Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Corso di Laurea in Informatica

Prova scritta di **Algebra lineare e Geometria** del 27 gennaio 2025

Durata della prova: 90 minuti.
È vietato uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.

I

Siano $u = (-1, 1, 3, 5)$, $v = (5, 3, 1, -1)$, $w = (0, 0, 1, 2)$. Sia $\mathbb{R}^4 \xrightarrow{f} \mathbb{R}^4$, l'endomorfismo definito dalle condizioni

$$\begin{aligned} f(e_1) &= u + hw \\ f(e_2) &= -v \\ f(e_3) &= u + v \\ f(e_4) &= u - v \end{aligned}$$

dove $h \in \mathbb{R}$ ed (e_1, e_2, e_3, e_4) è la base canonica di $\mathbb{R}^4$.

1) Determinare $\operatorname{Ker} f$ e $\operatorname{Im} f$ al variare di h.

2) Nel caso $h = 0$, dire se f è diagonalizzabile.

II

1) Classificare la conica $h(x^2 + y^2 - 2x - 4y) + (x - y)^2 = 0$, $h \in \mathbb{R}$.

2) Determinare la retta r passante per $P(3, -2, -1)$, complanare alle rette

$$s_1 \begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ 2x - z - 1 = 0 \end{cases} \quad \text{ed} \quad s_2 \begin{cases} x - 3z + 6 = 0 \\ y - z + 1 = 0 \end{cases} .$$

Siano $\{P_1\} = r \cap s_1$ e $\{P_2\} = r \cap s_2$. Calcolare l'ampiezza dell'angolo $\widehat{P_1 O P_2}$, dove $O(0, 0, 0)$.

Corso di Laurea in Informatica (A-E),(O-Z)

Prova scritta di **Algebra lineare e Geometria** del 17 febbraio 2025

Durata della prova: 90 minuti.
È vietato uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.

I

Si consideri l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definita da:

$$f(x, y, z) = (x - y + hz, x - 2y + z, hx + y + z) \quad \forall (x, y, z) \in \mathbb{R}^3,$$

al variare di $h \in \mathbb{R}$.

1) Determinare $\operatorname{Ker} f$ e $\operatorname{Im} f$ al variare di h.
2) Studiare la semplicità di f al variare di $h \in \mathbb{R}$.

II

E' assegnato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}, u$.

1) Sia data la retta r di equazione:
$$r : \begin{cases} x + y = 0 \\ 2x + y - 1 = 0 \end{cases}$$
Determinare l'equazione del piano π passante per il punto $P_0(1, 2, 0)$ e ortogonale a r. Detto H il punto di intersezione tra r e π determinare il simmetrico di P_0 rispetto al punto H.
2) Nel piano $z = 0$ si determini e si studi il fascio di coniche tangenti in A = (0, 1) all'asse $\vec{y}$ e tangenti in $B = (2, 1)$ alla retta $x - 2y = 0$.
3) Data la conica del fascio:
$$x^2 + y^2 - 2xy - 2y + 1 = 0$$
dire di quale conica si tratta e determinarne una forma canonica.

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Corso di Laurea in Informatica

Prova scritta di **Algebra lineare e Geometria** del 15 aprile 2025

Durata della prova: 90 minuti.
È vietato uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.

I

Sia assegnata l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definita dalle assegnazioni:

$$\begin{aligned} f(1,0,0) &= (1,1,-1) \\ f(0,2,1) &= (4,0,h+4) \\ f(1,1,1) &= (3,1,h+1) \end{aligned}$$

con $h \in \mathbb{R}$.

1. Studiare le semplicità di f, al variare di $h \in \mathbb{R}$, determinando, ove possibile, una base di autovettori per f.
2. Calcolare, al variare di $h \in \mathbb{R}$, $f^{-1}(1,2,-3)$.

II

1) E' assegnato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O, \vec{x}, \vec{y}, u$. Studiare il fascio di coniche di equazione:
$$x^2 + (h^2+1)y^2 + 2x + 2y = 0,$$
determinando, in particolare, i punti base. Detta c la circonferenza, determinare centro, raggio e la retta tangente ad essa nell'origine.

2) E' assegnato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}, u$. Date le rette:
$$r : \begin{cases} x - 1 = 0 \\ x - y + 2z = 0 \end{cases} \qquad \text{e} \qquad s : \begin{cases} 3x - 6z - 5 = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$$
determinare il piano π passante per il punto $P = (1,-1,1)$ e parallelo alle rette r e s. Detto $H = r \bigcap s$ determinare la distanza di H da π.

Corso di Laurea in Informatica

Prova di **Algebra lineare e Geometria** – Appello del 16 giugno 2025

Durata della prova: 90 minuti.
È vietato uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.

I

Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita da:

$$\begin{aligned} f(1,0,-1) &= (0,0,0) \\ f(0,1,0) &= (0,0,1-h) \\ f(0,-1,1) &= (1-h,1-h,0) \end{aligned}$$

al variare di $h \in \mathbb{R}$.

1. Determinare $\operatorname{Ker} f$ e $\operatorname{Im} f$ al variare di h e le loro equazioni cartesiane.
2. Nel caso $h = 0$, studiare la semplicità di f determinando, se possibile, una base di autovettori.

II

E' assegnato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}\vec{z}u$.

1. Dati la retta $r : x - y + 2 = z + 2 = 0$, il piano $\pi : y - z + 5 = 0$ e il punto $P = (1,1,0)$, determinare la retta s ortogonale a π e passante per P.

   Mostrare che r e s sono complanari e determinare il piano che le contiene.
2. Sul piano $z = 0$ si studi,al variare di $h \in \mathbb{R}$, il fascio di coniche di equazione:

   $$x^2 + (h+2)xy + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$$

   Detta Γ la parabola del fascio, determinare una sua equazione canonica.

Corso di Laurea in Informatica

Prova scritta di **Algebra lineare e Geometria** dell'1 luglio 2025

Durata della prova: 90 minuti.
È vietato uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.

I

1) Studiare l'applicazione lineare $\mathbb{R}^4 \xrightarrow{f} \mathbb{R}^3$ definita dalle relazioni

$$\begin{cases} f(1,0,0,0) = (1,2,1) \\ f(0,1,0,0) = (1,1,0) \\ f(0,0,1,0) = h(0,1,1) \\ f(0,0,0,1) = h(1,1,0) + (0,1,1) \end{cases}$$

2) Diagonalizzare, se possibile, la matrice

$$N = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

II

1) Sul piano, calcolare l'equazione della circonferenza passante per $O(0,0)$ e tangente alla retta r di equazione $x - 1 + 3(y - 2) = 0$ in $P(1,2)$.

2) Nello spazio, si considerino le rette di equazioni parametriche

$$r \begin{cases} x = h + 1 \\ y = h \\ z = 2h + 1 \end{cases}, \quad s \begin{cases} x = 2k + 1 \\ y = 4k \\ z = -3k + 1 \end{cases}.$$

Provare che r ed s sono ortogonali e complanari. Trovare l'equazione del piano che le contiene entrambe.