

**Università degli Studi di Catania**  
**CdL in Ingegneria Civile e Ambientale**

Prova scritta di **Algebra Lineare e Geometria** del 17 Luglio 2019

---

*Durata della prova: tre ore.*

*È vietato uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.*

*Usare solo carta fornita dal Dipartimento di Matematica e Informatica, riconsegnandola tutta. È vietato consultare libri o appunti..*

Compito A

---

**I**

E' data l'applicazione lineare  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$  definita da

$$\begin{cases} f(1, 0, -1) = (h, 0, h, -1) \\ f(0, 1, -1) = (0, h, -h, h - 2) \\ f(e_3) = f(0, 0, 1) = (1, 1, 0, 2) \end{cases}$$

al variare di  $h \in \mathbb{R}$ .

1. Studiare  $f$  al variare di  $h$ , determinando in ogni caso  $\text{Ker } f$  e  $\text{Im } f$ .
2. Determinare la controimmagine  $f^{-1}(1, 1, 0, 1)$  al variare del parametro  $h$ .
3. Si consideri la proiezione  $p : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$  data da  $p(x, y, z, t) = (x, y, t)$ . Studiare l'endomorfismo  $\varphi = p \circ f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  al variare di  $h$ , determinando in ogni caso  $\text{Ker } \varphi$  e  $\text{Im } \varphi$ .
4. Verificare che  $T = 1$  è autovalore di  $\varphi$ . Nei casi in cui  $\varphi$  è semplice determinare una base di autovettori.

**II**

Sia fissato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale  $O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}, u$ .

1) Data la retta

$$r : \begin{cases} x - y + h = 0 \\ 2x + z + 2h = 0 \end{cases}$$

e la retta

$$s : \begin{cases} hx - y = 0 \\ 2y + z = 0 \end{cases}$$

determinare il piano che le contiene e trovare i valori di  $h$  per cui esse sono parallele.

- Determinare la circonferenza tangente alla retta  $t : x - y - 1 = 0$  in  $A=(0, -1)$  e alla retta  $u : x + y = 0$  in  $O=(0, 0)$
- Studiare, al variare di  $h \in \mathbb{R}$ , le quadriche di equazione:

$$hx^2 + 2y^2 + 2z^2 + 2yz + hz^2 - 2x + 1 = 0.$$