

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA

ANNO ACCADEMICO 2011-2012

Prova scritta di **Analisi Matematica III (6 CFU)**

(per gli studenti dei corsi di laurea in Matematica e in Matematica per le Applicazioni)

Appello straordinario per ripetenti e fuori corso - 14 Dicembre 2012

---

1) Non si possono consultare libri o appunti.

2) Tempo: due ore.

---

I

Calcolare i seguenti integrali multipli:

$$\iint_T (x + y) \, dx \, dy, \quad \iiint_X (x + y) \operatorname{sen} z \, dx \, dy \, dz,$$

dove  $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 - x\}$  e  $X = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x, y) \in T, 0 \leq z \leq \frac{\pi}{2}\}$ .

II

Provare che la forma differenziale:

$$\omega \equiv (2xy - 4x^3 - 2xy^2) \, dx + (x^2 + 3y^2 - 2x^2y) \, dy$$

è esatta in  $\mathbb{R}^2$  e calcolarne l'integrale lungo la curva piana  $\gamma$  di equazioni parametriche:

$$\begin{cases} x = \cos t \\ y = \operatorname{sen} t \end{cases}, \quad t \in [0, \frac{\pi}{2}],$$

percorsa nel verso che va da  $A \equiv (1, 0)$  a  $B \equiv (0, 1)$ .

III

Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = y \operatorname{sen} x \\ y(\frac{\pi}{2}) = 1. \end{cases}$$