_2 applicate in D e B e parallele al lato AD , come da figura. Il piano del sistema è posto in rotazione uniforme attorno all'asse verticale s passante per O .

Supposti ideali i vincoli, utilizzando un metodo energetico, si determinino le condizioni tra i parametri affinché siano di equilibrio le configurazioni in cui il lato AB risulta orizzontale. Si poi trovi la reazione vincolare in tali eventuali configurazioni di equilibrio.



Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Civile, Meccanica, R.E.A., a.a. 2011/2012

Prova scritta di Meccanica Razionale del 23/02/2012

Prof. V. Romano

Un sistema materiale, formato da una lamina rettangolare omogenea di massa M e lati L e $2L$, cui è stato praticato un foro circolare concentrico di raggio $L/4$, si trova su di un piano verticale. La lamina è vincolata ad un guida orizzontale r nel punto medio H del lato AB tramite un carrello senza cerniera come da figura, formando con r un angolo pari a $\pi/6$.

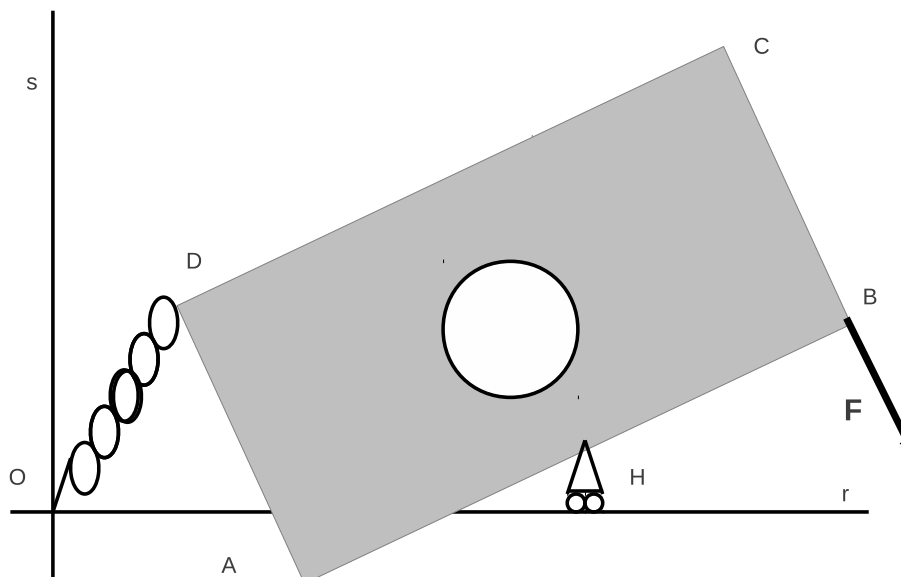
QUESITO A

Si determini per l'intero sistema, in funzione dei parametri lagrangiani, l'ubicazione del baricentro e si scrivano poi i momenti d'inerzia rispetto agli assi r e s di figura.

QUESITO B

Si assuma che, oltre alla forza peso, sulla lamina agiscano una forza elastica dovuta ad una molla di costante elastica $k > 0$ che collega il vertice D dell'asta con il punto O della guida, e una forza di momento F applicata in B e parallela al lato BC , come da figura. Il piano del sistema è posto in rotazione uniforme attorno all'asse verticale s passante per O .

Supposti ideali i vincoli, si riduca la sollecitazione di trascinamento al polo H e poi, utilizzando le equazioni cardinali della statica, si determinino le configurazioni di equilibrio e il sistema delle reazioni vincolari in tali eventuali configurazioni di equilibrio.



Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Civile, Meccanica, R.E.A., a.a. 2011/2012

Prova scritta di Meccanica Razionale del 27/04/2012

Prof. V. Romano

Un sistema materiale è costituito da due aste omogenee, una di estremi AB lunghezza L e massa $M/2$, l'altra di estremi CD lunghezza $2L$ e massa $2M$. Un carrello senza cerniera vincola l'asta AB a muoversi lungo una guida orizzontale r rimanendo verticale. Una cerniera interna vincola gli estremi B e C , mentre sull'estremo D è vincolato un carrello con cerniera che si muove anch'esso lungo r , come da figura.

QUESITO A

Si determini, per l'intero sistema, in funzione dei parametri lagrangiani, l'ubicazione del baricentro e si scriva la matrice principale d'inerzia rispetto al polo A

QUESITO B

Sulla cerniera interna agisce la forza elastica $-k(B - O)$, essendo O un punto fisso di r e k una costante positiva, e sul punto medio H di CD agisce una forza costante \mathbf{F} , ortogonale all'asta stessa. Inoltre una molla di costante elastica h collega gli estremi A e D .

Supponendo ideali i vincoli, si determinino le configurazioni di equilibrio e le reazioni vincolari, interne ed esterne, nelle configurazioni di equilibrio.

PARTE A

Quesito 1

Dato il sistema di vettori applicati $\Sigma = \{(A_i, \mathbf{v}_i) : i = 1, 2, 3\}$ con

$$\begin{aligned}
 A_1 &= (1, 2, 0) & \mathbf{v}_1 &= a \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 \\
 A_2 &= (a, 0, 1) & \mathbf{v}_2 &= \mathbf{e}_1 + 3a \mathbf{e}_3 \\
 A_3 &= (0, a, 1) & \mathbf{v}_3 &= a \mathbf{e}_2 + 3 \mathbf{e}_3
 \end{aligned}$$

ove a è parametro reale, si determinino gli eventuali valori di a per cui Σ ammette risultante equivalente, scrivendo poi esplicitamente uno di tali sistemi.

Quesito 2

Un sistema materiale è costituito da due aste, una di estremi AB e lunghezza L , l'altra di estremi CD e lunghezza $2L$. Un carrello senza cerniera vincola l'asta AB a muoversi lungo una guida orizzontale r rimanendo verticale. Una cerniera interna tiene uniti gli estremi B e C , mentre l'estremo D è vincolato alla guida r tramite un carrello con cerniera, come da figura 1.

Si scrivano le equazioni dei vincoli e si determinino per via analitica i gradi di libertà.

PARTE B

Un sistema materiale è costituito da tre lamine quadrate omogenee, tutte di lato $2L$, saldate come in figura 2. La lamina $ABCD$ ha massa $2m$, le altre due ciascuna massa m .

Si determini l'ubicazione del baricentro, si scriva la matrice principale centrale e si calcoli il momento d'inerzia rispetto alla retta s passante per i punti B e D .

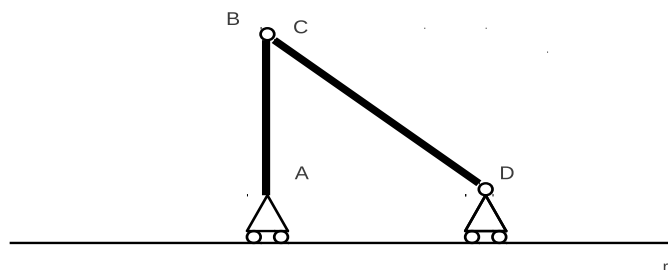


FIGURA 1

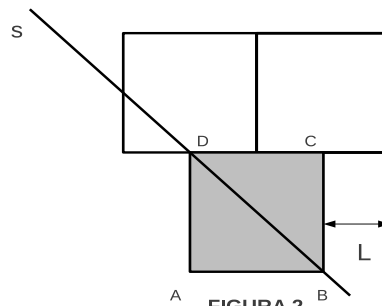


FIGURA 2

PARTE A

Quesito 1

Dato il sistema di vettori applicati $\Sigma = \{(P_i, \mathbf{v}_i) : i = 1, 2, 3\}$ con

$$\begin{aligned}
 A_3 &= (0, h, 1) & \mathbf{v}_3 &= h \mathbf{e}_2 + 3 \mathbf{e}_3 \\
 A_1 &= (1, 2, 0) & \mathbf{v}_1 &= h \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 \\
 A_2 &= (h, 0, 1) & \mathbf{v}_2 &= \mathbf{e}_1 + 3h \mathbf{e}_3
 \end{aligned}$$

ove h è parametro reale, si operi la riduzione di Σ all'origine e si dica se esistono valori di h per cui il sistema risulta equilibrato.

