

Università degli Studi di Catania
CdL in Ingegneria Civile e Ambientale

Prova scritta di **Algebra Lineare e Geometria** del 27 Giugno 2019

Durata della prova: tre ore.

È vietato uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.

Usare solo carta fornita dal Dipartimento di Matematica e Informatica, riconsegnandola tutta. È vietato consultare libri o appunti..

Compito A

I

È assegnato l'endomorfismo $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ definito dalle seguenti relazioni:

$$f(1, -1, 0, 0) = (1, -1, 2 - h, h - 1)$$

$$f(1, 0, -1, 0) = (0, 1, 0, 2h - 1)$$

$$f(0, 1, 1, 0) = (1, 0, h, -h)$$

$$f(0, 0, 0, 1) = (0, 0, 0, h)$$

al variare di $h \in \mathbb{R}$.

- 1) Studiare f al variare di $h \in \mathbb{R}^4$, determinando in ciascun caso $\text{Ker } f$ e $\text{Im } f$.
- 2) Calcolare la controimmagine $f^{-1}(2, 1, -1, 0)$, al variare di $h \in \mathbb{R}$.
- 3) Posto $V = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x - z = 0\}$ dire per quale valore di h la restrizione di f a V induce un endomorfismo φ su V .
- 4) Studiare la semplicità dell'endomorfismo φ . Determinare, ove possibile, una base di autovettori.

II

È assegnato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}, u$.

- 1) Dato il piano $\pi : x + 2y + z = 0$ e data la retta

$$r : \begin{cases} x - z = 0 \\ y + z = 2 \end{cases}$$

Determinare la retta s simmetrica di r rispetto al piano π .

- 2) Determinare e studiare il fascio di coniche del piano $z = 0$ tangente in $A = (1, 0)$ alla retta $r : 2x - y - 2 = 0$ e tangente in $B = (-1, 0)$ alla retta $s : x + 1 = 0$.
- 3) Studiare, al variare del parametro reale h , il fascio θ delle quadriche di equazione

$$x^2 + 2hxz - 4yz + 2z + h = 0$$