CdL in Ingegneria Civile, Ambientale Gestionale

Prova scritta di **Algebra lineare e Geometria**- 25 gennaio 2023

Durata della prova: tre ore.

I

E' assegnata l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$:

$$f(x, y, z, t) = (hx - y + 2z + (h-1)t, hx + hz + ht, (2h+1)x - hy + 2(h-1)z)$$

al variare di $h \in \mathbb{R}$.

1. Studiare al variare del parametro h l'applicazione lineare f, determinando $\operatorname{Im} f$ e $\operatorname{Ker} f$.
2. Dato $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | \ x - 2y + z = 0\}$ calcolare $f^{-1}(V)$ al variare di $h \in \mathbb{R}$, specificandone la dimensione, e una sua base. Sono dati i vettori $v_1 = (1, 1, 0, 0)$, $v_2 = (0, 1, 1, 0)$, $v_3 = (0, 0, 1, 0) \in \mathbb{R}^4$. Stabilire per quale valore di $h \in \mathbb{R}^4$ si verifica che $[v_1, v_2 + (h-1)e_4, v_3]$ è una base di $f^{-1}(V)$.
3. Diagonalizzare la seguente matrice per i valori di $h \in \mathbb{R}$ per i quali è possibile:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2-h \\ 1 & 2 & h-2 \\ -1 & -1 & h-1 \end{pmatrix},$$

II

E' assegnato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}\vec{z}u$.

1. Date le rette:

$$r : \begin{cases} x - y + z = 1 \\ 2x + y - z = 1 \end{cases} \qquad s : \begin{cases} x + y - z = 1 \\ x = 0 \end{cases}$$

mostrare che r e s sono parallele, determinare il piano che le contiene e calcolare la distanza $d(r, s)$.

2. E' assegnato nel piano un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}u$. Sono dati i punti $A = (1, -1)$, $B = (0, 1)$ e $C = (2, -1)$ e la retta $r : x + y = 0$. Determinare e studiare il fascio di coniche tangenti in A alla retta r e passanti per B e C. Determinare gli asintoti dell'iperbole equilatera del fascio.
3. E' assegnato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}\vec{z}u$. Studiare, al variare di $h \in \mathbb{R}$, le quadriche di equazione:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2hxz - 2z - 1 = 0.$$

Quesito solo per gli studenti che non hanno ancora superato il test sui Preliminari

Determinare

- Determinare l'equazione della corconferenza avente come estremi del diametro $A = (2, 2)$ e $B = (4, 4)$
- Tracciare il grafico delle rette di equazione $r : x = 2$, $s : x = 2y$, $t : x = 2y + 2$. Determinare quali coppie di rette sono perpendicolari, giustificarne la risposta
- Determinare l'equazione della parabola avente vertice $V = (-3, 2)$ e come direttrice l'asse $\vec{y}$.

CdL in Ingegneria Civile, Ambientale Gestionale

Prova scritta di **Algebra lineare e Geometria**- 20 febbraio 2023

Durata della prova: tre ore.
È vietato uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.

I

Consideriamo in $\mathbb{R}^3$ i seguenti vettori: $v_1 = (1,2,0)$, $v_2 = (1,0,1)$, $v_3 = (-1,1,0) \in \mathbb{R}^3$.
E' assegnata l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$:

$$\begin{aligned} f(v_1) &= (3,7,1) \\ f(v_2) &= (-2h-2, -2h-4, -h) \\ f(v_3) &= (-2,2,0) \end{aligned}$$

al variare di $h \in \mathbb{R}$.

1. Calcolare $M^{\mathcal{A}}(f)$. Studiare al variare del parametro $h \in \mathbb{R}$ l'applicazione lineare f, determinando $\operatorname{Im} f$, $\operatorname{Ker} f$ e le loro equazioni cartesiane.
2. Determinare per quali valori di $h \in \mathbb{R}$, f è semplice.
3. Calcolare, al variare di $h \in \mathbb{R}$, la controimmagine $f^{-1}(5,15,2)$.
4. Si consideri l'applicazione lineare $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tale che
$$g(x,y,z) = (x-2y-z+3, 2x+y-4z-1, -y-2z+2).$$
Calcolare la matrice associata a $f \circ g$ rispetto alla base $\mathcal{A} = \mathcal{L}(v_1, v_2, v_3)$ e stabilire per quali valori di h è invertibile.

II

E' assegnato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}\vec{z}u$.