Quesito 2

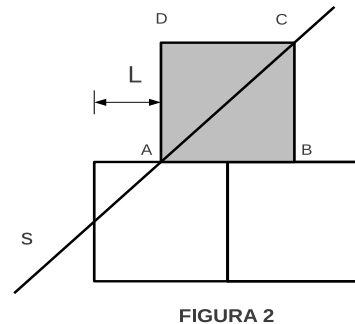
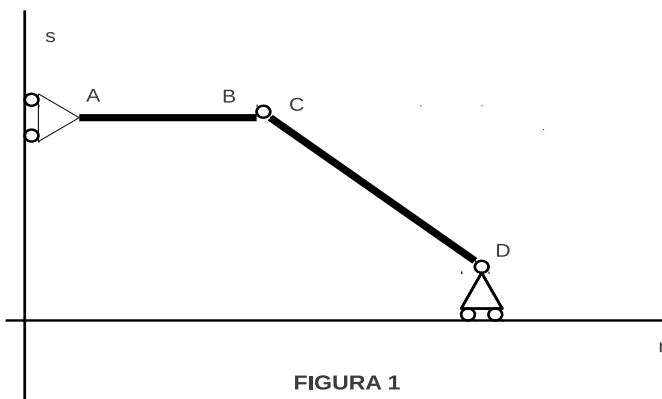
Un sistema materiale è costituito da due aste, una di estremi AB e lunghezza L , l'altra di estremi CD e lunghezza $2L$. Un carrello senza cerniera vincola l'asta AB a muoversi lungo una guida verticale s mantenendosi orizzontale. Una cerniera interna tiene uniti gli estremi B e C , mentre l'estremo D è vincolato ad una guida rettilinea orizzontale r tramite un carrello con cerniera, come da figura 1.

Si scrivano le equazioni dei vincoli e si determinino per via analitica i gradi di libertà.

PARTE B

Un sistema materiale è costituito da tre lamine quadrate omogenee, tutte di lato $2L$, saldate come in figura 2. La lamina $ABCD$ ha massa $2m$, le altre due ciascuna massa m .

Si determini l'ubicazione del baricentro, si scriva la matrice principale centrale e si calcoli il momento d'inerzia rispetto alla retta s passante per i punti A e C .



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Civile e Ambientale, a.a. 2011/2012
Prova scritta di Meccanica Razionale del 21/06/2012
Prof. V. Romano

Un sistema materiale, vincolato a muoversi su di un piano verticale, è costituito da un'asta AB omogenea di lunghezza $2L$ e massa m e da una lamina omogenea a forma di triangolo equilatero di lato L e massa M . L'asta è vincolata ad una guida orizzontale r tramite due carrelli con cerniera posti in A e B . La lamina è vincolata all'asta nel vertice C tramite una cerniera interna posta sul punto medio di AB .

PARTE A

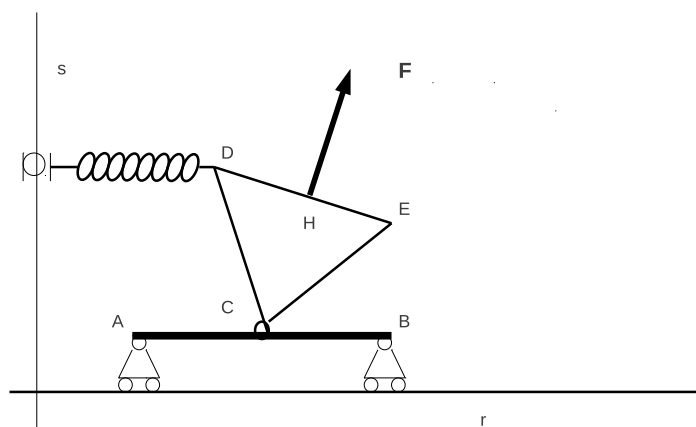
Si scrivano le equazioni dei vincoli e si determinino per via analitica i gradi di libertà del sistema.

In funzione dei parametri lagrangiani di indichino le coordinate del baricentro del sistema e si trovi la matrice principale rispetto al polo C .

PARTE B

Sul vertice D agisce una forza $-k(D - \bar{D})$ con k costante positiva e \bar{D} proiezione ortogonale di D su un asse fisso verticale s appartenente al piano del sistema. Una forza \mathbf{F} di modulo costante è applicata nel punto medio H del lato DE mantenendosi ortogonale a quest'ultimo, come da figura.

Supponendo ideali i vincoli, si determinino le configurazioni di equilibrio e le reazioni vincolari, sia interne che esterne, in una delle configurazioni di equilibrio. Si scrivano poi le equazioni di moto.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Civile, Meccanica, R.E.A., a.a. 2011/2012
Prova scritta di Meccanica Razionale del 21/06/2012
Prof. V. Romano

Un sistema materiale è costituito da due aste omogenee, entrambe di lunghezza L e massa M . Un carrello senza cerniera vincola l'asta AB a muoversi lungo una guida verticale r . Una cerniera interna vincola gli estremi B e C . L'estremo D è pure vincolato ad r tramite un carrello con cerniera. La distanza tra A e D pari a $L\sqrt{2}$.

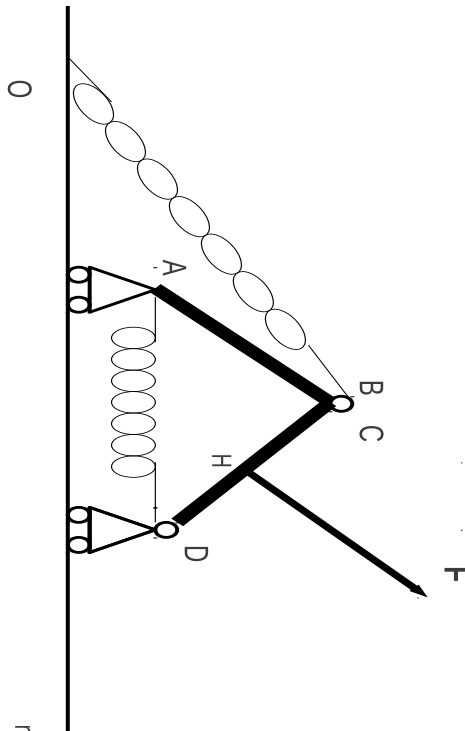
QUESITO A

Si determini, per l'intero sistema, in funzione dei parametri lagrangiani, l'ubicazione del baricentro e si scriva la matrice principale centrale d'inerzia.

QUESITO B

Sulla cerniera interna agisce la forza elastica $-k(B - O)$, essendo O un punto fisso di r e k una costante positiva, e sul punto medio H di CD agisce una forza costante \mathbf{F} , ortogonale all'asta stessa. Inoltre una molla, pure essa di costante elastica k , collega gli estremi A e D .

Supponendo ideali i vincoli, si determinino le configurazioni di equilibrio e le reazioni vincolari, interne ed esterne, nelle configurazioni di equilibrio.



Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Civile, Meccanica, R.E.A., a.a. 2011/2012

Prova scritta di Meccanica Razionale del 04/07/2012

Prof. V. Romano

Un sistema materiale di massa M è costituito da una lamina quadrata omogenea di lato $4R$ cui è stato praticato un foro concentrico circolare di raggio R . Il sistema si muove su di un piano verticale e una cerniera posta su di un asse verticale r vincola l'estremo A a mantenersi fisso.

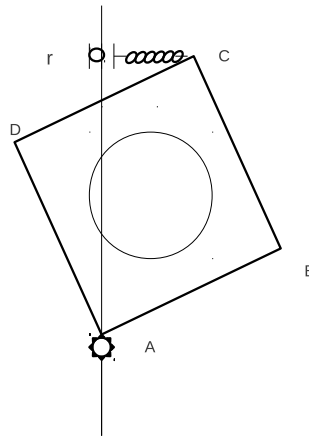
QUESITO A

Si determini, in funzione dei parametri lagrangiani, l'ubicazione del baricentro, si scriva la matrice principale d'inerzia rispetto al polo A e si calcoli il momento d'inerzia rispetto ad r .

QUESITO B

Il piano del sistema si muove con velocità angolare costante attorno alla retta r .

