Confrontare i risultati con quelli ottenuti su http://www.wolframalpha.com

Calcolare i limiti per $x \to +\infty$

$\frac{x+1}{x^2}$, $\frac{3x+4}{2x+1}$, $\frac{5x^3+1}{4x^2+1}$, $\frac{x^3+1}{4x^3+2}$, $\frac{x^2-x+2}{3x-4}$, $\ln(1+\frac{1}{x})$, $\ln(7+x)-\ln x$;

$\sqrt{\frac{2x}{8x+1}}$, $(\frac{3x+1}{x+2})^5$, $(\frac{1}{2})^{\frac{3x+4}{2x+1}}$, $\sqrt[5]{\frac{32x^2+3}{x^2+1}}$, $\frac{x^2+x\sin x}{1+x^2+x}$;

$\frac{x^2+1}{2^x+5^x}$, $\frac{2^x}{3^x}$, $\ln(2+\sqrt[3]{\frac{x^2+1}{5+x^2}})$ $\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}$, $x(\sqrt{x+1}-\sqrt{x})$.

Calcolare i limiti delle seguenti funzioni

$$\lim_{x\to 2}(x^2+\frac{1}{x});\quad \lim_{x\to+\infty}\frac{x+x^2}{x^3+1};\quad \lim_{x\to 0}\frac{x\sin x}{1-\cos x};\quad \lim_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+4}-x);\quad \lim_{x\to+\infty}(\sqrt{2x+x^2}-x);$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x-x}{x^{\frac{9}{10}}};\quad \lim_{x\to 4}\frac{\sqrt{x^2+1}-\sqrt{17}}{x-4};\quad \lim_{x\to 0+}4^{\frac{1}{x}};\quad \lim_{x\to 0-}4^{\frac{1}{x}};\quad \lim_{x\to\frac{\pi}{2}}2^{\frac{\sin x-1}{x^4}};\quad \lim_{x\to+\infty}\log_4\frac{x+1}{x-1}.$$

Determinare le derivate delle seguenti funzioni

$$f(x)=\tan 2x;\quad f(x)=e^{2x}-e^{-2x};\quad f(x)=3^{2x};\quad f(x)=x^{x^2+1};\quad f(x)=\frac{2x+3}{x-4};\quad f(x)=\sqrt{\frac{2x+3}{x-4}};$$

$$f(x)=\frac{\sqrt{x}}{x^2+1};\quad f(x)=e^{\sin x};\quad f(x)=\ln(\tan x);\quad f(x)=xe^{\frac{1}{1-x}};\quad f(x)=\ln(2|x|);\quad f(x)=\frac{\ln x}{3-2\ln(2x)};$$

$$f(x)=\sqrt{1-\cos x};\quad f(x)=\sqrt{\ln\frac{x^2}{x^2-1}}.$$

Determinare usando il teorema di De l'Hopital i seguenti limiti

$$\lim_{x\to 0}\frac{x-\sin x}{\tan x-x};\quad \lim_{x\to 1}\frac{x^2+3x-4}{x-1};\quad \lim_{x\to 1}\frac{x-1}{\sqrt{x}-1};\quad \lim_{x\to 0}\frac{\tan x}{1-\cos x};\quad \lim_{x\to 0+}\frac{\ln(\sin x)}{\ln(\tan x)};$$

$$\lim_{x\to\pi+}\frac{\ln(x-\pi)}{\tan\frac{x}{2}};\quad \lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x^2};\quad \lim_{x\to\frac{\pi}{2}}((\frac{\pi}{2}-x)\cdot\tan x);\quad \lim_{x\to 0+}(\ln x\cdot\tan x);\quad \lim_{x\to 1}(\frac{1}{\ln x}-\frac{x}{\ln x})$$

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}(\frac{1}{\cos x}-\tan x);\quad \lim_{x\to 0+}(x)^{\frac{1}{\log_3 x}};\quad \lim_{x\to 0}(1+x^2)^{\frac{1}{\tan x}};\quad \lim_{x\to+\infty}(x)^{\frac{1}{x}}.$$

Determinare il campo di esistenza delle seguenti funzioni

$$f(x) = \sqrt{\ln(x^2-3)}; \quad f(x) = \sqrt{1-\sin x}; \quad f(x) = \sqrt{2^{x^2+2} - 4^x}; \quad f(x) = \ln(3^{2x+1} - 7); \quad f(x) = \sqrt{\frac{\ln(x)-1}{\ln(x)+1}}.$$