1. Data la retta
$$r : \begin{cases} x = 2 \\ y - z = 0 \end{cases}$$
si trovi il piano π ortogonale a r passante per il punto $P = (0,0,1)$. Si calcoli l'intersezione t tra π ed il piano π' di equazione $z = 0$.
2. Sul piano $z = 0$ si studi il fascio di coniche tangenti a t nel punto $A = (1,1)$ e passanti per l'origine e il punto $B = (1,0)$. Determinare l'equazione canonica dell'iperbole equilatera del fascio.
3. E' assegnato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}\vec{z}u$. Studiare, al variare di $h \in \mathbb{R}$, le quadriche di equazione:
$$-x^2 + 2y^2 - hz^2 + 2hxz + 2hyz + 2y + 2z = 0.$$
Infine, determinare i vertici del cono e del cilindro.

Quesiti solo per gli studenti che non hanno ancora superato il test sui Preliminari

- Calcolare la misura dell'area del triangolo di vertici $A(1,1)$, $B(7,2)$, $C(2,6)$.
- Scrivere l'equazione dell'ellisse dato il semiasse $b = \frac{3}{4}$ e la semidistanza focale $c = \frac{5}{2}$. Infine, disegnare il grafico dell'ellisse trovata.

CdL in Ingegneria Civile, Ambientale Gestionale

Prova scritta di **Algebra lineare e Geometria**- 28 aprile 2023

Durata della prova: tre ore.

I

Sono dati in $\mathbb{R}^4$ i vettori $v_1 = (1,0,0,0), v_2 = (0,0,1,1), v_3 = (0,1,0,1)$ e lo spazio vettoriale $V = \mathcal{L}(v_1, v_2, v_3)$. E' assegnato l'endomorfismo $f : V \to V$ determinata da:

$$\begin{aligned} f(v_1) &= 2v_1 + hv_2 + 2v_3 \\ f(v_2) &= (h+2)v_1 + (h+3)v_2 - hv_3 \\ f(v_3) &= -3v_2 \end{aligned}$$

al variare di $h \in \mathbb{R}$.

1. Studiare al variare del parametro h l'endomorfismo f, determinando $\operatorname{Im} f$ e $\operatorname{Ker} f$.
2. Nel caso $h = -1$ studiare la semplicità di f.
3. Sia $g : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ l'endomorfismo la cui restrizione a V induce f e tale che $g(0,0,0,1) = (0,0,0,1)$. Determinare la matrice $M(g)$ associata a g rispetto alla base canonica.
4. Studiare l'endomorfismo g al variare di $h \in \mathbb{R}$.

II

E' assegnato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}\vec{z}u$.

1. Dati il punto $A = (1,1,-1)$, il piano $\pi : x - y + z = 0$ e il vettore $v = (1,1,0)$, determinare la retta r passante per A, parallela a π e perpendicolare a v. Determinare la retta r' simmetrica di r rispetto a π.
2. Determinare e studiare il fascio di coniche del piano $z = 0$ tangenti alla retta $s : x + y = 0$ nel punto $O = (0,0)$ e passanti per $B = (1,0)$ e per $C = (1,1)$. Detta c la circonferenza del fascio, determinare centro e raggio.
3. E' assegnato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}\vec{z}u$. Studiare, al variare di $h \in \mathbb{R}$, le quadriche di equazione:

$$2x^2 - ky^2 + z^2 - 2xy + 4x - k = 0.$$

Quesito solo per gli studenti che non hanno ancora superato il test sui Preliminari

Determinare

- Determinare l'equazione della parabola di vertice $V = (2,2)$ e fuoco $F = (2,6)$ e disegnare il suo grafico
- Tracciare il grafico delle rette di equazione $r : x = 0, s : x = y, t : x = y + 2$. Determinare quali coppie di rette sono parallele, giustificarne la risposta.
- Determinare l'equazione della parabola con asse parallelo all'asse y passante per i punti $P_1 = (0,-2)$, $P_2 = (3,-2)$,$P_3 = (-1,-6)$.

CdL in Ingegneria Civile, Ambientale Gestionale

Prova scritta di **Algebra lineare e Geometria**- 19 giugno 2023

Durata della prova: tre ore.
È vietato uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.

I

Consideriamo in $\mathbb{R}^3$ i seguenti vettori: $v_1 = (-1, 0, 0)$, $v_2 = (1, 0, 1)$, $v_3 = (0, 1, -1) \in \mathbb{R}^3$.
E' assegnata l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$:

$$\begin{aligned} f(v_1) &= (-1, -h, 0, 0) \\ f(v_2) &= (2, h+1, h, 2) \\ f(v_3) &= (2, 2, -h, 1) \end{aligned}$$

al variare di $h \in \mathbb{R}$.