Sul vertice C agisce la forza elastica $-k(C - \bar{C})$, essendo \bar{C} la proiezione ortogonale di C su r . Supponendo ideali i vincoli, si determinino le configurazioni di equilibrio, si riduca la sollecitazione d'inerzia al baricentro e si calcoli la reazione vincolare nelle eventuali configurazioni di equilibrio.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Civile e Ambientale, a.a. 2011/2012
Prova scritta di Meccanica Razionale del 04/07/2012
Prof. V. Romano

Un sistema materiale, vincolato a muoversi su di un piano verticale, è costituito da una lamina omogenea quadrata di lato L e massa M e da un'asta AB omogenea di lunghezza $2L$ e massa m . Il vertice A_1 della lamina è vincolato tramite una cerniera fissa. L'estremo A dell'asta è vincolato al vertice A_2 della lamina mediante una cerniera interna.

PARTE A

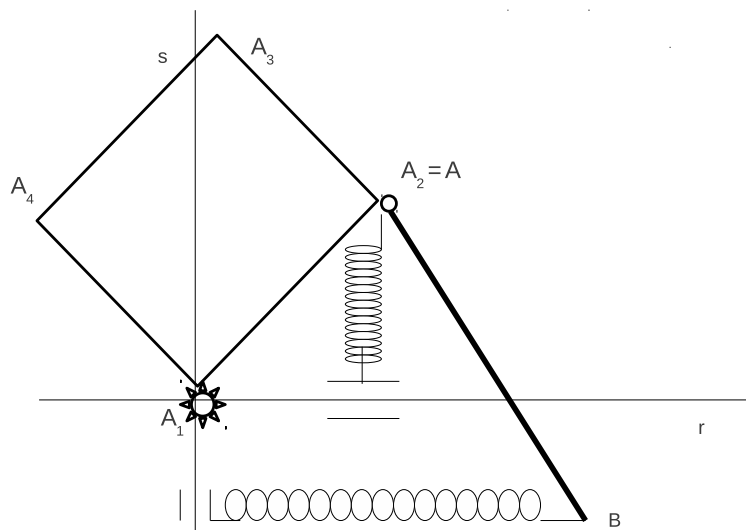
Si scrivano le equazioni dei vincoli e si determinino per via analitica i gradi di libertà del sistema.

In funzione dei parametri lagrangiani si indichino le coordinate del baricentro del sistema e si trovi la matrice principale rispetto al polo A_1 .

PARTE B

Sul vertice A_2 agisce la forza $-k(A_2 - \bar{A}_2)$ con k costante positiva e \bar{A}_2 proiezione ortogonale di A_2 su un asse fisso orizzontale r appartenente al piano del sistema e passante per A_1 . Sull'estremo B dell'asta agisce la forza $-k(B - \bar{B})$ con \bar{B} proiezione ortogonale di B su un asse fisso verticale s appartenente al piano del sistema e passante per A_1 .

Supponendo ideali i vincoli e che $mg = 2kL$, si determini la relazione tra i parametri affinché esistano configurazioni di equilibrio con il lato A_1A_2 verticale, studiandone la stabilità. Si trovino poi le reazioni vincolari, sia interne che esterne, in una di tali configurazioni di equilibrio e si scrivano le equazioni di moto.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Civile, Meccanica, R.E.A., a.a. 2011/2012
Prova scritta di Meccanica Razionale del 19/07/2012
Prof. V. Romano

Un sistema materiale è costituito da quattro aste omogenee di lunghezza L e massa M , saldate in modo da formare una cornice quadrata. Il sistema si muove su di un piano verticale e una cerniera posta su di un asse verticale r vincola l'estremo A a mantenersi fisso.

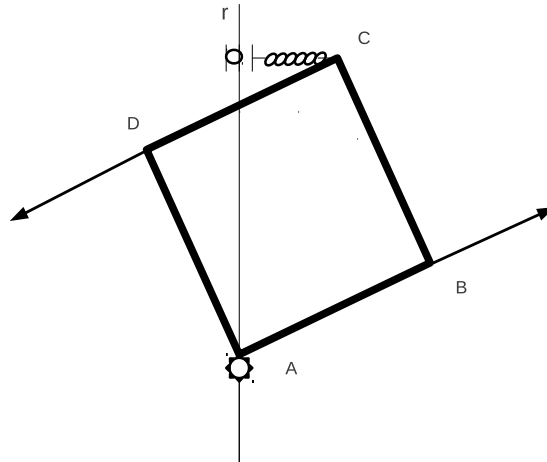
QUESITO A

Si determini, in funzione dei parametri lagrangiani, l'ubicazione del baricentro, si scriva la matrice principale d'inerzia rispetto al polo A e si calcoli il momento d'inerzia rispetto ad r .

QUESITO B

Sul vertice C agisce la forza elastica $-k(C - \bar{C})$, essendo \bar{C} la proiezione ortogonale di C su r . Sul vertice B agisce la forza \mathbf{F} di modulo costante e direzione parallela al lato AB , come da figura. Sul vertice D agisce la forza $-\mathbf{F}$.

Supponendo ideali i vincoli, si determini la condizione sul modulo di \mathbf{F} per cui sono di equilibrio le configurazioni con il lato AB orizzontale, e si calcoli la reazione vincolare in una di tali eventuali configurazioni di equilibrio.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Civile e Ambientale, a.a. 2011/2012
Prova scritta di Meccanica Razionale del 19/07/2012
Prof. V. Romano

Un sistema materiale, vincolato a muoversi su di un piano verticale, è costituito da una lamina omogenea quadrata di lato L e massa M e da un'asta AB omogenea di lunghezza $2L$ e massa m . Il vertice A_1 della lamina è vincolato tramite una cerniera fissa. L'estremo A dell'asta è vincolato al vertice A_2 della lamina mediante una cerniera interna.

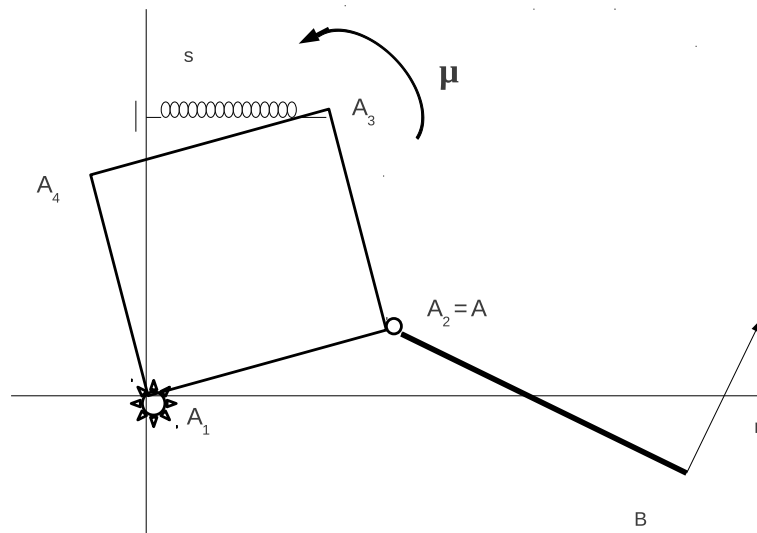
PARTE A

In funzione dei parametri lagrangiani si indichino le coordinate del baricentro del sistema e si trovi la matrice principale centrale d'inerzia.

PARTE B

Sul vertice A_3 agisce la forza $-k(A_3 - \bar{A}_3)$ con k costante positiva e \bar{A}_3 proiezione ortogonale di A_3 su un asse fisso verticale s appartenente al piano del sistema e passante per A_1 . Sull'estremo B dell'asta agisce la forza \mathbf{F} di modulo costante e ortogonale all'asta AB . Sulla lamina agisce inoltre una coppia avente momento di modulo costante μ come da figura.