Determinare il campo di esistenza e gli asintoti delle seguenti funzioni

$$f(x) = x - \sqrt[3]{x^3-1}; \quad f(x) = \ln^2 x + 2\ln x; \quad f(x) = x^2 - \ln(x^2-1); \quad f(x) = \sqrt{x}e^{-x}; \quad f(x) = x\ln^2 x;$$

$$f(x) = \left|\frac{x^2}{x+1}\right|; \quad f(x) = \ln\left|\frac{1+x}{1-x}\right|; \quad f(x) = \ln\frac{x}{1-x^2}; \quad f(x) = (x+1)\exp\frac{x}{x-1}; \quad f(x) = \frac{x}{x-1}e^{-x}.$$

Studiare le seguenti funzioni

$$f(x) = \frac{x^2+1}{x}; \qquad f(x) = \frac{x}{x^2+1}; \qquad f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x}}; \qquad f(x) = x + \ln x;$$

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2}; \qquad f(x) = \frac{1-x^3}{x}; \qquad f(x) = (x-1)\sqrt{x+1}; \qquad f(x) = \frac{\ln x}{1+\ln x}; \qquad f(x) = \frac{\ln x}{x^2};$$

$$f(x) = \ln(x^2-4); \qquad f(x) = \sqrt{x(x^2-1)}; \qquad f(x) = \ln(x^2+x+1).$$

Calcolare i seguenti integrali

$$\int (5x+3)^3 dx = \int \frac{1}{5}(5x+3)^3 d(5x+3)); \quad \int x(x^2+7)^5 dx = \int \frac{1}{2}(x^2+7)^5 d(x^2+7); \quad \int \frac{\ln^3 x}{x} dx = \int \ln^3 x \; d(\ln x);$$

$$\int e^x \sin(e^x) dx = \int \sin(e^x) de^x; \qquad \int xe^{x^2} dx = \int \frac{1}{2} e^{x^2} dx^2.$$

$$\int \frac{1}{1+\sqrt{x}} dx \ (t = \sqrt{x}); \quad \int \frac{1}{x-\sqrt{x}} dx \ (t = \sqrt{x}).$$

$$\int \frac{1+x}{\sqrt{x}}; \quad \int \frac{\sqrt{x}(5+x)+1}{x} dx; \quad \int \frac{2x}{2x+5}.$$

$$\int xe^x dx; \quad \int \frac{x}{\cos^2 x} dx; \quad \int \ln(x+\sqrt{1+x^2}) dx.$$

Determinare il valore di α affinché

$$\int_0^\alpha (x-1) dx = 0.$$

- Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x+l & \text{se } x \in [-l, 0] \\ -x+l & \text{se } x \in]0, l] \end{cases},$$

  disegnare il grafico, dimostrare che é continua e determinare l'area del rettangoloide costruito con essa.
- Determinare l'area della regione piana limitata dal grafico della funzione $y = \sin x$ nell'intervallo $[0.\pi]$ e dall'asse $\vec{x}$.
- Determinare l'area della regione piana delimitata dalla parabola $y = x^2$ e dalla retta $y = 4$.
- Calcolare l'area della regione piana compresa tra le due parabole $y = 2\sqrt{x}$ e $y = \frac{x^2}{4}$.
- Calcolare l'area della regione piana compresa tra le due parabole $y = x^2 - 3x + 2$ e $y = -x^2 + x + 2$.
- Calcolare l'area della regione piana compresa tra la parabola di equazione $y = 2\sqrt{x}$, la retta di equazione $2x+y-4 = 0$ e l'asse delle $\vec{x}$

Equazioni differenziali

Per ciascuna delle seguenti equazioni differenziali

$$y' = xy^2; \qquad y' = \sqrt[3]{y^2}; \qquad y' = \frac{x+1}{y}; \qquad y' + 3y = x^2,$$

determinare con l'applicazione Wolframalpha l'integrale generale, la soluzione che verifica $y(0) = 3$ e verificare. Per ciascuna delle seguenti equazioni differenziali

$$y'' - 5y' + 6y = 0; \quad y'' + 9y = 0; \quad y'' - 4y' + 3y = e^{2x}; \quad y'' - y = \sin x; \quad y'' + y = 2\cos x.$$

determinare con l'applicazione Wolframalpha l'integrale generale, la soluzione che verifica $y(0) = 1$ e $y'(0) = 3$ e verificare. Determinare con l'applicazione Wolframalpha le soluzioni dei seguenti problemi di Cauchy e verificare

$$y'' + \frac{1}{x}y' = 1 \ (y(1) = 1, y'(1) = 0); \quad yy'' + y'^2 = 0 \ (y(0) = 1, y'(0) = 1); \quad xyy'' - xy'^2 + yy' = 0 \ (y(1) = 1, y'(1) = 2).$$