1. Calcolare $M(f)$. Studiare al variare del parametro $h \in \mathbb{R}$ l'applicazione lineare f, determinando $\operatorname{Im} f$, $\operatorname{Ker} f$ e le loro equazioni cartesiane.
2. Dato $V = \mathcal{L}(1, 0, 1), (-1, 0, 0))$ e $W = \mathcal{L}((-1, 1, 0, 0), (-2, 0, 1, -2))$. Calcolare $f(V)$, specificare la sua dimensione e determinare il valore di $h \in \mathbb{R}$ per il quale $f(V) = W$.
3. Si consideri l'endomorfismo $g : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ tale che
$$g(x, y, z, t) = (y, z, 2x - t).$$
Calcolare la matrice associata a $g \circ f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, al variare di $h \in \mathbb{R}$ rispetto alla base $\mathcal{E} = \mathcal{L}(e_1, e_2, e_3)$ e stabilire per quali valori di h è invertibile.
4. Studiare la semplicità di $g \circ f$ per $h = 0$ determinando, se è possibile, una base di autovettori.

II

E' assegnato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}\vec{z}u$.

1. Data la retta
$$r : \begin{cases} y = x + 1 \\ z = 1 - x \end{cases}$$
e il piano $\pi : x - y + z + 3 = 0$. Si calcoli la proiezione ortogonale di r su π.
2. Sul piano $z = 0$ determinare e studiare il fascio di coniche tangenti nell'origine all'asse y e passanti per i punti $(1, -1, 0)$ e $(1, 2, 0)$.
3. E' assegnato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}\vec{z}u$. Determinare e studiare la totalità delle quadriche contenenti le due coniche di equazione
$$\Gamma_1 : \begin{cases} x^2 + y^2 + 2x - 2 = 0 \\ z = 0 \end{cases} \qquad \Gamma_2 : \begin{cases} y^2 + z^2 - 2 = 0 \\ x = 0 \end{cases}$$

Quesiti solo per gli studenti che non hanno superato il test sui Preliminari

- Calcolare l'equazione dell'asse del segmento di estremi $A(1, 1)$, $B(5, 5)$ e disegnarlo
- Scrivere l'equazione della circonferenza aventi come estremi del diametro $A(1, 1)$, $B(5, 5)$.
- Determinare i punti di intersezione della parabola
$$y = -x^2 - 4x + 2$$
con gli assi cartesiani e tracciarne il grafico.

CdL in Ingegneria Civile, Ambientale Gestionale

Prova scritta di **Algebra lineare e Geometria**- 10 luglio 2023

Durata della prova: tre ore.
È vietato uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.

I

Sia assegnata una base $\mathcal{A} = [(1,2,1),(1,0,1),(0,1,2)]$ di $\mathbb{R}^3$ e si consideri l'endomorfismo $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, con le seguente condizioni:

$$\begin{aligned} f(1,2,1) &= (8, 2h+10, -h) \\ f(1,0,1) &= (4, 10, -h) \\ f(0,1,2) &= (8, h+12, -2h) \end{aligned}$$

al variare di $h \in \mathbb{R}$.

1. Determinare $M(f)$.
2. Studiare al variare del parametro $h \in \mathbb{R}$ l'applicazione lineare f, determinando $\operatorname{Im} f$, $\operatorname{Ker} f$ e le loro equazioni cartesiane.
3. Studiare la semplicità di f per $h = -1$ determinando, se è possibile, una base di autovettori.
4. Posti $v_1 = (1,1,-1), v_2 = (1,0,1)$ e $V = \mathcal{L}(v_1, v_2)$, studiare l'applicazione lineare $f_0 : V \to \mathbb{R}^3$ restrizione di f a V.

II

E' assegnato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}\vec{z}u$.

1. Sono assegnate le rette: $r : \begin{cases} z = x+1 \\ z = y \end{cases}$ $\quad s : \begin{cases} x = -y \\ z = 0 \end{cases}$ ed i piani $\pi : y+z+1 = 0$ e $\pi' : x+3y+z = 0$. Determinare le equazioni della retta t incidente le rette r e s e parallela ai piani π e π'. Dati i punti $A = r \cap t$ e $B = s \cap t$, determinare le coordinate del punto medio M del segmento AB e l'equazione del piano parallelo a π' e passante per M.
2. Sul piano $z = 0$ siano dati i punti $O = (0,0), A = (1,1)$ e $B = (-2,0)$ e la retta $s : x+y = 0$. Determinare e studiare il fascio di coniche passanti per O, A e B e tangenti in O alla retta s.
3. E' assegnato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}\vec{z}u$. Determinare e studiare la totalità delle quadriche
$$x^2 + 2hxy + y^2 + hz^2 - 4 = 0.$$

Quesiti solo per gli studenti che non hanno superato il test sui Preliminari

- Disegnare il triangolo di vertici $A(2,-2)$, $B(-2,-2)$, $C(0,4)$. Classificare il triangolo in base ai suoi lati e calcolare la sua area.
- Scrivere l'equazione della parabola nel piano cartesiano avente fuoco $F(0,2)$ e direttrice $d : y = -2$.
- Dopo avere disegnato l'iperbole
$$\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$$
determinare le equazioni degli asintoti.