Supponendo ideali i vincoli e che $mg = 4F$, si determini la relazione tra i parametri affinché esistano configurazioni di equilibrio con il lato A_1A_2 orizzontale. Si trovino poi le reazioni vincolari, sia interne che esterne, in una di tali configurazioni di equilibrio e si scrivano le equazioni di moto.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Civile, Meccanica, R.E.A., a.a. 2011/2012
Prova scritta di Meccanica Razionale del 06/09/2012
Prof. V. Romano

Un sistema materiale è costituito da tre aste omogenee di lunghezza L e massa M , saldate in modo da formare una cornice triangolare. Il sistema si muove su di un piano verticale. L'estremo A è vincolato ad una guida orizzontale r tramite un carrello con una cerniera.

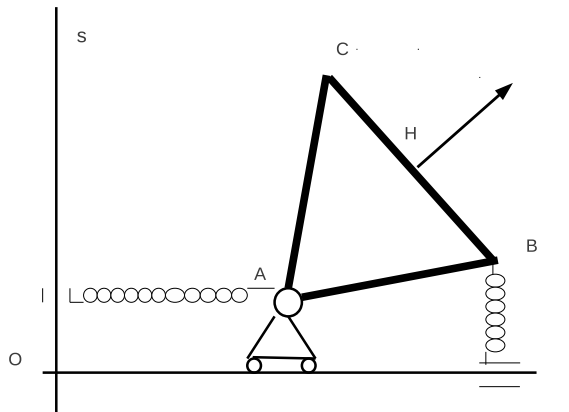
QUESITO A

Si determini, in funzione dei parametri lagrangiani, l'ubicazione del baricentro, si scriva la matrice principale centrale d'inerzia e si calcoli il momento d'inerzia rispetto all'asse verticale s passante per il punto O di r (si veda la figura).

QUESITO B

Sul vertice A agisce la forza elastica $-k(A - \bar{A})$, essendo \bar{A} la proiezione ortogonale di A su s e k una costante positiva. Sul punto medio H di BC agisce la forza \mathbf{F} di modulo costante e direzione parallela a $H - A$. Sul vertice B agisce la forza elastica $-k(B - \bar{B})$, essendo \bar{B} la proiezione ortogonale di B su r .

Supponendo ideali i vincoli, si dica se \mathbf{F} è conservativa, con un metodo energetico si determini la relazione tra i parametri affinché siano di equilibrio le configurazioni con $H - A$ formante un angolo di $\pi/4$ con l'orizzontale e si calcoli la reazione vincolare in una di tali eventuali configurazioni di equilibrio.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Civile e Ambientale, a.a. 2011/2012
Prova scritta di Meccanica Razionale del 06/09/2012
Prof. V. Romano

Un sistema materiale, vincolato a muoversi su di un piano verticale, è costituito da un disco omogeneo di raggio R e massa m e da un'asta AB omogenea di lunghezza L e massa M . L'estremo A della lamina è vincolato tramite una cerniera interna con il centro del disco che rotola senza strisciare lungo una guida orizzontale r .

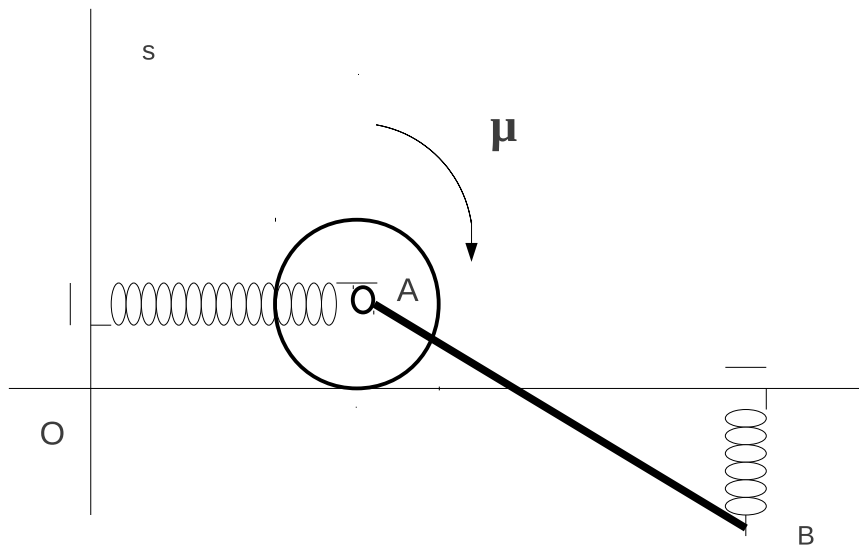
PARTE A

In funzione dei parametri lagrangiani si indichino le coordinate del baricentro del sistema e si trovi la matrice d'inerzia rispetto al sistema di riferimento di centro il punto di contatto tra il disco e la guida r e assi paralleli a r e s (vedi figura).

PARTE B

Sul nodo A agisce la forza $-k(A - \bar{A})$ con k costante positiva e \bar{A} proiezione ortogonale di A su un asse fisso verticale s appartenente al piano del sistema e passante per il punto O di r . Sull'estremo B dell'asta agisce la forza $-k(B - \bar{B})$, \bar{B} proiezione ortogonale di B su r . Sul disco agisce, inoltre, una coppia avente momento di modulo costante μ come da figura.

Supponendo ideali i vincoli, si trovino le eventuali configurazioni di equilibrio, studiane la stabilità. Si trovino poi le reazioni vincolari, sia interne che esterne, in una di tali configurazioni di equilibrio.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Civile, Meccanica, R.E.A., a.a. 2011/2012
Prova scritta di Meccanica Razionale del 26/09/2012

Prof. V. Romano

Un sistema materiale è costituito da tre aste omogenee di lunghezza L e massa M , saldate in modo da formare una cornice triangolare. Il sistema si muove su di un piano verticale. L'estremo A è vincolato ad una guida orizzontale r tramite un carrello con una cerniera.

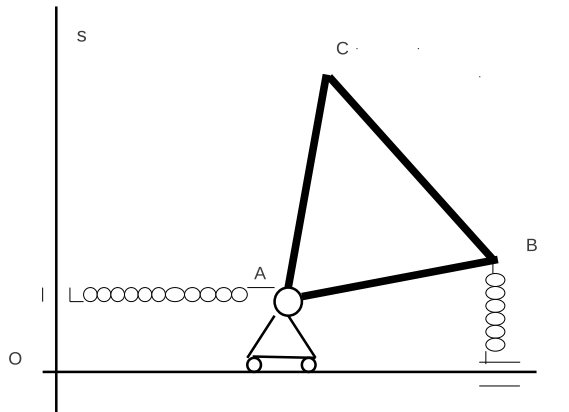
QUESITO A

Si determini, in funzione dei parametri lagrangiani, l'ubicazione del baricentro, si scriva la matrice principale d'inerzia rispetto al polo A e si calcoli il momento d'inerzia rispetto all'asse r .

QUESITO B

Il piano del sistema è posto in rotazione uniforme attorno all'asse s . Sul vertice A agisce la forza elastica $-k(A - \bar{A})$, essendo \bar{A} la proiezione ortogonale di A su s e k una costante positiva. Sul vertice B agisce la forza elastica $-k(B - \bar{B})$, essendo \bar{B} la proiezione ortogonale di B su r .

Supponendo ideali i vincoli, si riduca la sollecitazione di trascinamento al polo A e poi, utilizzando esclusivamente le equazioni cardinali della statica, si determini la relazione tra i parametri affinché siano di equilibrio le configurazioni con il baricentro appartenente alla verticale per A e si calcoli la reazione vincolare in tali eventuali configurazioni di equilibrio.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. Civile e Ambientale, a.a. 2011/2012
Prova scritta di Meccanica Razionale del 26/09/2012
Prof. V. Romano

Un sistema materiale, vincolato a muoversi su di un piano verticale, è costituito da un disco omogeneo di raggio R e massa m e da un'asta AB omogenea di lunghezza L e massa M . L'estremo A della lamina è vincolato tramite una cerniera interna con il centro del disco che rotola senza strisciare lungo una guida orizzontale r .

