

Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ingegneria Elettronica
Prova di Analisi Matematica II
5 Maggio 2015

Durata della prova: 30 minuti.

1

Svolgere UNO dei seguenti quesiti

I. Dare le definizioni di forma differenziale esatta e di forma differenziale chiusa in un aperto $A \subseteq \mathbb{R}^n$. Portare un esempio di forma differenziale chiusa ma non esatta. Dare una condizione sufficiente affinché una forma differenziale di classe C^1 chiusa sia anche esatta.

II. Dare la definizione di serie di potenze. Dare le definizioni di raggio e di intervallo di convergenza per una serie di potenze. Portare un esempio di serie di potenze. Enunciare un risultato che assicuri la totale convergenza di una serie di potenze.

2

Dimostrare UNO dei seguenti teoremi

I. (Teorema di Schwarz) Siano A un aperto di $\mathbb{R}^2$, $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ e $(x_0, y_0) \in A$. Supponiamo che esistano f_x , f_y , f_{xy} e f_{yx} in A . Siano f_{xy} e f_{yx} continue in (x_0, y_0) . Allora $f_{xy}(x_0, y_0) = f_{yx}(x_0, y_0)$.

II. Siano $f \in C^\infty((a, b))$ e $x_0 \in (a, b)$. Condizione sufficiente affinché f sia sviluppabile in $x \in (a, b) \setminus \{x_0\}$ in serie di Taylor di centro x_0 è che

$$|f^{(n)}(t)| \leq M$$

per ogni $n \in \mathbb{N}$ e per ogni t appartenente all'intervallo di estremi x_0 e x .

Durata della prova: 90 minuti.

1

Calcolare il seguente integrale

$$\iint_T ye^x dx dy,$$

dove $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 1, \sqrt{1-x^2} \leq y \leq -|x| + 3\}$.

2

Trovare nel suo insieme di definizione l'estremo inferiore e l'estremo superiore della funzione

$$f(x, y) = e^{x^4 y^2 - x^2 y^3}.$$

Trovare gli eventuali punti di minimo e massimo relativo di f .

3

Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + y' + y = xe^{-x} \\ y(0) = -1 \\ y'(0) = 1. \end{cases}$$