

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA  
ANNO ACCADEMICO 2010-2011

Prova scritta di **Analisi Matematica III (6 CFU)**

(per gli studenti dei corsi di laurea in Matematica e in Matematica per le Applicazioni)

Prima sessione - II appello - 24 Febbraio 2011

---

1) Non si possono consultare libri o appunti.

2) Tempo: due ore.

---

I

Determinare le coordinate del baricentro del dominio  $T$  di  $\mathbb{R}^3$  definito dalle limitazioni:

$$x^2 + y^2 \leq (z - 1)^2 \leq 2(x^2 + y^2), \quad 0 \leq z \leq 1.$$

II

Provare che la forma differenziale:

$$\omega \equiv (\sin^2 y - y \sin 2x) dx + (x \sin 2y + \cos^2 x) dy$$

è esatta in  $\mathbb{R}^2$  e calcolarne l'integrale lungo la curva piana  $\gamma$  di equazioni parametriche:

$$\begin{cases} x = t \\ y = t \end{cases}, \quad t \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right],$$

percorsa nel verso che va da  $A \equiv \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$  a  $B \equiv \left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ .

III

Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = (e^y - 1) x^2 \\ y(0) = -1. \end{cases}$$