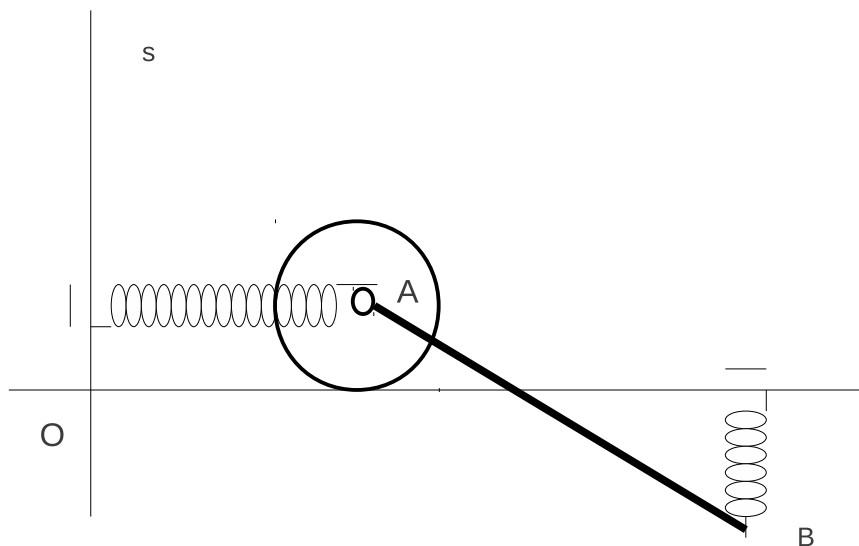
PARTE A

In funzione dei parametri lagrangiani si indichino le coordinate del baricentro del sistema e si trovi la matrice principale d'inerzia rispetto al polo O (si veda la figura).

PARTE B

Il sistema è posto in rotazione attorno all'asse s con velocità angolare ω costante. Sul nodo A agisce la forza $-k(A - \bar{A})$ con k costante positiva e \bar{A} proiezione ortogonale di A su un asse fisso verticale s appartenente al piano del sistema e passante per il punto O di r . Sull'estremo B dell'asta agisce la forza $-k(B - \bar{B})$, \bar{B} proiezione ortogonale di B su r .

Supponendo ideali i vincoli e che $k = m\omega^2$, si determinino le eventuali configurazioni di equilibrio, si trovino le reazioni vincolari, sia interne che esterne, in una di tali configurazioni di equilibrio e si scriva la lagrangiana del sistema.



Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Meccanica (ord. 509), Ing. R.E.A., a.a. 2011/2012

Prova scritta di Meccanica Razionale del 14/12/2012

Prof. V. Romano

Un sistema materiale, vincolato a muoversi su di un piano verticale, è costituito da due aste omogenee uguali di lunghezza L e massa M , vincolate ad un carrello con cerniera, che scorre lungo una guida r la quale forma un angolo di $\pi/4$ con una retta verticale s , come da figura.

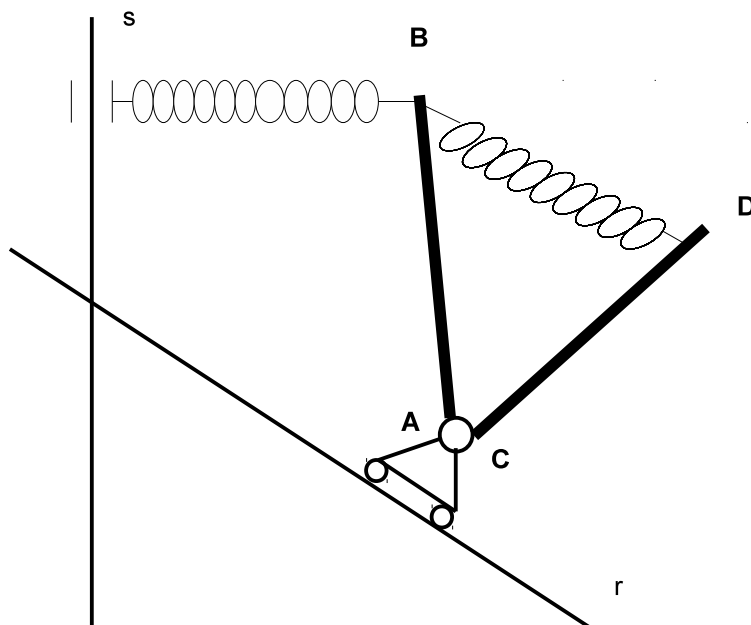
PARTE A

In funzione dei parametri lagrangiani si indichino le coordinate del baricentro del sistema e si trovi il momento d'inerzia dell'intero sistema rispetto alla retta s .

PARTE B

Sull'estremo B dell'asta AB agisce la forza $-k(B - \bar{B})$, con \bar{B} proiezione ortogonale di B su s e k una costante positiva. Una molla di stessa costante elastica connette gli estremi B e D .

Supponendo ideali i vincoli e che $Mg = 2kL$, si determinino le eventuali configurazioni di equilibrio e si trovino le reazioni vincolari, sia interne che esterne, in una di tali configurazioni di equilibrio.



Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Meccanica (ord. 509), Ing. R.E.A., a.a. 2012/2013

Prova scritta di Meccanica Razionale del 07/02/2013

Prof. V. Romano

Un sistema materiale, vincolato a muoversi su di un piano verticale, è costituito da due aste omogenee uguali di lunghezza L e massa M , vincolate ad un carrello con cerniera, che scorre lungo una guida orizzontale r .

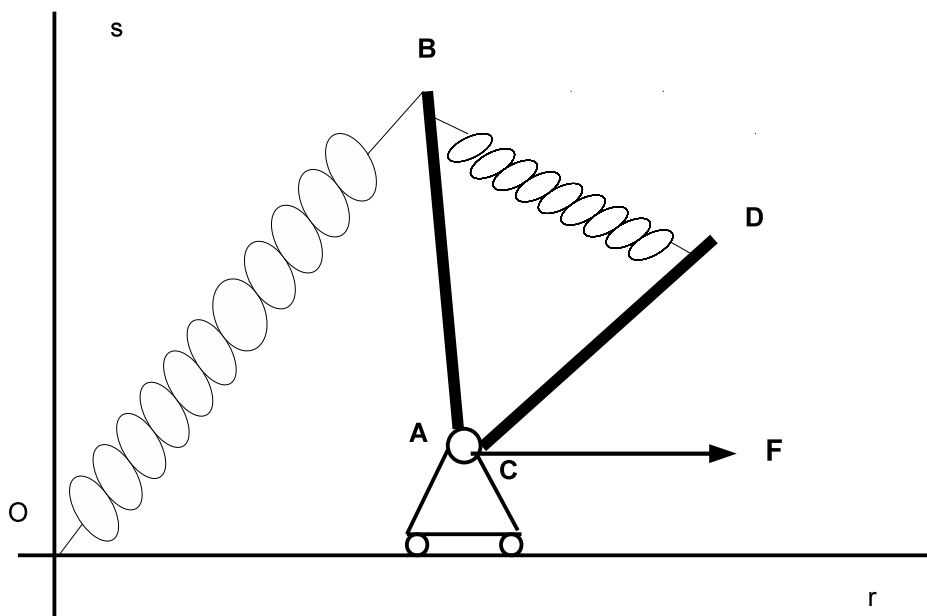
PARTE A

In funzione dei parametri lagrangiani si indichino le coordinate del baricentro del sistema e si scriva la matrice d'inerzia dell'intero sistema rispetto al polo O di figura, prendendo la terna che ha r e la retta verticale s passante per O come due dei suoi assi.

PARTE B

Sull'estremo B dell'asta AB agisce la forza $-k(B - O)$, con k una costante positiva. Una molla di stessa costante elastica connette gli estremi B e D . Sul carrello agisce una forza costante orizzontale di modulo $F = kL/2$ come da figura.

Supponendo ideali i vincoli, si determini la relazione tra i parametri affinché si abbiano configurazioni di equilibrio con l'asta AB verticale e si trovino le reazioni vincolari, sia interne che esterne, in tali configurazioni di equilibrio.



Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Meccanica (ord. 509), Ing. R.E.A., a.a. 2012/2013

Prova scritta di Meccanica Razionale del 25/02/2013

Prof. V. Romano

Un sistema materiale, vincolato a muoversi su di un piano verticale, è costituito da due aste di lunghezza L , vincolate ad un carrello con cerniera, che scorre lungo una guida verticale r .

