Corso di laurea in Ingegneria Elettronica
9 Maggio 2014
Prova scritta di Analisi Matematica II

`Durata della prova: 30 minuti.`

1

Siano A un aperto di $\mathbb{R}^2$, $f : A \to \mathbb{R}$ e $(x_0, y_0) \in A$. Dare le definizioni di derivabilità parziale e di differenziabilità di f in (x_0, y_0). Enunciare il teorema sul differenziale totale.

2

Dimostrare UNO dei seguenti teoremi

I. Condizione sufficiente affinché $f \in C^\infty((a, b))$ sia sviluppabile in $x \in (a, b)$ in serie di Taylor di centro $x_0 \in (a, b)$ è che

$$|f^{(n)}(t)| \leq M$$

per ogni $n \in \mathbb{N}$ e per ogni t appartenente all'intervallo di estremi x_0 e x.

II. Sia A un aperto non vuoto di $\mathbb{R}^n$ e sia $f : A \to \mathbb{R}$ di classe $C^2(A)$. Se $x_0 \in A$ è un punto di minimo relativo per f provare che

- $\nabla f(x_0) = 0$;
- la forma quadratica associata alla matrice hessiana di f nel punto x_0 è maggiore o uguale a 0.

`Durata della prova: 90 minuti.`

1

Calcolare il seguente integrale doppio

$$\int\int_T x e^{x^2+y^2-1} \sqrt{x^2+y^2}\, dxdy\,,$$

dove $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, \frac{\sqrt{3}}{3} x \leq y \leq \sqrt{3} x\}$.

2

Trovare gli eventuali punti di estremo relativo della seguente funzione

$$f(x, y, z) = e^{x^3+y^3-3(x^2+y^2)+z^2}\,.$$

3

Risolvere il seguente sistema di equazioni differenziali

$$\begin{cases} y_1' = -y_1 + 10 y_2 \\ y_2' = y_1 + 2 y_2\,. \end{cases}$$