Corso di laurea in Ingegneria Elettronica
9 Settembre 2014
Prova scritta di Analisi Matematica II

`Durata della prova: 30 minuti.`

1

Sia $\{f_n\}$ una successione di funzioni convergente puntualmente in $[a,b]$ ad una funzione f. Sia, $\forall n \in \mathbb{N}$, f_n integrabile secondo Riemann in $[a,b]$. Spiegare cosa significa che è lecito per $\{f_n\}$ il passaggio al limite sotto il segno di integrale. Enunciare un teorema sul passaggio al limite sotto il segno di integrale. Portare un esempio di una successione di funzioni per la quale non è lecito il passaggio al limite sotto il segno di integrale.

2

Dimostrare UNO dei seguenti teoremi

I. Condizione sufficiente affinché $f \in C^{\infty}((a,b))$ sia sviluppabile in $x \in (a,b)$ in serie di Taylor di centro $x_0 \in (a,b)$ è che

$$|f^{(n)}(t)| \leq M$$

per ogni $n \in \mathbb{N}$ e per ogni t appartenente all'intervallo di estremi x_0 e x.

II. (Teorema di esistenza degli zeri). Sia C un sottoinsieme chiuso e connesso di $\mathbb{R}^n$. Siano $f : C \to \mathbb{R}$ continua in C, $x', x'' \in C$ tali che $f(x') < 0$ e $f(x'') > 0$. Allora esiste $\overline{x} \in C$ tale $f(\overline{x}) = 0$.

`Durata della prova: 90 minuti.`

1

Calcolare il seguente integrale triplo

$$\iiint_T y^2(z-2)dxdydz\,,$$

dove $T = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z, 0 \leq z \leq 2, y \geq 0\}$.

2

Data la funzione

$$f(x,y) = \log|x^3 + xy^2 - 2xy|\,,$$

determinare

i) il suo insieme di definizione D,

ii) gli eventuali punti di minimo e di massimo relativo,

iii) l'estremo inferiore e l'estremo superiore di f in D.

3

Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 6y' + 9y = xe^x \\ y(0) = \frac{1}{4} \\ y'(0) = 1\,. \end{cases}$$