PARTE A

Supponendo che l'asta AB sia omogenea e che l'asta CD abbia densità di legge

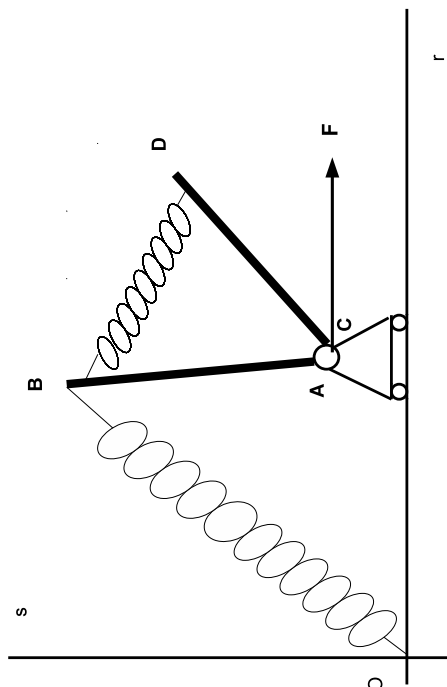
$$\rho(P) = \rho_0 \left(1 + \frac{|P - C|}{L} \right) \quad \text{con } P \text{ punto variabile sull'asta } CD,$$

si indichino, in funzione dei parametri lagrangiani, le coordinate del baricentro del sistema e si scriva il momento d'inerzia rispetto alla retta orizzontale s passante per O (si veda la figura).

PARTE B

Si assuma che le due aste siano omogenee di massa M . Sull'estremo B dell'asta AB agisce la forza $-k(B - O)$, con k una costante positiva. Una molla di stessa costante elastica connette gli estremi B e D . Sul carrello agisce una forza costante verticale di modulo F come da figura.

Supponendo ideali i vincoli, si determini la relazione tra i parametri affinché si abbiano configurazioni di equilibrio con l'asta AB verticale e si trovino le reazioni vincolari, sia interne che esterne, in tali configurazioni di equilibrio.



Università degli Studi di Catania

Corso di laurea in Ing. Meccanica (ord. 509), Ing. R.E.A., a.a. 2012/2013

Prova scritta di Meccanica Razionale del 19/04/2013

Prof. V. Romano

Un sistema materiale, vincolato a muoversi su di un piano verticale, è costituito da una asta omogenea di lunghezza L e massa m , e da un disco omogeneo di raggio R e massa M . L'asta è vincolata tramite un carrello senza cerniera ad un guida orizzontale r , mantenendosi in posizione verticale. Il centro C del disco è vincolato, mediante una cerniera interna, all'estremo libero B dell'asta.

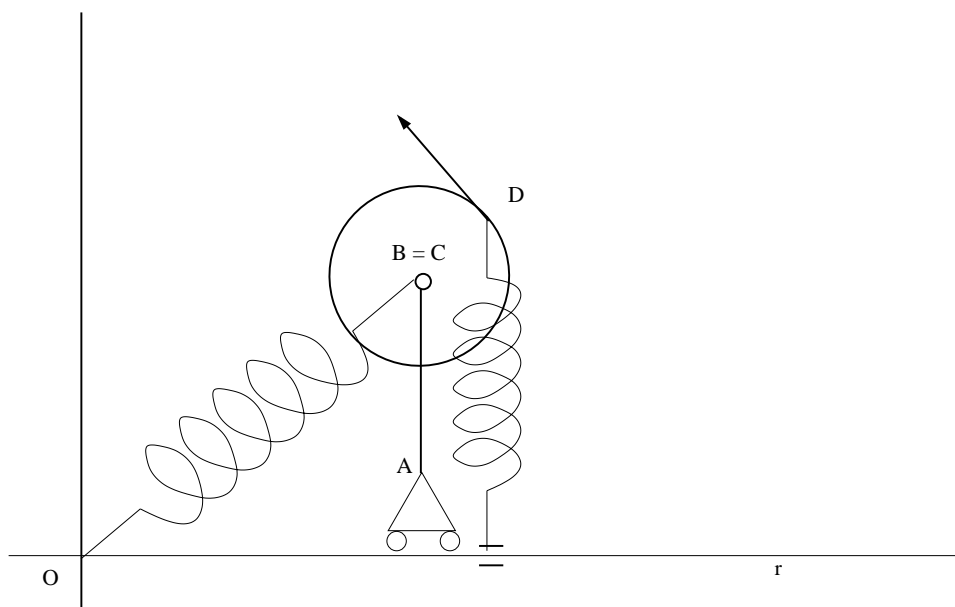
PARTE A

Si indichino, in funzione dei parametri lagrangiani, le coordinate del baricentro del sistema e si scriva la matrice principale centrale d'inerzia.

PARTE B

Sul nodo B agisce la forza $-k(B - O)$, con k una costante positiva e O punto fisso di r . Su di un punto D del bordo del disco agiscono una molla $-k(D - \bar{D})$, con \bar{D} proiezione ortogonale di D su r , e una forza di modulo costante F , ortogonale al raggio $D - C$ come da figura.

Supponendo ideali i vincoli, si determinino le configurazioni di equilibrio in cui la forza di modulo costante sia verticale e le reazioni vincolari, sia interne che esterne, in tali configurazioni di equilibrio.



QUESITO I

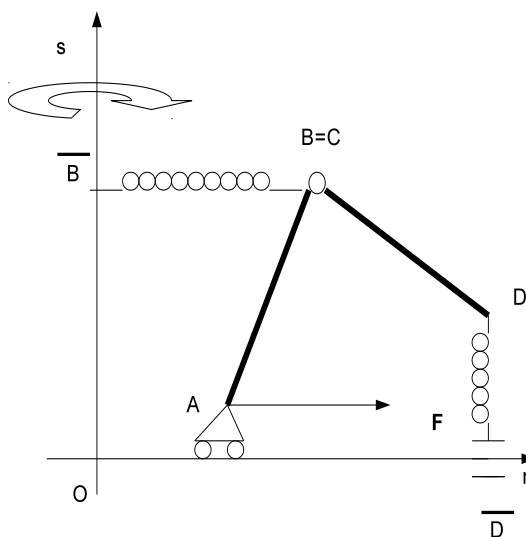
Un sistema materiale, costituito da due aste omogenee di lunghezza l e massa m , è vincolato a muoversi su di un piano verticale. Un'asta ha l'estremo A vincolato tramite un carrello senza cerniera ad una guida orizzontale r e l'estremo B vincolato all'estremo C della seconda asta tramite una cerniera interna. L'asta AB forma un angolo di $\pi/4$ con la guida orizzontale.

In funzione dei parametri lagrangiani, si determini l'ubicazione del baricentro e la matrice principale d'inerzia rispetto al vertice A e il momento d'inerzia rispetto all'asse verticale per O .

QUESITO II

Sul sistema, oltre alla forza peso, agiscono una forza costante \mathbf{F} orizzontale orientata come in figura 2 e applicata in A , la forza $-k(B - \bar{B})$, essendo \bar{B} la proiezione ortogonale di B su una retta orizzontale s e k una costante positiva, la forza $-k(D - \bar{D})$, con D secondo estremo della seconda asta e \bar{D} proiezione ortogonale di D su r .

Supponendo che il piano del sistema sia posto in rotazione uniforme attorno all'asse s e che i vincoli siano ideali, si determinino le relazioni tra i parametri fisici affinché esistano configurazioni di equilibrio con l'asta CD verticale. In tali configurazioni di equilibrio, si riduca la sollecitazione di trascinamento al polo A e si calcolino le reazioni vincolari, interne ed esterne.



