

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
ANNO ACCADEMICO 2009-2010
Prova scritta di **Analisi Matematica II (15 CFU)**
(per gli studenti del corso di laurea in Matematica)
Sessione straordinaria - 10 Dicembre 2010

- 1) Non si possono consultare libri o appunti.
 - 2) Tempo: tre ore.
-

I

Trovare i punti di minimo e di massimo assoluti della restrizione della funzione:

$$f(x, y) = x^2 \log(x + y)$$

al triangolo $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x \leq 2, x \leq y \leq \frac{x}{2} + 1\}$.

II

Calcolare il seguente integrale doppio:

$$\iint_T x^2 \log(x + y) \, dx \, dy,$$

dove T è il triangolo definito dalle limitazioni: $1 \leq x \leq 2, x \leq y \leq \frac{x}{2} + 1$.

III

Data la forma differenziale: $\omega = \left(2x \log(x + y) + \frac{x^2}{x+y}\right) dx + \frac{x^2}{x+y} dy$, provare che:

$$(\gamma) \int_A^B \omega = \log 128,$$

dove $A \equiv (1, 1)$, $B \equiv (2, 2)$ e γ è la curva piana di equazioni parametriche:

$$\begin{cases} x = t \\ y = t \end{cases}, \quad t \in [1, 2].$$

IV

Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = (y^2 - 1) \frac{e^x}{2} \\ y(0) = 0. \end{cases}$$