CdL in Ingegneria Civile, Ambientale Gestionale

Prova scritta di **Algebra lineare e Geometria**- 1 settembre 2023

Durata della prova: tre ore.

I

E' dato l'endomorfismo $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$:

$$f(x,y,z) = (hx + (h+2)y + 2hz, -2x + (h-1)y - 2z, -x + 2y + z)$$

al variare di $h \in \mathbb{R}$.

1. Studiare al variare del parametro h l'endomorfismo f, determinando $\operatorname{Im} f$ e $\operatorname{Ker} f$.
2. Verificare che per ogni valore di h risulta $\operatorname{Im} f \oplus \operatorname{Ker} f = \mathbb{R}^3$.
3. Studiare la semplicità di f nel caso $h = 0$.
4. Dato $V = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 |\ x - z = 0\}$ determinare il valore di $h \in \mathbb{R}$ per il quale $f|V$ induce un endomorfismo $\phi : V \to V$. Studiare ϕ al variare di $h \in \mathbb{R}$.

II

E' assegnato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}\vec{z}u$.

1. Date le rette:
$$r : \begin{cases} x = 1 \\ y = 5 \end{cases} \quad s : \begin{cases} y = 1 \\ x - 2z = 0 \end{cases}$$
mostrare che r e s sono sghembe e determinare la retta t ortogonale e incidente a entrambe le rette.
2. E' assegnato nel piano un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}u$. Determinare e studiare il fascio ϕ di coniche che ha i punti base $A = (0,1)$, $B = (1,2)$, $C = (2,1)$ e $D = (3,2)$.
3. E' assegnato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}\vec{z}u$. Determinare il cono che ha vertice $(1,0,-1)$ e per direttrice l'iperbole equilatera di ϕ.

Quesito solo per gli studenti che non hanno ancora superato il test sui Preliminari

Determinare

- Stabilire se le equazioni $x^2 + y^2 + x + 3y + 5 = 0$ e $2x^2 + 2y^2 - 2x + 6y - 3 = 0$ rappresentano una circonferenza e in caso affermativo trovare centro e raggio.
- Scrivere l'equazione della retta che incontra gli assi coordinati nei punti rispettivamente di ascissa 3 e di ordinata -3.
- Traccia le ellissi di cui è data l'equazione e determina le coordinate dei vertici, dei fuochi e l'eccentricità
$$25x^2 + y^2 = 25;\ x^2 + 9y^2 = 16.$$

CdL in Ingegneria Civile, Ambientale Gestionale

Prova scritta di **Algebra lineare e Geometria**- 25 settembre 2023

Durata della prova: tre ore.

I

E' assegnata l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$:

$$f(x, y, z, t) = (hx + (h-1)y + 2ht, (1-h)x + (1-h)z + (2-2h)t, (h-1)y - hz)$$

al variare di $h \in \mathbb{R}$.

1. Studiare al variare del parametro h l'applicazione lineare f, determinando $\operatorname{Im} f$ e $\operatorname{Ker} f$.
2. Calcolare $f^{-1}(1, 0, 1)$ nel caso $h = 1$.
3. Si consideri l'endomorfismo $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ tale che
$$g(x, y, z,) = (x, y, z, 0).$$
Calcolare la matrice associata a $f \circ g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, al variare di $h \in \mathbb{R}$ rispetto alla base $\mathcal{E} = \mathcal{L}(e_1, e_2, e_3)$ e stabilire per quali valori di h è invertibile.
4. Studiare la semplicità di $g \circ f$ al variare di h.

II

E' assegnato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}\vec{z}u$.

1. Dati il punto $A = (0, 1, 0)$, il piano $\pi : 2x - y + z + 1 = 0$ e il vettore $v = (0, 1, 2)$, determinare la retta r passante per A, parallela a π e perpendicolare a v. Determinare la retta r' simmetrica di r rispetto a π.