Corso di laurea in Ing. R.E.A, a.a. 2012/2013
Prova scritta di Meccanica Razionale, 16 luglio 2013

Prof. V. Romano

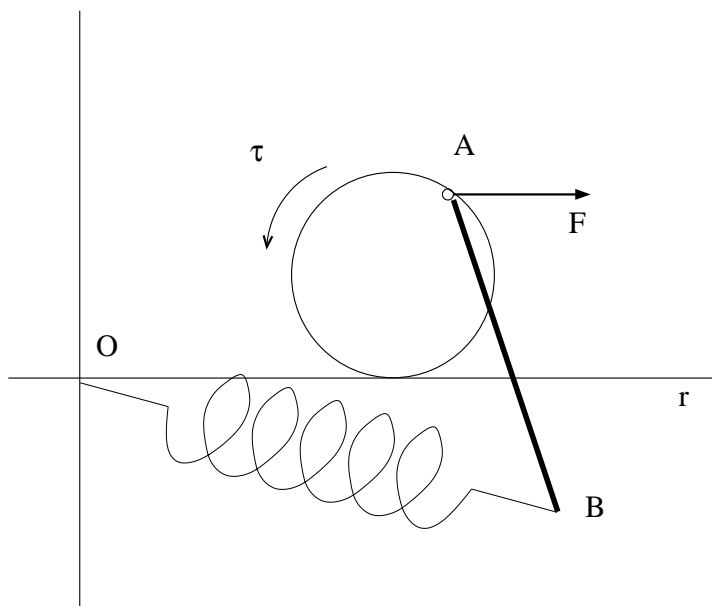
QUESITO I

Un sistema materiale, costituito da un disco omogeneo di massa M e raggio R e da un' asta omogenea di lunghezza L e massa m , è vincolato a muoversi su di un piano verticale. Il disco rotola senza strisciare lungo una guida rettilinea orizzontale r . L'estremo A dell'asta è vincolato al disco tramite una cerniera interna posta su di un punto del bordo del disco. In funzione dei parametri lagrangiani, si determini l'ubicazione del baricentro e il momento d'inerzia rispetto all'asse r .

QUESITO II

Sul sistema, oltre alla forza peso, agiscono una forza costante \mathbf{F} , orizzontale orientata come in figura e applicata nel nodo in A , la forza elastica $-k(B - O)$, essendo O un punto fisso di r e k una costante positiva, e sul disco una coppia di momento di modulo costante τ con l'orientazione di figura.

Supponendo che i vincoli siano ideali, si determinino le relazioni tra i parametri affinché siano di equilibrio le configurazioni con A appartenente al diametro verticale del disco e in tali configurazioni di equilibrio si calcolino le reazioni vincolari, interne ed esterne.



QUESITO I

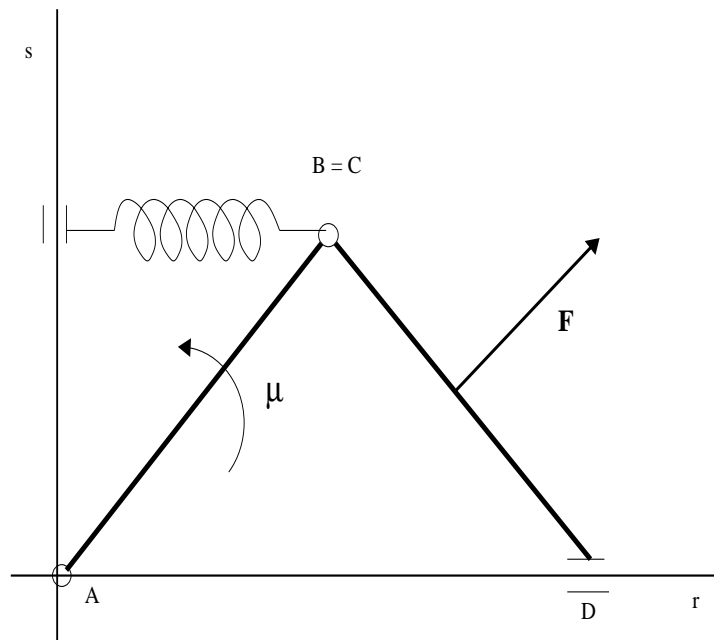
Un sistema materiale è costituito da due aste AB e CD , omogenee di massa M e lunghezza L , vincolate a muoversi su di un piano verticale. L'estremo A dell'asta AB è vincolato a rimanere fisso tramite una cerniera posta su di un punto O di una guida orizzontale r . Un nodo interno di massa m vincola i vertici B e C , mentre l'estremo D è vincolato a scorrere lungo r .

In funzione dei parametri lagrangiani, si determini l'ubicazione del baricentro e la matrice d'inerzia rispetto alla terna di origine il nodo e un asse parallelo all'asse r .

QUESITO II

Sul sistema, oltre alla forza peso, agiscono una forza di modulo costante \mathbf{F} , applicata nel baricentro di CD e perpendicolare a quest'ultima, e la forza elastica $-k(B - \bar{B})$ applicata nel nodo, con k costante positiva e \bar{B} proiezione ortogonale di B sull'asse verticale s passante per O . Inoltre, sull'asta AB agisce pure un coppia il cui momento ha modulo μ costante ed è orientato come da figura.

Supponendo che i vincoli siano ideali, si determini la relazioni tra i parametri affinché siano di equilibrio le configurazioni in cui l'asta AB forma un angolo di $\frac{\pi}{4}$ con la guida r e in tali configurazioni di equilibrio si calcolino le reazioni vincolari, interne ed esterne.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. R.E.A, a.a. 2012/2013
Prova scritta di Meccanica Razionale, 30 settembre 2013
Prof. V. Romano

QUESITO I

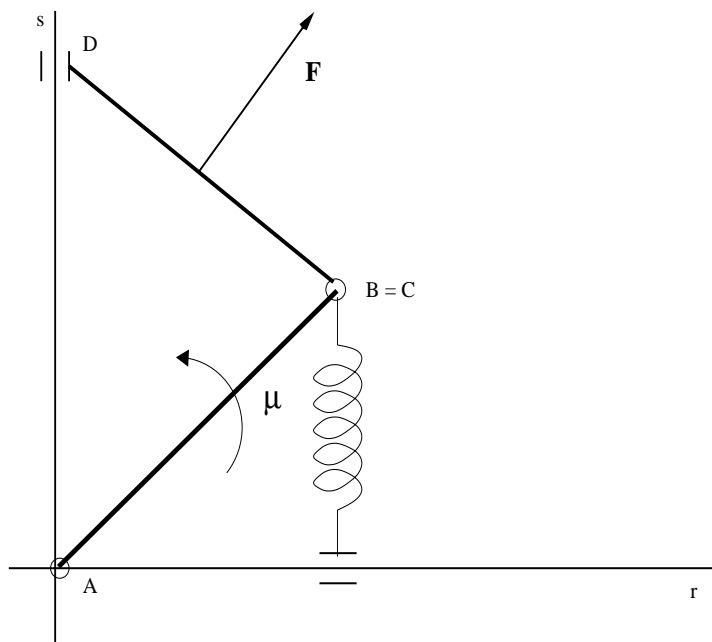
Un sistema materiale è costituito da due aste AB e CD , omogenee di massa M e lunghezza L , vincolate a muoversi su di un piano verticale. L'estremo A dell'asta AB è vincolato a rimanere fisso tramite una cerniera posta su di un punto O di una guida orizzontale r . Un nodo interno di massa m vincola i vertici B e C , mentre l'estremo D è vincolato a scorrere lungo la retta verticale s passante per O .

In funzione dei parametri lagrangiani, si determini l'ubicazione del baricentro e i momenti d'inerzia rispetto all'asse r e all'asse s .

QUESITO II

Sul sistema, oltre alla forza peso, agiscono una forza di modulo costante \mathbf{F} , applicata nel baricentro di CD e perpendicolare a quest'ultima, e la forza elastica $-k(B - \bar{B})$ applicata nel nodo, con k costante positiva e \bar{B} proiezione ortogonale di B sull'asse orizzontale r . Sull'asta AB agisce pure un coppia il cui momento ha modulo μ costante ed è orientato come da figura.