2. Determinare e studiare il fascio di coniche del piano $z = 0$ passanti per i punti $A = (1, 1)$, $B = (0, 1)$ e tangenti alla retta $r : 2x - y = 0$ nel punto $O = (0, 0)$.

3. E' assegnato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}\vec{z}u$. Determinare il cilindro contenenti la conica di equazioni:
$$\Gamma : \begin{cases} x^2 + y^2 - x - 1 = 0 \\ z = 1 \end{cases}$$
e aventi vertice $V_1 = (1, 0, 1, 0)$.

Quesito solo per gli studenti che non hanno ancora superato il test sui Preliminari

- Determinare l'equazione della circonferenza passante per i punti $A(1, 3)$, $B(5, -1)$ ed avente il centro sull'asse y.

- Tracciare il grafico delle rette di equazione $r : y = 1$, $s : x = -y$, $t : x - y + 2{,}x - 1 = 0$. Determinare quali coppie di rette sono perpendicolari, giustificarne la risposta.

- Determina le coordinate dei vertici e dei fuochi dell'iperbole
$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$$

Corso di Laurea in Ingegneria Civile Ambientale e Gestionale

Prova di **Algebra lineare e Geometria** - Appello 30 Novembre 2023

Durata della prova: 3 ore.
È vietato uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.

I

Sia $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'endomorfismo definito dalle assegnazioni:

$$\begin{aligned} f(0,1,1) &= (0,k,k) \\ f(1,0,0) &= (3,1,1) \\ f(0,0,1) &= (1,1,k-1), \end{aligned}$$

al variare di $k \in \mathbb{R}$.

1. Studiare f al variare di $k \in \mathbb{R}$, determinando in ciascun caso $\operatorname{Im} f$ e $\operatorname{Ker} f$ e le loro equazioni cartesiane.

2. Studiare la semplicità di f nei casi $k = 4$ e $k = 5$, determinando, ove possibile, una base di autovettori per f.

3. È data l'applicazione lineare $g\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ definita dall'assegnazione:
$$g(x,y,z) = (x + hy + z, x - y - z, hx + y + z, x + 2y - 3z), \quad \forall (x,y,z) \in \mathbb{R}^3$$
con $h \in \mathbb{R}$. Calcolare $g^{-1}(2,0,0,0)$ al variare di $h \in \mathbb{R}$.

4. Sono dati i vettori $v_1 = (1,0,1,0)$, $v_2 = (0,1,1,0)$, $v_3 = (0,0,1,-1)$, $v_4 = (0,0,0,1) \in \mathbb{R}^4$ e le basi $\mathcal{A} = [v_1, v_2, v_3]$ di un sottospazio $V \subset \mathbb{R}^4$ e $\mathcal{B} = [v_1, v_2, v_3, v_4]$ di $\mathbb{R}^4$. Data l'applicazione lineare $\varphi\colon V \to \mathbb{R}^4$ definita da:
$$\begin{aligned} \varphi(v_1) &= (1,1,k+2,-k) \\ \varphi(v_2) &= (k,-1,k,0) \\ \varphi(v_3) &= (1,1,3,0) \end{aligned}$$
al variare di $k \in \mathbb{R}$. Determinare $M^{\mathcal{A},\mathcal{B}}(\varphi)$. Data l'estensione $\psi\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ tale che $\psi(v_4) = v_4$, dire per quale valore di $k \in \mathbb{R}$ si ha che $v_1 - v_3 + v_4$ è autovettore per ψ.

II

1. È assegnato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}, u$. Sono dati le rette
$$r\colon \begin{cases} x + 3y - z = 3 \\ 2x - y + z = 4 \end{cases} \quad \text{e} \quad s\colon \begin{cases} x - y = 1 \\ 2x - z = 2 \end{cases}$$
il punto $A = (-1,1,0)$. Determinare il piano π parallelo alle rette r e s e passante per A. Mostrare che s e $\vec{x}$ sono complanari e determinare il piano che le contiene.

2. È assegnato nel piano un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O, \vec{x}, \vec{y}, u$. Studiare il fascio di coniche di equazione:
$$x^2 - 2hxy + hy^2 + 4x + 3 = 0$$
al variare di $h \in \mathbb{R}$, determinandone, in particolare, punti base e coniche spezzate.

3. È assegnato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}, u$. Data la conica
$$\Gamma\colon \begin{cases} x^2 - 2xy - y^2 - 1 = 0 \\ z = 0, \end{cases}$$
determinare e studiare le quadriche contenenti Γ e i punti $A = (1,0,1)$, $B = (0,1,1)$ e $C = (0,-1,1)$.