Supponendo che i vincoli siano ideali, si determini la relazioni tra i parametri affinché siano di equilibrio le configurazioni in cui l'asta AB forma un angolo di $\frac{\pi}{4}$ con la guida r e in tali configurazioni di equilibrio si calcolino le reazioni vincolari, interne ed esterne.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. R.E.A, a.a. 2012/2013
Prova scritta di Meccanica Razionale, 6 dicembre 2013
Prof. V. Romano

QUESITO I

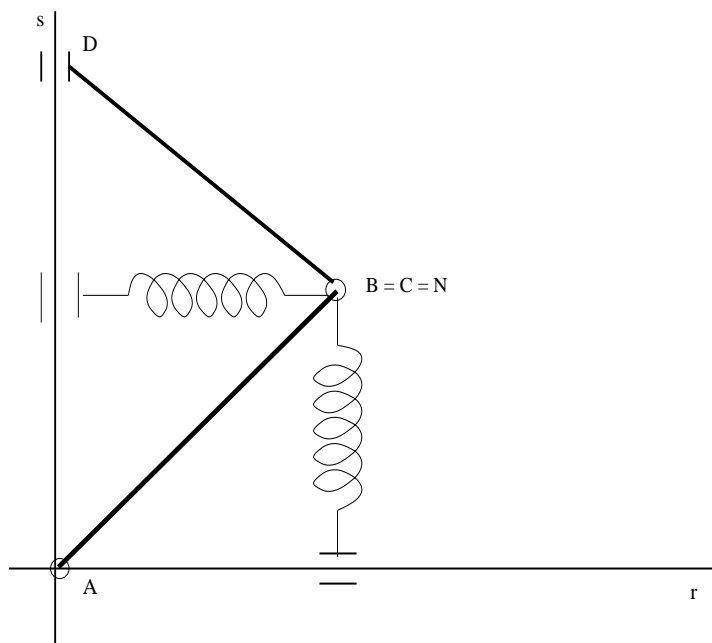
Un sistema materiale è costituito da due aste AB e CD , omogenee di massa M e lunghezza L , vincolate a muoversi su di un piano verticale. L'estremo A dell'asta AB è vincolato a rimanere fisso tramite una cerniera posta su di un punto O di una guida orizzontale r . Un nodo N interno di massa m vincola i vertici B e C , mentre l'estremo D è vincolato a scorrere lungo la retta verticale s passante per O .

In funzione dei parametri lagrangiani, si determini l'ubicazione del baricentro e si scriva la matrice principale centrale d'inerzia.

QUESITO II

Il sistema è posto in rotazione uniforme attorno all'asse s e su di esso, oltre alla forza peso, agiscono le forze elastiche $-k(N - N_1)$ e $-k(N - N_2)$ applicate nel nodo N , con k costante positiva e N_1, N_2 proiezioni ortogonali di N rispettivamente su r e s .

Supponendo che i vincoli siano ideali, si trovino le configurazioni di equilibrio, si riduca la sollecitazione di trascinarsi al polo N_2 e quindi si calcolino le reazioni vincolari, interne ed esterne nelle configurazioni di equilibrio.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. R.E.A., a.a. 2013/2014
Prova scritta di Meccanica Razionale del 30/01/2014
Prof. V. Romano

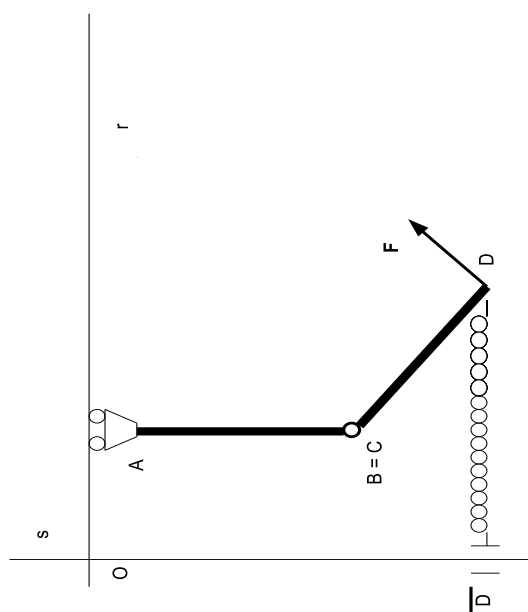
Un sistema materiale è costituito da due aste omogenee di massa M e lunghezza L , vincolate a muoversi su di un piano verticale. L'estremo A di un'asta è vincolato tramite un carrello senza cerniera a scorrere lungo una guida verticale r , mantenendosi in posizione orizzontale, mentre sul secondo estremo è incernierata la seconda asta come da figura.

PARTE A

In funzione dei parametri lagrangiani, si determini l'ubicazione del baricentro e si scriva la matrice d'inerzia rispetto al polo O e alla terna avente come due degli assi quelli r ed s di figura.

PARTE B

Si supponga che, oltre alla forza peso, sul sistema agiscano la forza $-k(D - \bar{D})$ applicata in D , essendo k una costante positiva e \bar{D} la proiezione ortogonale di D su s , e una forza \mathbf{F} di modulo costante applicata in D e ortogonale all'asta CD . Assumendo ideali i vincoli e che $Mg = F$, si determinino le eventuali configurazioni di equilibrio e le reazioni vincolari, interne ed esterne, in tali configurazioni.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. R.E.A., a.a. 2013/2014
Prova scritta di Meccanica Razionale del 27/02/2014
Prof. V. Romano

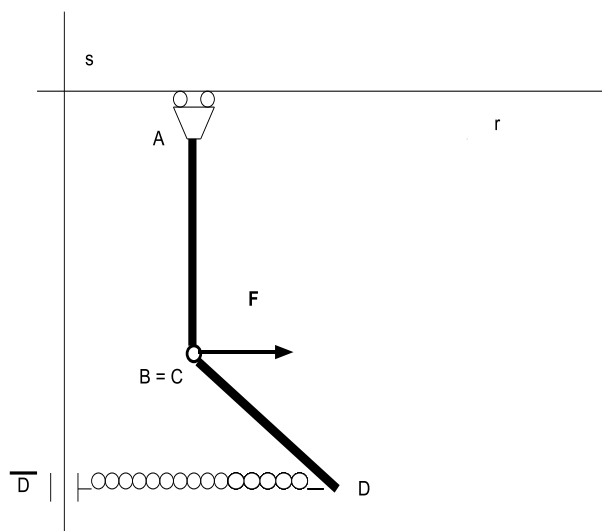
Un sistema materiale è costituito da due aste omogenee di massa M e lunghezza L , vincolate a muoversi su di un piano verticale. L'estremo A di un'asta è vincolato tramite un carrello senza cerniera a scorrere lungo una guida orizzontale r , mantenendosi in posizione verticale, mentre sul secondo estremo è incernierata la seconda asta come da figura.

PARTE A

In funzione dei parametri lagrangiani, si determini l'ubicazione del baricentro e si scriva il momento d'inerzia rispetto alla retta verticale s di figura.

PARTE B

Si supponga che il piano del sistema ruoti uniformemente attorno all'asse s e che, oltre alla forza peso, sul sistema agiscano una forza costante \mathbf{F} orizzontale, applicata al nodo B , e la forza $-k(D - \bar{D})$ applicata in D , essendo k una costante positiva e \bar{D} la proiezione ortogonale di D su s . Sotto le ipotesi $F = \frac{M\omega^2 L}{4}$, con F modulo di \mathbf{F} e ω modulo della velocità angolare del piano del sistema, assumendo ideali i vincoli, si determinino le configurazioni di equilibrio con A coincidente con O , punto di intersezione di r e s , e le reazioni vincolari, interne ed esterne, in tali configurazioni.



Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ing. R.E.A., a.a. 2008/2009
Prova scritta di Meccanica Razionale del 08/05/2014
Prof. V. Romano

Un sistema materiale è costituito da due aste omogenee di massa M e lunghezza L , vincolate a muoversi su di un piano verticale. L'estremo A di un'asta è vincolato tramite un carrello senza cerniera a scorrere lungo una guida orizzontale r , mantenendosi in posizione verticale, mentre sul secondo estremo è incernierata la seconda asta come da figura.

PARTE A

In funzione dei parametri lagrangiani, si determini l'ubicazione del baricentro, si determinino gli assi principali centrali d'inerzia e si scriva la matrice principale centrale d'inerzia.

PARTE B

Si supponga che, oltre alla forza peso, sul sistema agiscano la forza $-k(B - \bar{B})$ applicata nel nodo B , essendo k una costante positiva e \bar{B} la proiezione ortogonale di B su s , e una forza \mathbf{F} di modulo costante applicata in D e ortogonale all'asta CD . Assumendo ideali i vincoli, si determinino le eventuali configurazioni di equilibrio e le reazioni vincolari, interne ed esterne, in tali configurazioni.

